УДК 681.518 (075.8)

Н.Ф. Казакова, к.т.н., Одеський національний економічний університет
А.О. Петров, к.т.н., Східноукраїнський національний університет ім.В.Даля

МОДЕЛІ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПРО ВІДНОВЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ

МОДЕЛИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

MODELS SOLVING THE PROBLEM ABOUT RECOVERY INFORMATION

Анотація. *Розглядаються та аналізуються моделі розв'язання задач відновлення інформації, яка може бути отримана системами моніторингу стану об'єктів інформаційних систем. Метою зазначеного є підвищення точності систем моніторингу. Наводяться достоїнства та недоліки моделей.*
Ключові слова: модель, моніторинг, відновлення інформації, точність.

Аннотация. *Рассматриваются и анализируются модели решения задач восстановления информации, которая может быть получена системами мониторинга состояния объектов информационных систем. Целью указанного является повышение точности систем мониторинга. Приводятся достоинства и недостатки моделей.*
Ключевые слова: модель, мониторинг, восстановление информации, точность.

Abstract. *Reviewed and analyzed by the model solving recovery. Information obtained watchdog objects of information systems. The goal is to improve the accuracy of monitoring systems. Listed the advantages and disadvantages of models.*
Keywords: model, monitoring, recovery of information, accuracy.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями. Інформаційне забезпечення інформаційно-комунікаційних систем (ІКС) однією зі своїх складових містить положення про розробку методів моніторингу, оптимізації та прогнозування стану об'єктів [1…3]. Тому важливою проблемою інформаційного забезпечення є задача підвищення точності систем моніторингу. Одним зі шляхів підвищення точності є відновлення інформації, що поступає з первинних датчиків контролю, які можуть бути реалізовані як у вигляді технічних пристроїв, так і у вигляді програмно-апаратних систем. В загальному випадку задача відновлення інформації може бути виражена через операторне рівняння вигляду:

$$Ay = f\,, \tag{1}$$

де A – компактний лінійний оператор; y – функція, яка має своєю метою рішення математично оберненої задачі відновлення інформації про стан об'єктів інформаційно-керуючих систем; f – функція, побудована по результатах експерименту.

Оскільки обернений оператор A^{-1}, згідно [4], існувати не може, або є необмеженим [5], то задача є некоректною. Це дозволяє зробити висновок про те, що існує неєдиний її розв'язок або він є нестійким. Приклад такого випадку – вироджена або погано обумовлена система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) (1).

Труднощі, що виникають при розв'язанні вироджених та погано обумовлених СЛАР, добре відомі у практичних задачах, які стосуються цифрової обробки сигналів. Це пояснюється тим фактом, що при цифровій обробці обчислення виконуються зі скінченою точністю. Природно, що у цьому випадку не можна встановити, чи є задана система рівнянь вироджeною або погано обумовленою. Звідси випливає, що погано обумовлені та вироджені системи можуть бути нерозрізненими в рамках заданої точності. Таким чином, постановкою завдання та **метою статті** є аналіз моделей розв‘язання задач відновлення інформації, яка може бути отримана системами моніторингу стану об‘єктів інформаційних систем з метою підвищення точності даних та огляд їх достоїнств та недоліків.

Рішення прикладних задач щодо відновлення інформації у системах моніторингу, базуються на розв'язанні інтегрального рівняння Фредгольма I роду. При цьому використовуються різноманітні методи, які передбачають введення регуляризуючих параметрів. До них відносяться методи, зазначені у приведеному нижче аналізі досліджень та публікацій. Однак існуючі методи знаходження параметра регуляризації далеко не завжди забезпечують знаходження оптимального параметру регуляризації, при якому похибка розв'язку може бути мінімальною. Саме про одну з таки задач, яка є раніше **невирішеною частина загальної проблеми,** мова йде у статті.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Дотепер розроблений широкий спектр різних підходів до розв'язання некоректних задач. Методи розв'язання некоректних задач отримали інтенсивний розвиток в 60-ті роки XX ст. Основою для досліджень в даній області є праці наукової школи А.М. Тихонова, яка створила математичну теорію некоректно поставлених задач. Сюди належать метод регуляризації А.М. Тихонова, метод заміни М.М. Лаврентьєва, метод підбору і квазірозв'язку В.К. Іванова та інші методи. Розроблені також методи ітеративної, статистичної, локальної, дискриптивної регуляризації, субоптимальної фільтрації, розв'язання на компакті та ін. Іноземні розробки представлені методами оптимальної фільтрації Калмана-Б'юсі та Вінера, методами керованої лінійної фільтрації (Бейкуса-Гільберта) та ін. Хоча ці методи є в принципі більш точними, але методи, запропоновані радянськими вченими (в першу чергу, метод регуляризації Тихонова) вимагають набагато менше додаткової інформації про розв'язок і тому знаходять більш широке застосування при розв'язанні некоректних задач.

