

Грінченко Раїса Володимирівна
к.е.н., доцент, доцент кафедри економіки підприємства
Одеський національний економічний університет
м. Одеса, Україна
0661854430, raya11@ukr.net

ЗАСТОСУВАННЯ ІНСТРУМЕНТАРІЮ АНАЛІЗУ ФУР'Є ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ЦИКЛІЧНИХ КОЛИВАНЬ

Анотація. В статті розглянутий інструментарій дослідження циклічних коливань в економіці для отримання подальших можливостей наглядного відображення їх проявів. Метою даної статті виступає теоретико-методичне обґрунтування методичних підходів до проведення аналізу Фур'є при дослідженні циклічних коливань в економіці із урахування їх еволюції у сучасній науковій літературі. Теоретичною та методологічною основою дослідження є фундаментальні положення сучасної економічної науки та наукові праці вчених. Проведено дослідження проявів циклічних коливань в економіці України за допомогою інструментарію аналізу Фур'є. Використано комплексний підхід до аналізу проявів циклічних коливань в економіці України, із застосуванням інструментарію Фур'є, побудовою амплітудного та фазового спектрів ВВП України. Отримані результати спрямовані на спрощення процедури дослідження проявів циклічних коливань у будь-яких сферах економіки країни.

Ключові слова: циклічні коливання, аналіз Фур'є, гармонійний аналіз, амплітудний та фазовий спектри.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Будь-яка економічна система має дві основні ознаки стійкість та нестійкість перед негативними впливами. Проте нестійкість є більш довготривалим та розповсюдженим станом економічної системи. Слід зауважити, що повністю стійкої та стабільної економічної системи не існує. Так як вона знаходиться у постійному взаємозв'язку із багатьма зовнішніми та внутрішніми чинниками впливу. Зміна внутрішніх та зовнішніх чинників може призводити до зовсім неочікуваним змін всієї економічної системи.

Сучасні динамічні процеси в розвитку економіки країн вимагають від підприємств постійного прогнозування подальшого розвитку економіки та її галузей. Теоретичним підґрунтям ефективного прогнозування виступають раціонально сформовані моделі циклічних коливань. Основною метою такого прогнозування виступає необхідність розробки заходів по нівелюванню можливого негативного впливу циклічних коливань з урахуванням усіх характеристик отриманих моделей.

Вивчення теоретико-методичних засад дослідження циклічних коливань виступає досить актуальним на сучасному етапі у зв'язку з тим, що результати дослідження даної теми можуть бути використані підприємствами та державними органами влади для формування ефективної антициклічної політики. Особливо це актуально для регулювання агропромислового бізнесу країни на засадах забезпечення продовольчої безпеки населення.

Аналіз досліджень та публікацій. Теоретичне підґрунтя виникнення циклічних коливань в економіці досліджувала велика кількість видатних вчених, таких як: С. Джевонс, К. Жугляр, В. Зомбарт, Дж. М. Кейнс, М. Кондратьєв, С. Кузнець, Р. Мальтус, К. Маркс, У. Митчел, В. Парето, Ж. Сімонді, М. Туган-Барановський, Р. Фриш, Р. Хаутри, Й. Шумпетер та інші. Дослідженням впливу циклічних коливань на економіку країн займалися такі провідні вчені, як: Ю. Бажал, О. Білорус, О. Бандура, В. Геєць, В. Кучеренко, І. Лукінов, С. Мочерний, Б. Панасюк, Ю. Пахомов, В. Савчук, А. Чухно та інші.

Проте теоретико-методичний базис дослідження циклічних коливань в економіці потребує більш комплексного опрацювання, з детальним розглядом основних методичних підходів до аналізу та виявленням особливостей застосування різних цих підходів. У зв'язку із значною актуальністю та недостатньо комплексним опрацюванням дане питання потребує подальшого розгляду та доповнення.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Вивчення методичних підходів до дослідження циклічних коливань в економіці не мають системного характеру, розглядають окремі методи вивчення зазначеної проблеми без акцентування уваги на позитивних, негативних моментах у кожному з методів, та не аналізуючи комплексно можливості поєднання різних методів при формуванні методичного підходу до дослідження циклічних коливань в економіці. Проте актуальним виступає використанням математичних методів дослідження циклічних коливань, у тому числі аналізу Фур'є.

Постановка завдання. Метою даної статті виступає теоретико-методичне обґрунтування методичних підходів до проведення аналізу Фур'є при дослідженні циклічних коливань в економіці із урахування їх еволюції у сучасній науковій літературі.

