УДК 658.14/17:338.24

Ольга Сергіївна КАТУНІНА
кандидат економічних наук, доцент кафедри економіко-математичного моделювання,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана», Україна,
e-mail: prommet@ukr.net, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7584-0037

ПОБУДОВА ДИНАМІЧНИХ ФАКТОРНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

Катуніна, О. С. *Побудова динамічних факторних моделей для прогнозування розвитку економічних систем*. Вісник соціально-економічних досліджень : зб. наук. праць / За ред. : М. І. Звєрякова (голов. ред.) та ін. Одеса : Одеський національний економічний університет. 2019. № 1 (69). С. 118–127.

Анотація. *У статті розглянуто моделювання динамічних економічних систем, еволюція яких описується системою спостережуваних змінних. Використано методологію динамічного факторного моделювання, побудовано математичну модель, що поєднує підходи класичного факторного та авторегресійного аналізу. Встановлено, що системи динамічних факторів описують загальну динаміку вибраної групи економічних показників. Запропоновано алгоритм побудови динамічної моделі, в якому динамічні фактори визначаються послідовно при розв'язанні спеціальних задач нелінійного програмування. Перший фактор описує рух всієї системи в цілому і характеризує загальну тенденцію, оскільки для її знаходження використовується лінійна комбінація початкових часових рядів. Інші фактори, побудовані на основі залишкових рядів, враховують відхилення індивідуальних показників від їх регресійних оцінок і описують коливання часових рядів. Наведено основні розрахункові співвідношення побудованої моделі динамічного факторного аналізу. Для оцінювання помилки прогнозування використано метод прогнозу ex-post. Запропоновано напрями дослідження якості прогнозу за кількістю врахованих факторів, довжиною лагу та параметрами розглянутих нелінійних задач програмування. Визначено, що вибір означених параметрів у побудованому алгоритмі дозволяє мінімізувати похибку прогнозування для конкретного часового ряду та отримати кілька можливих варіантів розвитку системи. Розроблена модель динамічного факторного аналізу може мати широке практичне застосування, оскільки відкриває можливість оцінити вплив примусового змінення прогнозних значень одного або декількох показників на динаміку всієї системи в цілому. Обґрунтовано напрями побудови контрольованої багатовимірної моделі прогнозування для аналізу еволюції економічних динамічних систем різної природи. Отримання багатоваріантного прогнозу еволюції економічних систем виявляється особливо важливим при плануванні змін, як макроекономічних показників, так і при економічному аналізі розвитку окремих галузей та підприємств. Запропонований метод динамічного факторного аналізу систем часових рядів має певну універсальність і, у поєднанні з іншими методами економетрії, може бути використаний, наприклад, в екології, медицині, фізиці та інших областях науки і техніки.*

Ключові слова: *економетрика; прогнозування; фізична економіка; динамічні факторні моделі; часові ряди; динамічний факторний аналіз.*

Ольга Сергеевна КАТУНИНА
кандидат экономических наук, доцент кафедры экономико-математического моделирования,
ДВНЗ «Киевский национальный экономический университет им. Вадима Гетьмана», Украина,
e-mail: prommet@ukr.net, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7584-0037

ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Катунина, О. С. *Построение динамических факторных моделей для прогнозирования развития экономических систем*. Вестник социально-экономических исследований : сб. науч. трудов / Под ред. : М. И. Зверякова (глав. ред.) и др. Одесса : Одесский национальный экономический университет. 2019. № 1 (69). С. 118–127.

Аннотация. *В статье рассмотрено моделирование динамических экономических систем, эволюция которых описывается системой наблюдаемых переменных. Использована методология динамического факторного моделирования, построена математическая модель, которая объединяет подходы классического факторного и авторегрессионного анализа. Установлено, что системы динамических факторов описывают общую динамику выбранной группы экономических показателей. Предложен алгоритм построения динамической модели, в котором динамические факторы определяются последовательно при решении специальных задач нелинейного программирования. Первый фактор описывает движение всей системы в целом и характеризует общую тенденцию, поскольку для ее нахождения используется линейная комбинация исходных временных* *рядов. Другие факторы, построенные на основе остаточных рядов, учитывают отклонения индивидуальных показателей от их регрессионных оценок и описывают колебания временных рядов. Приведены основные расчетные соотношения построенной модели динамического факторного анализа. Для оценивания ошибки прогнозирования использован метод прогноза ex-post. Предложены направления исследования качества прогноза по количеству учитываемых факторов, длине лага и параметрам рассматриваемых задач нелинейного программирования. Определено, что выбор указанных параметров в построенном алгоритме позволяет минимизировать ошибку прогнозирования для конкретного временного ряда и получить несколько возможных вариантов развития системы. Разработанная модель динамического факторного анализа может иметь широкое практическое использование, поскольку открывает возможность оценивать влияние принудительного изменения прогнозных значений одного или нескольких показателей на динамику всей системы в целом. Обоснованы направления построения контролируемой многомерной модели прогнозирования для анализа эволюции экономических динамических систем различной природы. Получение многовариантного прогноза эволюции экономических систем является особенно важным при стратегическом планировании, как на макроэкономическом уровне, так и для отдельных отраслей и предприятий. Предложенный метод динамического факторного анализа систем временных рядов имеет определенную универсальность и совместно с другими эконометрическими методами может быть использован, например, в экологии, медицине, физике и других областях науки.*