Для дослідження поведінки складних фізичних об'єктів або процесів застосовується системний підхід, який характеризується розглядом множини властивостей і взаємозв'язків, притаманних об'єкту або процесу. При цьому досліджувані властивості часто суперечать один з одним, проте ні одним з них не можна знехтувати, оскільки тільки в своїй сукупності вони дають повне уявлення про даний об'єкт. Для некоректних задач такими суперечливими властивостями або частинними критеріями якості в багатокритеріальній постановці задачі можуть бути стійкість і точність отримуваного розв'язку. Багатокритеріальні задачі належать до класу складних задач, тому що їх обчислювальна складність лінійно залежить від розмірності векторного критерію та експоненціально від розмірності вектора шуканого розв'язку, проте в у багатьох роботах є твердження про ефективність застосування багатокритеріальної оптимізації для широкого класу задач.

Виклад основного матеріалу. У практичних задачах часто права частина операторного рівняння (1) та елементи матриці A (тобто коефіцієнти системи) задаються їхніми наближеннями $\|\tilde{f} - f\|_{L_2} \le \delta$ та $\|\tilde{A} - A\| \le \xi$ з верхніми оцінками правої частини і оператора. При цьому розв‘язується рівняння вигляду: $\tilde{A}\tilde{y} = \tilde{f}$, де $\tilde{y} \in L_2$ – наближений розв‘язок; $\tilde{f} \in L_2$ – наближена функція, яка найбільш точно відповідає експериментальним результатам; L_2 – загально прийняте позначення множини досліджуваних явищ. Але слід зазначити, що систем з такими вхідними даними, тобто (A, f), нескінченно багато. В рамках точності, яка може бути апріорно задана з невідомими допусками, похибки можуть бути не помітні. Оскільки замість точної системи (1) ми маємо наближену систему $\tilde{A}y = \tilde{f}$, то мова може йти лише про знаходження множини наближених розв'язків (або одного розв‘язку).

У [6] введене поняття нормального розв'язку для рішення вироджених та погано обумовлених СЛАР (1), який стійкий до малих змін вихідних даних (A, f). Тут же *нормальним* *розв'язком* СЛАР (1) щодо вектора y^1 називається розв'язок y^0, для якого $\left\| y^1 - y^0 \right\| = = \inf_{y \in F_A} \left\| y - y^1 \right\|$, де $\left\| y^0 \right\| = \sqrt{\sum_j^n y_j^2}$. Т.ч., задача розв'язання СЛАР зводиться до мінімізації функціонала $\left\| y^0 - y^1 \right\|^2$ на множині векторів, що задовольняють нерівності $\left\| Ay - \tilde{f} \right\| \le \delta$, тобто, згідно [6], необхідно знайти вектор y^α, який мінімізує згладжуючий функціонал

$$M^\alpha \left[y, \tilde{f}, \alpha \right] = \alpha \left\| y^0 - y^1 \right\|^2 + \left\| Ay - \tilde{f} \right\|^2, \quad (2)$$

де α – параметр регуляризації.

Згідно викладеного слідує, що необхідно розв'язати параметричну задачу оптимізації. Як відомо (наприклад, з [1…3], [5], [6]), це пов'язано зі значними труднощами. Крім того, можна поставити під сумнів положення про знаходження оптимального параметра регуляризації. Це слідує з того, що по визначенню, у загальному випадку, його потрібно шукати з нескінченною точністю на проміжку $0 \le \alpha \le 1$.

