

СИСТЕМНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕМПІРИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ СТАТИСТИК КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ЗАХИЩЕНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Згідно мети, яка винесена в заголовок, проведене системне дослідження емпіричних розподілів статистик кореляційного аналізу (КА) при спостереженні багатовимірного нормального закону стосовно можливості синтезу сигнатур сигналів для захищених інформаційних систем. Дослідження показали, що розподіли ансамблів синтезованих сигнатур, які показані у доповіді, добре узгоджуються з теоретичними граничними розподілами з класичного КА. Дослідження підтвердили ефективність методики виконаних досліджень та практичну цінність синтезованих сигнатур.

Дослідження розподілів розглянутих статистик КА разі багатовимірних законів, що відрізняються від нормального в достатньо широких межах, показали, що значущої зміни граничних розподілів статистик не відбувається. Емпіричні розподіли відмічених статистик добре описуються граничними законами, отриманими в класичному КА в припущенні про нормальність спостережуваного вектора. Показується, що це істотно розширює сферу коректного застосування методів класичного КА в практичних додатках. Тут же показується, що розподіли відмічених статистик не торкаються завдань перевірки гіпотез про коваріаційні матриці багатовимірного закону. В доповіді відмічено, що є підстави вважати, що граничні розподіли статистик, використовуваних при перевірці таких гіпотез, істотно залежать від спостережуваного багатовимірного закону. Принаймні, моделювання розподілів аналогічних статистик в одновимірному випадку показало, що граничні розподіли цих статистик сильно залежать від спостережуваного закону, тоді як на розподілах статистик, обчислених при перевірці гіпотез інших виглядів при відомій і невідомій дисперсії, відхилення від нормальності спостережуваного одновимірного закону в порівнянні з попереднім випадком позначаються незначно. Таким чином, в доповіді показане рішення завдання по моделюванню закону з математичним очікуванням і коваріаційною матрицею, дійсні значення яких уточнюються в процесі дослідження багатовимірного датчика (системи, сигнатури). Показано, що цього було достатньо для цілей дослідження. В доповіді демонструється розрахований вид функцій щільності при ідеальних умовах, тобто у разі моделювання двовимірних векторів при $\lambda = 2$ (щільність нормального закону) і при $\lambda = 10$. У другому

випадку отриманий плосковершинний розподіл (досліджуваний варіант) істотно відрізняється від нормального і цьому дається пояснення.

В доповіді наводяться результати розрахунку розподілу статистики при нормальному законі; розподіл статистики T^2 при багатовимірному законі; розподіли статистики z_0 для парного коефіцієнта кореляції при багатовимірному законі; розподіл статистики z_0 для часткового коефіцієнта кореляції при багатовимірному законі; функції гамма-розподілу. У вигляді таблиці показані усереднені по 50-ти змодельованих вибірках статистики значення параметрів моделі гамма-розподілу, що апроксимують розподіл статистики у разі багатовимірних законів величин, які моделювалися при різних значеннях параметра датчика (тобто сигнатури) λ ($\lambda=2$ відповідає нормальному закону). Розмірність модельованих багатовимірних величин – $m=3$.

В доповіді показано, що значення параметрів у разі спостереження нормального закону сходяться до значень 2 і 1,5 відповідно. Це відповідає відомому χ^2_3 -розподілу. У вигляді малюнку показані розраховані функції розподілу статистики при законах, що моделювалися.

При перевірці аналогічної гіпотези при невідомій коваріаційній матриці граничним розподілом статистики є $F_{m,n-m}$ -розподіл. Даному випадку при розмірності вектора $m=3$ і обсязі вибірки $n = 30$ відповідає бета-розподіл

2-го роду, щільність якого має вигляд
$$f(x) = \frac{\theta_2}{B(\theta_0, \theta_1)} \frac{[\theta_2(x - \mu)]^{\theta_0 - 1}}{[1 + \theta_2(x - \mu)]^{\theta_0 + \theta_1}}$$
 з ма-

сштабним параметром $\theta_2 = \frac{n-m}{m}$ та параметрами форми $\theta_0 = \frac{m}{2}$ і $\theta_1 = \frac{n-m}{2}$.

Представлені у вигляді таблиці усереднені по 50-ти змодельованим вибіркам значення параметрів бета-розподілу (при $m=3$ і $n=0$) показують аналогічну картину збіжності.

Значення параметрів бета-розподілу у разі спостереження нормального закону сходяться до значень $\theta_0 = 1,5$, $\theta_1 = 13,5$ та $\theta_2 = 9$, що відповідає F -розподілу Фішера з числом мір свободи 3 і 27. Відмінність (або збіг) чотирьох бета-розподілів, поданих у вигляді таблиці, має такий же порядок, як у розподілів, які демонструються під час доповіді у вигляді малюнків.

Література

1. Волков С.Л. Метод швидкого розрахунку взаємкореляційних властивостей числових послідовностей з використанням ізоморфних коефіцієнтів / Захист інформації. – №1(42), 2009. – К.: ДУІКТ. – С.92-96.