Ключевые слова: *эконометрика; прогнозирование; физическая экономика; динамические факторные модели; временные ряды; динамический факторный анализ.*

Olga KATUNINA

PhD in Economics, Associate Professor, Department of Economics and Mathematical Modeling,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman, Ukraine, e-mail: prommet@ukr.net,
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7584-0037

CONSTRUCTION OF DYNAMIC FACTOR MODELS FOR FORECASTING OF ECONOMIC SYSTEMS EVOLUTION

Katunina, O. (2019). *Construction of dynamic factor models for forecasting of economic systems evolution.* Ed.: M. Zvieriakov (ed.-in-ch.) and others [Pobudova dynamichnykh faktornykh modelei dlia prohnozuvannia rozvytku ekonomichnykh system; za red.: M. I. Zvieriakova (gol. red.) ta in.], Socio-economic research bulletin; Vìsnik socìal'no-ekonomìčnih doslìdžen' (ISSN 2313-4569), Odessa National Economic University, Odessa, No. 1 (69), pp. 118–127.

Abstract. *The simulation of dynamic economic systems whose evolution is described by a system of observable variables is considered in the article. Methodology of dynamic factor modeling was used; mathematical model that combines approaches of classical factor and autoregressive analysis was built. It has been established that the systems of dynamic factors describe the general dynamics of the selected group of economic indicators. An algorithm for constructing a dynamic model, in which dynamic factors are determined sequentially in solving special problems of nonlinear programming, is proposed. The first factor describes the movement of entire system as a whole and characterizes the general trend, since a linear combination of original time series is used to find it. Other factors, which built on the basis of residual series take into account the deviations of individual indicators from their regression estimates and describe fluctuations of time series. The main calculated relationships of the constructed model of dynamic factor analysis are given. For estimate the prediction error, the ex-post forecast method was used. Directions for investigating of the forecast quality by the number of factors taken into account, the lag length, and considered nonlinear programming problems parameters are proposed. It was determined that the choice of these parameters in the constructed algorithm allows minimizing the prediction error for a specific time series and obtaining several possible options for the system development. The developed model of dynamic factor analysis can have a wide practical use, because it opens the possibility to evaluate the impact of forcing a change in the predicted values of one or several indicators on the entire system dynamics. The directions for constructing a controlled multidimensional forecasting model for evolution analyzing of economic dynamic systems of various natures are substantiated. Obtaining a multivariate forecast of economic systems evolution is particularly important in strategic planning both at the macroeconomic level and for individual industries and enterprises. The proposed method of dynamic factor analysis of time series systems has certain universality and, together with other econometric methods, can be used, for example, in ecology, medicine, physics and other fields of science.*

Keywords: *econometrics; forecasting; physical economic; dynamic factor models; time series; dynamic factor analysis.*

JEL classification: *C530; E270*

DOI: *https://doi.org/10.33987/vsed.1(69).2019.118-127*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Дослідження економічних процесів зазвичай виконується на основі побудови економетричних моделей, які формалізують реальні економічні системи [1, с.150; 2, с.17–23]. Таке відображення дійсності повинно визначати основні закономірності їх розвитку. Це досягається встановленням зв'язків між економічними показниками, які включають синхронні результати спостережень їх зміни, поданих у вигляді часових рядів (ЧР). При аналізі систем з великою кількістю показників на перший план висуваються багатофакторні [3, с.1238; 4, с.770] та динамічні факторні моделі (ДФМ) [5, с.3], які поєднують класичний факторний аналіз з авторегресійними схемами. Застосування таких моделей для дослідження конкретних динамічних економічних систем (ДЕС) потребує певної модифікації і вдосконалення існуючих методик, що складає зміст окремої проблеми фізичної економіки [6, с.12; 7, с.3].