Для прикладних задач важливе значення має випадок, коли A у (1) – лінійний інтегральний оператор зі сталими межами інтегрування. Так, наприклад, задача про відновлення сигналу може бути представлена «усіченим» лінійним інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду, тобто:

$$\int_a^b Q(x,s) \cdot y(s) ds = f(x), x \in [c,d], s \in (a,b). \quad (3)$$

Розв'язати задачу відновлення сигналу для рівняння (3) означає знайти вид сигналу $y(s)$, спотвореного апаратурою моніторингу з апаратною функцією $Q(x,s)$ у сигнал $f(x)$. Існуючі методи розв'язання задачі відновлення інформації використовують, як правило, регуляризацію, та є надзвичайно чутливими до похибок результатів, отриманих в процесі моніторингу. Крім того, вони не є універсальними у зв'язку з тим, що показують прийнятні результати відновлення лише для задач визначених типів, наприклад для таких, які мають точні початкові умов і добре обумовлені системи рівнянь до яких може бути зведене рівняння (3).

Вище зазначені методи знаходження параметра регуляризації далеко не завжди забезпечують знаходження оптимального параметру регуляризації при якому похибка розв'язку (3) може бути мінімальною, тобто:

$$\delta_y = \frac{\left\| y_\alpha - \bar{y} \right\|_{L_2}}{\left\| \bar{y} \right\|_{L_2}} \to \min, \quad (4)$$

де y_α та $\bar{y}$ – відповідно отриманий та точний розв'язки рівняння (3).

Використаємо поняття частинних критеріїв у смислі критеріїв якості, які характерні для багатокритеріальної оптимізації, щоб визначити умови для розв'язку, який необхідно знайти.

Якість розв'язку рівняння (3) оцінимо сукупністю частинних критеріїв:

$$I_j = \Phi_j \left[x, a, b, c, d, y \right], \quad (5)$$

де $j = 1, 2, 3, ..., P$; функції Φ_j мають неперервні частинні похідні по y, а частинні критерії (5) є компонентами P-мірного векторного критерію $I = \left(I_1, I_2, ..., I_P \right)$.

Нехай векторний критерій обмежений допустимою областю $I \in \Omega(I)$. Кожен компонент векторного критерію I описується виразом (5), який визначений на розв'язках $Y \in Y$

інтегрального рівняння (3). Багатокритеріальна задача розв'язання IP (3) полягає у визначенні екстремумів $\{y^*(s)\}$, $y^* \in Y$, $I^* \in (I)$ (що при заданих умовах обумовлені мірою апріорної інформації про розв'язок $y(s)$), які оптимізують векторний критерій I.

Нехай задана множина можливих розв'язків Y, яка складається з векторів $y = \{y_i\}_{i=1}^{n}$ n-мірного евклідового простору. Якість розв'язку можемо оцінити по сукупності суперечливих частинних критеріїв, що утворюють P-мірний вектор $Y(y) = \{I_j(y)\}_{j=1}^{P} \subset F$ визначений на множині Y, який належить класу F допустимих векторів ефективності та та який обмежений допустимою областю $I \in \Omega$. Необхідно визначити такий розв'язок $y^* \in Y$, який при заданих умовах та обмеженнях оптимізує розв'язок $y(s)$ рівняння (3). Для цього компоненти вектора $y(s)$ повинні бути піддані нормалізації, оскільки розв'язок задачі визначається на множині ефективних точок (області Парето) тільки за умови приведення всіх частинних критеріїв до єдиної розмірності або безрозмірної форми. У [7] представлено об'єктивний спосіб нормалізації у результаті якого не порушується рівноправність жодного з частинних критеріїв, і який не залежить від масштабу. Для нього компонентами нормуючого вектора y_0 взяті екстремуми частинних критеріїв, які визначені на просторі розв'язків:

$$y_0 = \left\{ \sup_{s \in S} y_j(s) \right\}_{j=1}^{P}. \tag{6}$$

Виконаємо нормування вектора ефективності $I(y)$ вектором обмежень I_{jm} та отримаємо вектор відносних частинних критеріїв, тобто нормалізований вектор ефективності:

$$I_0(y) = \left\{ I_j(y) / I_{jm} \right\}_{j=1}^{P} = \left\{ i_0(y) \right\}_{j=1}^{P}. \tag{7}$$