Викладення основного матеріалу. У подальшому дослідженні під методичним підходом будемо розуміти сукупність методів, принципів та засобів, які використовуються для розв'язання поставленої задачі. Під методом розуміється конкретний спосіб вирішення поставленої задачі (у нашому випадку дослідження циклічних коливань), інструменти та засоби, за допомогою яких вивчаються циклічні коливання в економіці. Центральними елементами методичного підходу до дослідження циклічних коливань в економіці виступає вибір методів дослідження та формування моделі циклічних коливань.

Для дослідження циклічних коливань в економіці можуть бути застосовані загальнонаукові методи дослідження: аналіз, синтез, індукція, дедукція та аналогія. Методи історичного та логічного підходів, метод порівняння. Проте економічна наука досить часто використовує методи економіко-математичного моделювання, як спосіб спрощеного опису реальних проявів циклічних коливань. Дані економічні моделі дають змогу виявити причини, чинники та закономірності у циклічних коливаннях в економіці.

Побудову моделі циклічних коливань в економіці пропонується проводити за наступними етапами [1, с. 22-25]:

- постановка мети та завдань дослідження;
- спостереження та збір необхідної інформації;
- формулювання проблеми дослідження;
- відбір методів дослідження;
- побудова гіпотез;
- експериментальні дослідження;
- перевірка отриманої моделі;
- економічна інтерпретація отриманих результатів моделі;

- прогнозування циклічних коливань в економіці.

У зв'язку з нелінійним характером розвитку ринкової економіки найбільш розповсюдженим є моделювання економічних процесів із використанням динамічних систем.

Моделі, за допомогою яких досліджуються циклічні коливання можуть бути дискретними або ж базувати свої дослідження на безперервному часовому проміжку. Основні дискретні моделі запропоновані П. Самуельсоном, Дж.Р. Хіксом, Л.Е. Мецлером, Д. Лейдлером. Основною моделлю з безперервним часом вважають модель О.У. Філіпса. Проте зазначені моделі не враховують зовнішні чинників впливу, а допомагають моделювати циклічні коливання тільки для визначеного переліку параметрів [2].

Для дослідження регулярних циклічних коливань в економіці застосовується гармонійний аналіз.

Застосування аналізу Фур'є до дослідження циклічних коливань в економіці проведемо за допомогою алгоритму, описаного Янковим О.Г. [3, с. 34]. При моделюванні сезонних і циклічних коливань використовується апроксимація часового ряду рядами Фур'є. Функцію, задану в кожній точці досліджуваного інтервалу часу, можна уявити нескінченним рядом пар синусів і косинусів - так званих гармонік. Знаходження кінцевої суми членів з синусами і косинусами називається гармонійним аналізом [3, с. 34].

Неперервним перетворенням Фур'є є інтегральне перетворення, яке визначається за допомогою наступної формули:

$$\hat{Y} = a_0 + \sum_{t=1}^{N/2} [a_t \sin(\frac{2\pi}{N} ti) + b_t \cos(\frac{2\pi}{N} ti)],$$

де i – номер спостереження;

t – номер гармоніки ($t = 1, 2, \dots, N/2$);

$\frac{2\pi}{N} i$ – аргумент тригонометричних функцій;

a_t, b_t – коефіцієнти гармонік.

Для оцінки коефіцієнтів ряду Фур'є використовуються наступні формули:

$$a_0 = \bar{Y};$$

$$a_t = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \sin\left(\frac{2\pi}{N} ti\right);$$

$$b_t = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{N} ti\right).$$

Для останньої гармоніки ($t = N/2$) використовуються наступні формули:

$$a_{N/2} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \sin(\pi i) = 0;$$

$$b_{N/2} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \cos(\pi i).$$

При цьому $\sin(\pi i) = 0$, $\cos(\pi i) = \pm 1$.

Для аналізу циклічних складових основних показників розвитку економіки України застосуємо метод швидкого перетворення Фур'є. Основним макроекономічним індикатором може виступати динаміка ВВП країни, яка відображає зміни ринкової кон'юнктури та є найпростішим показником для дослідження циклічних коливань в економіці.

Дані ВВП України за останні 16 років представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Динаміка ВВП України за період 2000-2015рр., млн. грн.*

Рік	ВВП, млн. грн.	Рік	ВВП, млн. грн.
2000	170070,0	2008	948056,0
2001	204190,0	2009	913345,0
2002	225810,0	2010	1082569,0
2003	267344,0	2011	1302079,0
2004	345113,0	2012	1411238,0
2005	424741,0	2013	1454931,0
2006	544153,0	2014	1586915,0
2007	720731,0	2015	1979458,0

*Джерело: сформовано автором за даними [4]

Побудований за допомогою можливостей пакету Microsoft Excel лінійний тренд ВВП України, представлений на рис. 1.