Аналіз досліджень і публікацій останніх років. Наведені у статті результати дослідження актуальної проблеми економічної теорії ґрунтуються на дослідженнях автора, критичному аналізі та певному узагальнені результатів наукових доробок вітчизняних та іноземних вчених серед яких: Г. Г. Канторович, С. Д. Дзюбик, О. П. Ривак, В. В. Вітлінський, Ю. В. Коляда, А. В. Матвійчук, Г. Банковий (G. Bankovy), Дж. Велижки (J. Veliczky), М. Зерманн (M. Ziermann), Дж. Баі (J. Bai), Дж. Х. Сток (J. H. Stock), М. В. Ватсон (M. W. Watson), Х. Хакен (H. Haken), Дж. Бокс, Г. Дженкинс (Box G. E. P., Jenkins G. M.) та ін. Підхід ДФА був розроблений для обробки великих панельних ЧР, і кожен ЧР представляється сумою загального та ідіосинкразійного компонента. Загальна складова ЧР визначається декількома основними некорельованими і неспостережуваними загальними факторами, які можна отримати завдяки застосуванню лінійного фільтру до набору даних (можливо із запізненням). При цьому узагальнена ДФМ використовує динамічну коваріаційну структуру даних і співвідношення між різними змінними в різних точках одночасно. Це суттєво відрізняє такий підхід від моделі прогнозу, яка запропонована Дж. Стоком і М. Уотсоном (J. Stock and M. Watson) у [8, с.3] і ґрунтується на проектуванні на стягнутий простір статичних головних компонентів даних.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Незважаючи на велику кількість досліджень, присвячених ДФМ, розробка альтернативних, ефективних і практично зручних методик їх побудови залишається актуальною. Це обумовлено тим, що саме питання визначення параметрів моделей і їх впливу на якість прогнозу є відкритим і потребує додаткових досліджень.

Постановка завдання. Розглядається ДЕС, що характеризується k показниками $y_j = y_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, k$, поданих у вигляді ЧР, під якими зазвичай розуміють деякі числові послідовності вигляду

$$y_j(t) = \left\{ y_j(t_1), y_j(t_2), \dots, y_j(t_i), \dots, y_j(t_n) \right\}, (i = 1, 2, \dots, n), \tag{1}$$

де n – кількість точок спостереження t_j з часового проміжку $[0, T], T = t_n$, на якому розглядається еволюція системи, і t_j, зазвичай, визначаються з кроком $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. Стан системи задається панельними даними, які утворюють матрицю спостережень

$$Y = \left\| y_{ij} \right\| = \left\| \begin{matrix} y_1(t_1) & y_2(t_1) & \dots & y_k(t_1) \\ y_1(t_2) & y_2(t_2) & \dots & y_k(t_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(t_n) & y_2(t_n) & \dots & y_k(t_n) \end{matrix} \right\|. \tag{2}$$

Для аналізу панельних даних в економетриці застосовували системи одночасних рівнянь, але було встановлено, що вони мають істотні теоретичні обмеження [8, с.3]. В альтернативному підході як модель опису динаміки сукупності ЧР на практиці використовують векторну авторегресію (VAR) [9, с.118]. У ній, як і у звичайних $AR(L)-$ схемах (L – тривалість запізнення), або більш досконалих моделях з рухомим середнім типу $ARMA$ [10, с.1], поточні рівні ЧР залежать від їх попередніх значень.

Матриця $\|y_{ij}\|$ може мати дуже велику розмірність, оскільки панельні дані, що містять різноманітні економічні показники і регулярно публікуються у світових економічних виданнях, можуть складатися з декількох тисяч елементів. За великої кількості змінних вказані моделі стають неефективними, а при перевищенні кількості змінних над кількістю спостережень їх застосування взагалі неможливо. Це стимулювало розробку нових статистичних моделей для обробки інформації з великою кількістю даних з використанням дифузних індексів [8, с.7; 11, с.1]. Цей напрямок отримав назву динамічного факторного аналізу (ДФА), а визначаюча його ідея ґрунтується на припущенні, що динаміка початкових економічних змінних (показників) може бути адекватно описана кількома неспостережуваними змінними. Отже, інформація, притаманна панельним даним, може бути сконцентрована в ДФМ значно меншого розміру.

Далі припустимо, що існує деяка функція багатьох змінних

$$\Psi(y_j) = \Psi(y_j(t)) = \Psi(t), \; j = 1, 2, \dots, k, \tag{3}$$

яка описує стан системи у довільний момент часу і задана в k - вимірному векторному просторі, що утворює множина ЧР $\{y_j(t)\}$. Задача полягає в скороченні кількості змінних у моделі (3), тобто потрібно, виходячи з рівняння (3), зменшити кількість змінних і знайти наближену залежність типу

$$\Psi(y_j) = \Psi\left(F_m(y_j)\right) \approx \Phi(F_m), \text{ де } m = 1, 2, \dots, M \text{ и } M < k, \tag{4}$$

яка з певною точністю описує еволюцію ДЕС.

Функції багатьох змінних $F_m(y_j)$ на відміну від неспостережуваних змінних отримали назву факторів. Фактично, це загальні збурення, які відображають спільні рухи показників і дозволяють вельми економно моделювати і прогнозувати поведінку значної кількості первинних змінних. Таким чином, метою статті є практична побудова ефективної ДФМ для визначення еволюції ДЕС різної природи.