Припустимо, що всі частинні критерії $I_j(y)$ вимагають мінімізації та що вони всі невід'ємні й обмежені:

$$\Omega = \left\{ I \middle| 0 \le i_j(y) \le I_{jm},\ j \in [1, P] \right\}. \tag{8}$$

Як свідчить аналіз літературних джерел, випадок (8) є найбільш розповсюдженим. Система нерівностей (8) є структурованим виразом допустимої області у $y \in \Omega$. У цій області нормуючий вектор (6) має вигляд заданого вектора обмежень:

$$y_0 = \left\{ I_{jm} \right\}_{j=1}^{P}, \tag{9}$$

так як супремумами частинних критеріїв є задані обмеження I_{jm}.

В залежності від наявності та виду апріорної інформації, підходи до розв'язання багатокритеріальних задач можуть бути різними. При відсутності такої інформації обмежуються знаходженням будь-якого вектора розв'язку y^*, що забезпечує тільки виконання умови (8) по обмеженнях [8]:

$$I^* \in \Omega = \left\{ I \middle| 0 \le I_j(y^*) \le I_{jm},\ j \in [1, r] \right\},\ y^* \in Y = Y^k \cup Y^C, \tag{10}$$

де $y^* \in Y^k \cup Y^C$ – розв'язок належить двом областям, тобто області компромісів (області Парето) Y^k та області згоди Y^C [9].

При такому способі знаходження оптимального розв'язку він часто виявляється достатньо приблизним. У літературних джерелах часто рекомендують до використання на практиці метод головного критерію. Цей метод передбачає, що для оптимізації з сукупності I_j, де $j \in [1, P]$, в якості критерію вибирається тільки один з можливих критеріїв (наприклад, перший), а інші – переводяться в розряд обмежень. Т.ч. вихідна багатокритеріальна задача штучно замінюється однокритеріальною з обмеженнями:

$$y^* = \arg\min_{y \in Y} I_1(y), 0 \le i_j(y) \le A_j, j \in [1, P]. \tag{11}$$

Хоча використання такого методу може бути виправдане лише для оптимізації дуже складних систем, тобто коли виконати навіть таке найпростіше узгодження суперечливих критеріїв вдається далеко не просто, все ж можна стверджувати, що некоректна задача також є складною системою [10, 11], і зведення багатокритеріальної оптимізації до однокритеріальної буде доречним.

У [12] розглянуто деякі з багатокритеріальних моделей. Відповідно до першої моделі, приведеної у зазначеному джерелі, багатокритеріальна задача (3)…(7) зводиться до мінімізації лінійної форми компонент скалярного критерію з постійними ваговими коефіцієнтами:

$$I_{M_1} = \sum_{j=1}^{P} \alpha_j I_j, \ \alpha_j > 0, \ \sum_{j=1}^{P} \alpha_j = 1 \tag{12}$$

У випадку застосування моделі (12) виникає проблема вибору вагових коефіцієнтів α_j, $j = \overline{1, P}$. Схема (12) у [7] та [12] названа моделлю *інтегральної оптимальності*.

Друга модель в [12] визначена як *ідеальна (оптимальна) точка в просторі критеріїв якості*. В ній кожен частинний критерій (5) оптимізується окремо від інших у системі обмежень (7). У результаті можна отримати P оптимальних розв'язків, які характеризуються векторами $Y^{(j)}$, де $\left(j = \overline{1, P}\right)$. Цим розв'язкам відповідають значення частинних критеріїв (7) $I_j^o\left(Y^{(j)}\right)$, де $j = \overline{1, P}$, які є координатами ідеальної (оптимальної) точки. Після зазначеного ставиться задача мінімізації узагальненої норми

$$I\left(\sum_{j=1}^{P}\left[I_j(y) - I_j^0\left(y^{(j)}\right)\right]^L\right)^{\frac{1}{L}}, L \ge 1, \tag{13}$$

у системі обмежень (7). Вираз (13) при $L = 1$ представляє лінійну комбінацію компонентів вектора $I(y)$ та $I^0(0)$. У випадку $L = 2$ вираз (13) збігається з евклідовою нормою $\left\|I(y) - I^0(y)\right\||$, а при $L \to \infty$ – зводиться до вигляду: $\max_j \left\{ I_j(y) - I_j^0\left(y^{(j)}\right) \middle| j = \overline{1, P} \right\}$.