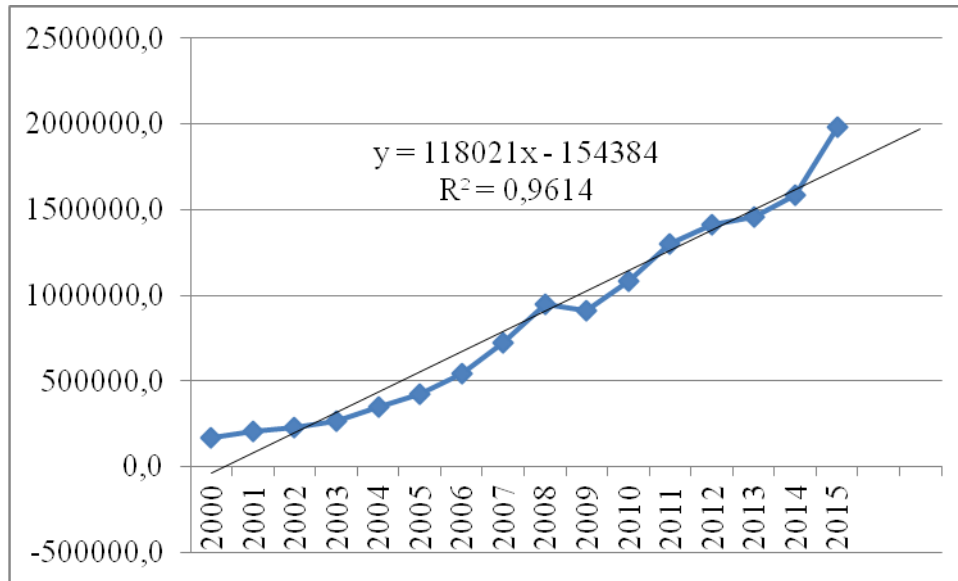


Рис. 1. Прогнозування динаміки ВВП України, млн. грн.*
 *Джерело: сформовано автором за даними [4]

В нашому випадку $N = 16$ (що відповідає умові кількості спостережень, яка повинна бути будь-яким числом з можливих варіантів 2^n), тому ми можемо розрахувати максимум 8 гармонік, враховуючи побудований лінійний тренд. Таким чином, модель гармонійного аналізу матиме вигляд:

$$\hat{Y} = \hat{A}_0 + \hat{A}_1 \tilde{O} + \sum_{t=1}^{N/2} [a_t \sin(\frac{2\pi}{N} ti) + b_t \cos(\frac{2\pi}{N} ti)],$$

де A_0, A_1 – коефіцієнти лінійного тренду.

Перед тим, як перейти до оцінки коефіцієнтів ряду Фур'є, необхідно із вхідних даних виділити лінійний тренд, тобто відняти значення \hat{Y}_i , які знайдені за рівнянням тренду (розрахунки представлені в табл. 2):

$$\hat{Y} = 118021x - 154384$$

Розрахунок даних для проведення гармонійного аналізу*

Рік	Порядковий номер року (i)	Фактичний ВВП, млн. грн. (Y _i)	Розрахований за рівнянням тренда ВВП, млн. грн. (Ŷ _i)	Вихідні дані Ŷ _i для гармонійного аналізу (гр. 3 – гр. 4)
1	2	3	4	5
2000	1	170070,0	-36363,0	206433,0
2001	2	204190,0	81658,0	122532,0
2002	3	225810,0	199679,0	26131,0
2003	4	267344,0	317700,0	-50356,0
2004	5	345113,0	435721,0	-90608,0
2005	6	424741,0	553742,0	-129001,0
2006	7	544153,0	671763,0	-127610,0
2007	8	720731,0	789784,0	-69053,0
2008	9	948056,0	907805,0	40251,0
2009	10	913345,0	1025826,0	-112481,0
2010	11	1082569,0	1143847,0	-61278,0
2011	12	1302079,0	1261868,0	40211,0
2012	13	1411238,0	1379889,0	31349,0
2013	14	1454931,0	1497910,0	-42979,0
2014	15	1586915,0	1615931,0	-29016,0
2015	16	1979458,0	1733952,0	245506,0

*Джерело: сформовано автором за даними [4]

Коливання ВВП України після видалення тренду представлені на рис. 2.