Виклад основного матеріалу дослідження. Із введенням факторів реалізується перехід від початкової системи ЧР до нової ДФМ системи. За певних умов функцію $\Psi(y_j)$ багатьох змінних можливо розкласти в ряд Тейлора

$$\Psi(y_1, y_2, .., y_k) = \Psi_0 + \sum_{j=1}^{k} \frac{\partial \Psi}{\partial y_j} y_j + \sum_{j,l=1}^{k} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y_j \partial y_l} y_j y_l + \dots \tag{5}$$

Тоді, обмежуючись першими доданками, матимемо лінійну апроксимацію

$$\Psi(y_1, y_2, .., y_k) \approx \Psi_0 + \sum_{j=1}^{k} \frac{\partial \Psi}{\partial y_j} y_j, \tag{6}$$

яку, нехтуючи сталим доданком, позначимо

$$F_1 = a_1^{(1)} y_1 + a_2^{(1)} y_2 + \dots + a_k^{(1)} y_k. \tag{7}$$

Функцію $F_1(y_1, y_2, ..., y_k)$ будемо називати першим динамічним фактором. З порівняння (6) і (7) випливає, що коефіцієнти $a_j^{(1)} = \partial\Psi / \partial y_j$. Оскільки функція Ψ невідома, то коефіцієнти $a_j^{(1)}$ потребують визначення.

За допомогою лінійної регресії всі ЧР можливо виразити через цей фактор і для кожного ряду отримати оцінки вихідних ЧР

$$\hat{y}_1(t) = b_1^{(1)} + c_1^{(1)} F_1(t),\ \hat{y}_2(t) = b_2^{(1)} + c_2^{(1)} F_1(t),\ \ldots,\ \hat{y}_k(t) = b_k^{(1)} + c_k^{(1)} F_1(t), \tag{8}$$

які із врахуванням виразу для фактора (7) запишуться у вигляді:

$$\hat{y}_1(t) = b_1^{(1)} + c_1^{(1)} \sum_{j=1}^{k} a_j^{(1)} y_j(t),\ \hat{y}_2(t) = b_2^{(1)} + c_1^{(2)} \sum_{j=1}^{k} a_j^{(1)} y_j(t),\ \ldots,\ \hat{y}_k(t) = b_k^{(1)} + c_k^{(1)} \sum_{j=1}^{k} a_j^{(1)} y_j(t). \tag{9}$$

Зауважимо, що в оцінках (8), (9) і надалі в рівняннях регресій, як буде зрозуміло з подальшого, випадкову похибку можна не враховувати.

Визначаючи точкові відхилення (нев'язки) початкових ЧР (1) від їх оцінок (8), (9) $\hat{y}_j(t_i) - y_j(t_i) = b_j^{(j)} + c_j^{(j)} F_1(t_i)$, отримаємо нові ЧР, які будемо називати резідуальними рядами першого наближення:

$$r_1^{(1)} = b_1^{(1)} + c_1^{(1)} \sum_{j=1}^{k} \left[a_j^{(1)} - \delta_{j1} \right] y_j(t),\ r_2^{(1)} = b_2^{(1)} + c_2^{(1)} \sum_{j=1}^{k} \left[a_j^{(1)} - \delta_{j2} \right] y_j(t),\ \ldots,$$

$$r_k^{(1)} = b_k^{(1)} + c_k^{(1)} \sum_{j=1}^{k} \left[a_j^{(1)} - \delta_{jk} \right] y_j(t), \tag{10}$$

де δ_{ij} – символ Кронеккера-Копеллі.

Для отриманих рядів повторюємо вказану процедуру і вводимо у розгляд другий фактор F_2, але цього разу як лінійну комбінацію резідуальних рядів $r_j^{(1)}$ першого наближення

$$F_2 = a_1^{(2)} r_1^{(1)} + a_2^{(2)} r_2^{(1)} + \ldots + a_k^{(1)} r_k^{(1)}. \tag{11}$$

Далі записуємо їх регресійні оцінки

$$\hat{r}_1^{(1)}(t) = b_1^{(2)} + c_1^{(2)} F_2(t),\ \hat{r}_2^{(1)}(t) = b_2^{(2)} + c_2^{(2)} F_2(t),\ \ldots,\ \hat{r}_k^{(1)}(t) = b_k^{(2)} + c_k^{(2)} F_2(t), \tag{12}$$

або

$$\hat{r}_1^{(1)}(t) = b_1^{(2)} + c_1^{(2)} \sum_{j=1}^{k} a_j^{(2)} r_j^{(1)}(t),\ \hat{r}_2^{(1)}(t) = b_2^{(2)} + c_1^{(2)} \sum_{j=1}^{k} a_j^{(2)} r_j^{(1)}(t),\ \ldots,$$

$$\hat{r}_k^{(1)}(t) = b_k^{(2)} + c_k^{(2)} \sum_{j=1}^{k} a_j^{(2)} r_j^{(1)}(t), \tag{13}$$