В окремих випадках багатокритеріальної моделі (13), ставиться задача мінімізації суми квадратів відносних відхилень функції (7) від своїх оптимальних значень:

$$I_{M_2} = \sum_{j=1}^{P}\left[\frac{I_j(y) - I_j^0\left(y^{(j)}\right)}{I_j^0\left(y^{(j)}\right)}\right]^2. \tag{14}$$

Для таких випадків багатокритеріальна задача (3)…(7) зводиться до мінімізації функції

(14), а вектор-розв'язок вибирається з умови мінімізації квадрату відстані від точки, що відповідає в просторі критеріїв обраному векторові розв'язку, до ідеальної (оптимальної) точки.

Моделювання багатокритеріальної задачі по моделі (3)…(7) та (14) не вимагає попереднього вибору вагових коефіцієнтів α_j у виразі (12), але характеризується значною обчислювальною складністю. Ця складність обумовлена розв'язанням P задач оптимізації (3)…(7) по кожному частинному критерію I_j з метою визначення координат ідеальної точки $\left\{I^0{}_1\left(y^{(1)}\right), I^0{}_2\left(y^{(2)}\right), ..., I^0{}_P\left(y^{(P)}\right)\right\}$ та розв'язання додаткової задачі мінімізації функції при умовах (7) для визначення вектора оптимального розв'язку.

Наступна багатокритеріальна модель найбільш точно описана в [13]. Вона базується на скалярній згортці частинних критеріїв за нелінійною схемою компромісів. Вперше модель була введена в теорію відновлення інформації в [7]. Для зазначеної моделі не потрібен вибір вагових коефіцієнтів у виразі (12) та немає необхідності у розв'язку $P+1$ задач оптимізації, необхідних для реалізації другої моделі.

Багатокритеріальна задача (3)…(8) зводиться до розв'язання однієї задачі оптимізації виразу [7, 8]

$$I_{M_3} = \sum_{j=1}^{r} \frac{1}{1-\frac{I_j}{I}} \tag{15}$$

при умовах (8). Якщо необхідно ввести пріоритет одних критеріїв над іншими і мати різну чутливість до варіації параметрів задачі, то замість одиниці в чисельнику виразу (15) потрібно ввести вагові коефіцієнти α_j на які накладаються обмеження $\sum a_j = 1$.

Необхідні умови мінімуму I_{M_3} дають систему скінчених рівнянь:

$$\frac{\partial I_{M_3}}{\partial y_i} = 0, i = \overline{1,n}. \tag{16}$$

Якщо виконати диференціювання (16), то отримуємо систему нелінійних рівнянь (СНР) низької розмірності, яка зводиться, наприклад, з використанням методу Ньютона, до СЛАР.

В [7] показано, що коли функції $y_0(x)$, $j = \overline{1,m}$ – неперервні та строго опуклі на паралелепіпеді $\Pi_x = \left\{x \in E^n \middle| a_i \le x_i \le b_{i,} i = \overline{1,n}\right\}$, то скалярна згортка за нелінійною схемою компромісів $\Phi(x) = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \left(1 - y_{0j}(x)\right)^{-1}, x \in \Gamma_x$, при нормуванні частинних критеріїв за допомогою виразів $y_{0j} = \frac{y_j(x)}{A_j}$, $A_j = \sup_{x\in\Gamma_x} u_j(x)$; $j = \overline{1,m}$, має єдиний мінімум на паралелепіпеді Π_x, тобто є унімодальною. Отже, для частинних критеріїв слід підбирати строго опуклі функції, щоб задача оптимізації за схемою (15) мала єдиний розв'язок.