і складемо нові ЧР – резідуальні ряди другого порядку:

$$r_1^{(2)} = b_1^{(2)} + c_1^{(2)} \sum_{j=1}^{k} \left[a_j^{(2)} - \delta_{j1} \right] r_j^{(1)}(t),\qquad r_2^{(2)} = b_2^{(2)} + c_2^{(2)} \sum_{j=1}^{k} \left[a_j^{(2)} - \delta_{j2} \right] r_j^{(1)}(t),\qquad \ldots,$$

$$r_k^{(2)} = b_k^{(2)} + c_k^{(2)} \sum_{j=1}^{k} \left[a_j^{(2)} - \delta_{jk} \right] r_j^{(1)}(t). \tag{14}$$

Продовжуючи цю процедуру, на m-му кроці будемо мати

$$F_m = a_1^{(m)} r_1^{(m-1)} + a_2^{(m)} r_2^{(m-1)} + \ldots + a_k^{(m)} r_k^{(m-1)}, \tag{15}$$

$$\hat{r}_1^{(m)}(t) = b_1^{(m)} + c_1^{(m)} F_m(t)\,,\ \hat{r}_2^{(m)}(t) = b_2^{(m)} + c_2^{(m)} F_m(t)\,,\ \ldots,\ \hat{r}_k^{(m)}(t) = b_k^{(m)} + c_k^{(m)} F_m(t)\,. \tag{16}$$

У результаті отримуємо загальну оцінку початкового j-го ЧР

$$y_j(t) \approx \hat{y}_j(t) + \hat{r}_j^{(1)}(t) + \hat{r}_j^{(2)}(t) + \ldots + \hat{r}_j^{(m)}(t)\,,$$

або

$$y_j(t) \approx b_j^{(1)} + b_j^{(2)} + \ldots + b_j^{(m)} + c_1^{(1)} F_1(t) + c_1^{(2)} F_2(t) + \ldots + c_1^{(m)} F_m(t)\,. \tag{17}$$

Отримані рівності визначають багатофакторну модель початкової системи ЧР. Вона містить три групи коефіцієнтів, які складаються з $k \times m$ невідомих: групу коефіцієнтів у представлених факторів $a_j^{(1)}, a_j^{(2)}, \ldots, a_j^{(m)}$, групу «нульових» (по аналогії із степеневим рядом) коефіцієнтів $b_j^{(1)}, b_j^{(2)}, \ldots, b_j^{(m)}$ і групу коефіцієнтів $c_j^{(1)}, c_j^{(2)}, \ldots, c_j^{(m)}$ в оцінках рядів.

Описана модель фіксує оцінки рядів у задані моменти часу і тому є статичною. Динамічні зміни в системі звичайно враховують авторегресійними схемами $AR(L)$, VAR і $ARMA$, застосовуючи їх до початкової системи ЧР. У розробленій моделі такі схеми застосовуються до факторів, тобто вводиться у розгляд група динамічних рівнянь авторегресійних оцінок кожного фактора

$$\hat{F}_m(t) = d_{0m} + \sum_{l=1}^{L} d_{lm} F_m(t-l)\,,\ m = 1, 2, \ldots, M\,, \tag{18}$$

де d_{0m}, d_{lm} – додаткова група коефіцієнтів, L − максимальна довжина запізнювання (лаг), і M – загальна кількість утриманих факторів.

Модель буде повністю визначена, коли всі коефіцієнти апроксимацій, регресій та авторегресій будуть знайдені. Для їх знаходження можливо застосування різних методів, наприклад, класичний МНК. Як і в попередніх роботах [12; 13] у розробленій методиці невідомі коефіцієнти знаходяться при послідовному розв’язанні за спеціальним алгоритмом, викладеним в [12], M задач на умовний екстремум:

$$\Phi_m = w_0 \left\langle F_m - \hat{F}_m, F_m - \hat{F}_m \right\rangle_L + \sum_{i=1}^{k} w_i \left\langle y_i - \hat{y}_i, y_j - \hat{y}_j \right\rangle \to \min \tag{19}$$

за додаткових умов нормування

$$\left\langle F_m, F_m \right\rangle = V_m\,, \tag{20}$$

У формулах (19)-(20) $w_i\ (i = 0, 1, \ldots, k)$ − додатні вагові коефіцієнти, V_m − нормалізуючі додатні константи і використано запис формальної коваріації числових векторів

$$\left\langle y_i, y_j \right\rangle = \operatorname{cov}\left(y_i, y_j\right) = \frac{1}{p-1} \sum_{s=1}^{p} (y_{is} - \bar{y}_i)(y_{js} - \bar{y}_j)\,,$$

де $\bar{y}_i = (1/p)\sum_{s=1}^{p} y_{is}$, $\bar{y}_j = (1/p)\sum_{s=1}^{p} y_{js}$ − емпіричні середні.

Для отримання прогнозних значень приймається допущення про динамічну інваріантність системи. Це означає, що рівняння (17), (18) застосовні й в «майбутньому», тобто для значень часу $t > T$. Тоді, після знаходження прогнозних значень факторів за допомогою рівнянь (17) для відповідних значень t, можна побудувати прогноз для кожного окремого ряду, якщо у цих рівняннях замість оцінок факторів використовувати їх прогнозні значення

$$\hat{\hat{y}}_i(t) = d_{i01}(t) + d_{i02}(t) + \ldots + d_{i0M}(t) + \sum_{m=1}^{M} d_{im}(t)\hat{\hat{F}}_m(t), i = 1,2,\ldots,k; t > T. \qquad (21)$$

Після побудови динамічних моделей завжди виникає завдання оцінки і обґрунтування їх достовірності, і тому важливий етап становить їх верифікація. У сучасній практиці аналізу ЧР використовується ретроспективна оцінка прогнозу, так званий «ex-post прогноз», який фактично є деякою імітацією процесу прогнозування. У цьому випадку для оцінки якості моделі застосовують усічені ЧР, і результати отриманого «прогнозу» за даними скороченої системи спостережень порівнюються з їх фактичними значеннями. Зауважимо, що можливість застосування моделі, визначеної в процесі ex-post прогнозу (в даному випадку значення коефіцієнтів), у прогнозному часовому інтервалі фактично лишається нічим необґрунтованою.

Якість запропонованої ДФМ буде визначатися параметрами задачі нелінійного програмування, розв'язання якої залежить від обраних значень ваг w_0, w_i, констант нормування V_m, довжини лагу L, а також від співвідношення $\eta = T_1 / T$ між базовим T і контрольним T_1 періодами в ex-post прогнозі, і похибки будуть функціями їх значень. Одержати явну залежність похибок від вказаних параметрів неможливо, і тому для їх визначення пропонується наступна процедура налаштування моделі.

Для конкретної системи обирається деякий показник, діапазони змін відповідних ваг та констант нормування, розміри лагу та довжина базового періоду і обчислюються значення похибок на контрольному періоді. Після цього відповідно до обраного критерію оцінки якості прогнозу в контрольному періоді приймаються ті значення параметрів, для яких похибка для цього ЧР буде мінімальною. Якщо в обраному діапазоні змін параметрів знайдена похибка виявиться незадовільною, діапазон змін змінюється і розрахунки повторюються доки не буде досягнуто бажаний рівень похибки. Таким чином, у дослідника з'являється можливість активно втручатися в процес побудови моделі, змінюючи її параметри і показник, для якого визначається похибка.

При первинному аналізі системи визначити, який із показників найбільш суттєво впливає на динаміку системи в цілому досить важко. Хоча в економічному аналізі використовують поняття «визначаючих економічних показників (Leading economic indicators), під якими розуміють показники, які мають випереджаючу тенденцію до зростання або зниження порівняно з іншими показниками, ніякої гарантії, що вони насправді визначають динаміку системи, дати неможливо.

У викладеному алгоритмі для знаходження параметрів моделі може обиратися довільний показник, і тоді прогнозні значення при налаштуванні системи на різні показники будуть утворювати деяку скінченну множину. У рекурсивному процесі для системи, яка складається з k ЧР (показників), після першого кроку для j-го показника матиме скінчену множину $\Omega_j = \left\{ \hat{\hat{y}}_{j,1}(T+\Delta t), \hat{\hat{y}}_{j,2}(T+\Delta t), \ldots, \hat{\hat{y}}_{j,k}(T+\Delta t) \right\}$ прогнозних значень. Жодне з цих k значень *a priori* не матиме переваги над іншими, і отже система може розвиватися по k напрямкам, тобто виникає мультиваріантність прогнозу. Якщо врахувати всі можливі варіанти, то на наступному кроці рекурсивного прогнозу виникне вже k^2 прогнозних значень, і, таким чином, кількість напрямків можливого розвитку динамічної системи із збільшенням прогнозного періоду швидко зростатиме.

При значній кількості показників і, отже, можливих варіантів розвитку системи, після першого кроку для визначення подальшого руху природно в якості прогнозних значень кожного показника прийняти їх середнє арифметичне $\hat{\hat{y}}_j(T+\Delta t)=(1/k)\sum_{к=1}^{k}\hat{y}_{j,к}(T+\Delta t)$ або середнє квадратичне значення, а межі інтервалів зміни прогнозних значень визначати їх мінімальними і максимальними значеннями.