Багатокритеріальна модель (15) чутлива до зміни параметрів задачі (3)…(8). У випадку наближення одного з частинних критеріїв I_j до верхньої границі I_{jm} допустимих значень (8) багатокритеріальна модель (15) реалізує дію Чебишевського (мінімаксного) оператора по цьому частинному критерію. В інших випадках багатокритеріальна модель (15) діє еквівалентно оператору інтегральної оптимальності з різним степенем вирівнювання частинних критеріїв. Погіршення одного з частинних критеріїв компенсується поліпшенням інших частинних критеріїв.

Висновок. З врахуванням даних, які приведені у роботах [7, 8 та ін.], показано, що багатокритеріальна модель (15) забезпечує вибір точки розв'язку на множині Парето. При цьому слід враховувати задані обмеження на допустиму область зміни векторного критерію, якщо множина Парето належить цій області. Відповідно, для розв'язання багатокритеріальних задач, у яких задані обмеження (8) на компонентах векторного критерію, рекомендується використовувати модель (15). Втім, слід враховувати недоліки зазначеної моделі:

– громіздкість рівнянь при великій розмірності;

– СНР (16) може мати багато коренів;

– якщо розв'язок лежить на границях обмежень, то він буде знайдений з похибкою, хоча й меншою, ніж необхідна (тобто це значить, що немає принципово точного розв'язку).

Література

1. Казакова, Н.Ф. Визначення показників для вирішення завдань прогностичного контролю мультисервісних телекомунікаційних мереж [Текст] / Казакова Н.Ф., Скопа О.О. // Сучасний захист інформації – 2010. – Спецвипуск, №4. – С.55-61.

2. Казакова, Н.Ф. Принципиальные задачи классификации и анализа моделей для программно-прогностического контроля мультисервисных телекоммуникационных сетей [Текст] / Казакова Н.Ф., Билык Н.М., Гундерич Г.А. // Вісник національного університету кораблебудування – 2010. – №2 (431). – С.125-132.

3. Казакова, Н.Ф. Застосування програмно реалізованого прогностичного контролю у сенсі вирішення практичних завдань забезпечення якості надання послуг у захищених інформаційних мережах [Текст] / Казакова Н.Ф. // Сучасна спеціальна техніка – 2012. – №2. – С.86-95.

4. Линейное отображение [Електронний ресурс] / Портал: Википедия. – Режим доступу \www/ URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Линейное_отображение – Заголовок з екрану, доступ вільний.

5. Відновлення та оптимізація інформації в системах прийняття рішень [Текст] : підручник / Баранов В.Л., Браіловський М.М., Засядько А.А., Казакова Н.Ф. та ін. ; під загальн. ред. В.О. Хорошко.– К. : Видн. ДУІКТ, 2009. – 134 с.

6. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач [Текст] / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М. : Наука, 1986. – 287 с.

7. Векторная оптимизация динамических систем [Текст] : монография / Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Козлов А.И., Чабанюк В.С. ; под общ. ред. А.Н. Воронина. – К. : Техніка, 1999. – 284 с.

8. Воронин, А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем [Текст] / А.Н. Воронин. – К. : Наукова думка, 1992. – 160 с.

9. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач [Текст] : монография / Подиновский В.В., Ногин В.Д. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

10. Баранов, В.Л. Використання методу головного критерію для розв'язання задачі відновлення сигналів [Текст] / Баранов В.Л., Жуков І.А., Засядько А.А. // Вісник НАУ – 2003. – №1. – С.9-13.

11. Засядько, А.А. Розв'язання задачі відновлення сигналів за допомогою однокритеріальної оптимізації [Текст] / Засядько А.А. // Вісник ЖІТІ – 2002. – №4(23), Технічні науки. – С.133-136.

12. Засядько, А.А. Многокритериальная оптимизация процесса востановления сигналов [Текст] / Засядько А.А. // Электронное моделирование – 2004. – Т. 26. – №4. – С.13-21.

13. Кей, С.М. Современные методы спектрального анализа [Текст] / Кей С.М., Марпл С.Л. / Кей С.М., Марпл С.Л. // Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике – 1981. – Т.69. – №11. – С. 5-11.