У побудованій динамічній факторній моделі при аналізі системи з'являється можливість керування прогнозними значеннями, розглядаючи такі задачі наступним чином. Припустимо, що для деякої системи з k показників методом *ex-post* прогнозу побудована відповідна модель і з її допомогою отримано прогноз зміни показників на деякий період. При рекурсивній процедурі виявляється можливим штучно внести в прогнозні значення одного або декількох показників певні зміни, наприклад різку зміну його значень, і побудувати нові прогнози. Тоді порівняння отриманих «первинних» і «нових» прогнозних значень дозволить оцінити вплив введених змін на динаміку системи та інші показники.

Розроблена модель динамічної факторної системи реалізована у вигляді комплексу обчислювальних програмам і може бути застосована при розгляді різноманітних економічних систем. Приклади її застосування наведено в статтях за участю автора, і, зокрема, в роботі [13] продемонстрована її висока ефективність при аналізі динаміки основних світових біржових індексів.

Висновки і перспективи подальших розробок. З ідеології побудови моделей у методі ДФА випливає, що вся інформація про зміну розвитку системи міститься в базових ЧР. Тому при відсутності різкої зміни значень деяких показників у доступному періоді спостережень передбачати різку зміну динаміки системи стає принципово важко. На жаль, поєднання корекції прогнозних даних із застосуванням запропонованої оцінки прогнозних інтервалів надає можливість тільки вказати на можливі шляхи розвитку ДЕС. Питання, по якому шляху буде в дійсності розвиватися система, потребує додаткових досліджень, застосування спеціальних методів, і розробки нових підходів. Оскільки даних з «майбутнього» не може існувати в принципі, то важливу роль в цьому напрямку будуть відігравати висновки експертів, використання певних відомих аналогій з динаміки економічних об'єктів у минулому та в інших економічних системах, макроекономічний аналіз більш широких ДЕС і, нарешті, залучення логіки та інтуїції.

Варто зауважити, що отримання мультиваріантного прогнозу еволюції економічних систем виявляється особливо важливим при плануванні розвитку, як макроекономічних показників, так і при економічному аналізі динаміки окремих галузей або окремих підприємств. Крім того, запропонований метод факторного аналізу систем ЧР має певну універсальність, і в поєднанні з іншими методами економетричного моделювання може бути використаний, наприклад, в екології, медицині, фізиці та інших областях науки і техніки.

Для побудови системи моделей ДФА доцільно розробити універсальні підходи до визначення гіперпараметрів. Отже, еволюційний підхід, на якому базується ДФА, може бути ефективно розвиненим застосуванням інструментарію машинного навчання для дослідження і прогнозування статичних та динамічних закономірностей розвитку економічних систем. За інтелектуальними модельними технологіями Data Science та Machine Learning на базі потужних аналітичних платформ, зокрема, R, Python, Azure ML, Alteryx Analytics, бібліотек NumPy, Scikit-learn, Pandas, H2O, Keras тощо, обґрунтовуватимуться багатоаспектні параметри складності досліджуваних процесів розвитку та життєздатності для економічних систем у фінансовому секторі, сферах промислового виробництва, транспорту, енергетики, АПК.

Література

1. Лук'яненко І. Г., Віт Д., Прімєрова О. К. та ін. *Системний аналіз формування державної політики в умовах макроекономічної дестабілізації* / За ред. І. Г. Лук'яненко. Київ : НУ «Києво-Могилянська академія», 2017. 463 с.
2. Вітлінський В. В. *Моделювання економіки* : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2003. 408 с.

3. Peña D., Poncela P. *Nonstationary dynamic factor analysis*. Journal of Statistical Planning and Inference. 2006. Vol. 136. Issue 4. Pp. 1237–1257. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jspi.2004.08.020.
4. Bai J., Ng S. *Large dimensional factor analysis*. Foundations and trends in econometrics. 2008. Vol. 3. No. 2. Pp. 89–163. DOI: https://doi.org/10.1561/0800000002.
5. Ajevskis V., Dāvidsons G. *Dynamic factor models in forecasting Latvia's Gross domestic product* / Department of the Bank of Latvia, 2008. Vol. 2, 24 p.
6. Дербенцев В. Д., Сердюк О. А., Соловйов В. М., Шарапов О. Д. *Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем.* Черкаси : Брама-Україна, 2010. 287 с.
7. Чернавский Д. С., Старков Н. И., Малков С. Ю., Коссе Ю. В., Щербаков А. В. *Об эконофизике и её месте в современной теоретической экономике*. Успехи физических наук. 2011. № 181. С. 767–773. DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0181.201107i.0767.
8. Stock J. H., Watson M. W. *Forecasting with many predictors*. Ch. 6 in Handbook of Economic Forecasting / Ed. by Graham Elliott, Clive W. J. Granger and Allan Timmermann. Elsevier. 2006. Pp. 515–554. DOI: https://doi.org/10.1016/S1574-0706(05)01010-4.
9. Lipovina-Božović M. *A comparison of the VAR model and the PC factor model in forecasting inflation in Montenegro*. Economic annals. 2013. Vol. LVIII, No. 198. Pp. 115–136. DOI: https://doi.org/10.2298/EKA1398115L.
10. Ye Hua. *Macroeconomic forecasting using large vector auto regressive model*. Master Thesis in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Economics and Management Science. Berlin, July 15th, 2011. 40 p.
11. Stock J. H., Watson M. W. *Macroeconomic forecasting using diffusion indexes*. Journal of Business & Economic Statistics. American Statistical Association. 2002. Vol. 20, No. 2. Pp. 147–162. DOI: https://doi.org/10.1198/073500102317351921.
12. Катуніна О. С. *Прогнозування процесів насичення ринку на базі динамічних факторних моделей.* Моделювання та інформаційні системи в економіці. 2014. Вип. 90. С. 106−125.
13. Катунина О. С. *Моделирование динамики мировых фондовых индексов*. Бизнес Информ. 2017. № 11. С. 197–202.

References

1. Lukyanenko, I. G., Vit, D., Primerova, O. K. at al. (2017). *System analysis of the state policy formation in macroeconomic destabilization conditions* [Systemnyi analiz formuvannia derzhavnoi polityky v umovakh makroekonomichnoi destabilizacii; za red. I. G. Lukyanenko], Natsionalnyi universytet «Kyievo-Mohilianska akademiia», Kyiv, 463 s., available at: http://ekmair.ukma.edu.ua/handle/123456789/12348 [in Ukrainian]
2. Vitlinsky, V. V. (2003). *Economics simulation* [Modeliuvannia ekonomiky], KNEU, Kyiv, 408 s. [in Ukrainian]
3. Peña, D., Poncela, P. (2006). *Nonstationary dynamic factor analysis*. Journal of Statistical Planning and Inference, No. 136, pp. 1237–1257. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jspi.2004.08.020.
4. Bai, J., Ng, S. (2008). *Large dimensional factor analysis*. Foundations and Trends in Econometrics, Vol. 3, No. 2, pp. 89–163. DOI: https://doi.org/10.1561/0800000002.
5. Ajevskis, V., Dāvidsons, G. (2008). *Dynamic factor models in forecasting Latvia's Gross domestic product*. Department of the Bank of Latvia, Vol. 2, 24 p.
6. Derbentsev, V. D., Serdyuk, O. A., Solovyov, V. M., Sharapov, O. D. (2010). *Synergetic and econophysical methods for studying the dynamic and structural characteristics of economic systems* [Sinerhetychni ta ekonofizychni metody doslidzhennia dynamichnykh ta strukturnykh kharakterystyk ekonomichnykh system], Brama-Ukraina, Cherkasy, 287 p. [in Ukrainian]
7. Chernavsky, D. S., Starkov, N. I., Malkov, S. Yu., Kosse Yu. V., Shcherbakov, A. V. (2011). *On the econophysics and its place in the modern theoretical economics* [Ob ekonomfizike i eye meste v sovremennoy teoreticheskoy ekonomike], Uspekhi Fizicheskikh Nauk, No. 181, s. 767–773, DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0181.201107i.0767 [in Russian]
8. Stock, J. H., Watson, M. W. (2006). *Forecasting with many predictors*. Ch. 6 in Handbook of Economic Forecasting. Ed. by Graham Elliott, Clive W. J. Granger and Allan Timmermann Elsevier, pp. 515–554. DOI: https://doi.org/10.1016/S1574-0706(05)01010-4.
9. Lipovina-Božović, M. (2013). *A comparison of the VAR model and the PC factor model in forecasting inflation in Montenegro*, Economic annals, Vol. LVIII, No. 198, pp. 115–136. DOI: https://doi.org/10.2298/EKA1398115L.

10. Ye, Hua (2011). *Macroeconomic forecasting using large vector auto regressive model*. Master Thesis in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Economics and Management Science, Berlin, July 15th, 40 p.
11. Stock, J. H., Watson, M. W. (2002). *Macroeconomic forecasting using diffusion indexes,* Journal of Business & Economic Statistics, American Statistical Association, Vol. 20, No. 2, pp. 147–162. DOI: https://doi.org/10.1198/073500102317351921.
12. Katunina, O. S. (2014). *Forecasting of market saturation processes based on dynamic factor models*. [Prohnozuvannia protsesiv nasychennia rynku na bazi dynamichnykh faktornykh modelei], Modeliuvannia ta informatsiini systemy v ekonomitsi, KNEU, Kyiv, Vyp. 90, s. 106–125 [in Ukrainian]
13. Katunina, O. S. (2017). *Modeling the dynamics of the world stock indices* [Modelirovanie dinamiki mirovykh fondovykh indeksov], Biznes Inform, No. 11, s. 197–202 [in Russian]

Стаття надійшла до редакції 12.02.2019. Прийнята до друку 27.02.2019.