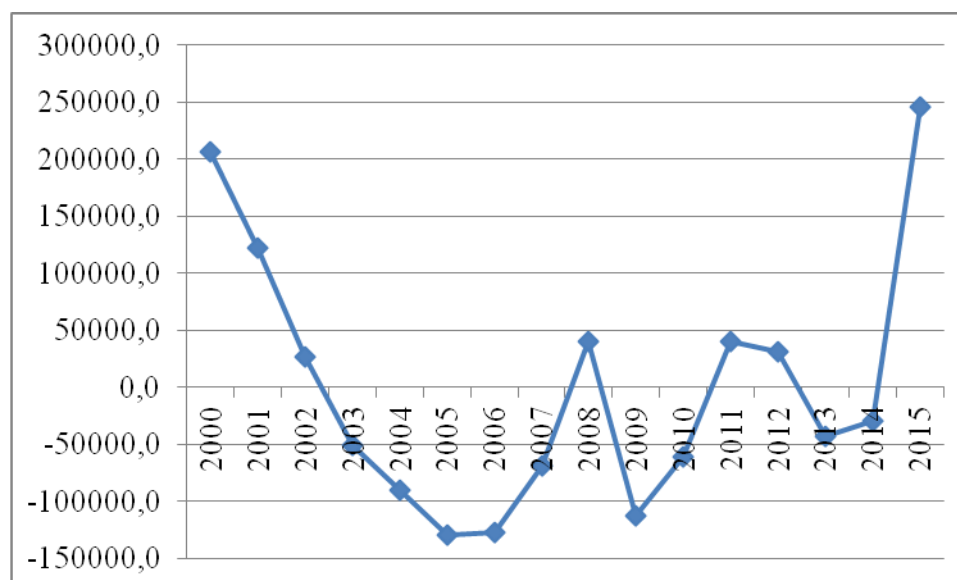


Рис. 2. Коливання зміни ВВП України після видалення тренду

*Джерело: сформовано автором за даними [4]

На наступному етапі перейдемо до розрахунків коефіцієнтів ряду Фур'є. Основні результати розрахунків для побудови гармонійного ряду Фур'є представлені в табл. 3.

Таблиця 3

Розрахунок коефіцієнтів чотирьох гармонік a_t, b_t

	$\hat{Y}_i \sin x$	$\hat{Y}_i \sin 2x$	$\hat{Y}_i \sin 3x$	$\hat{Y}_i \sin 4x$	$\hat{Y}_i \cos x$	$\hat{Y}_i \cos 2x$	$\hat{Y}_i \cos 3x$	$\hat{Y}_i \cos 4x$
Σ	32950,18	517070,04	287297,44	351541,22	854364,05	274280,07	-83549,09	225020,50
a_t, b_t	4118,77	64633,76	35912,18	43942,65	106795,51	34285,01	-10443,64	28127,56

**Джерело: сформовано автором за даними [4]*

Виходячи із результатів,отриманих в таблиці 3, ми отримали наступні коефіцієнти перших чотирьох гармонік:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4118,77; & b_1 &= 106795,51; \\
 a_2 &= 64633,76; & b_2 &= 34285,01; \\
 a_3 &= 35912,18; & b_3 &= -10443,64; \\
 a_4 &= 43942,65; & b_4 &= 28127,56.
 \end{aligned}$$

Таким чином, модель коливання ВВП України може бути представлена у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 \hat{Y} &= (118021x-154384) + (4118,77\sin x + 106795,51\cos x) + (64633,76\sin 2x + \\
 &+ 34285,01\cos 2x) + (35912,18\sin 3x - 10443,64\cos 3x) + (43942,65\sin 4x + \\
 &+ 28127,56\cos 4x).
 \end{aligned}$$

Наступним можливим етапом дослідження коливань ВВП України за допомогою аналізу Фур'є може виступати побудова амплітудного та фазового спектру за допомогою можливостей MS Excel та пакету Аналіз даних – Аналіз Фур'є, функцій =МНИМ.ABS., =МНИМ.АРГУМЕНТ.

Слід підкреслити, що сукупність гармонійних складових, які створюють сигнал несинусоїдальної форми, називається спектр цього негармонійного

аналізу. Із цього набору гармонік виділяють та розрізняють амплітудний та фазовий спектри.

Амплітудним спектром називають набір амплітуд всіх гармонік, який зазвичай представляють діаграмою у вигляді набору вертикальних ліній, довжини яких пропорційні (в обраному масштабі) амплітудним значенням гармонійних складових, а місце на горизонтальній осі визначається частотою (номером гармоніки) даної складової. Аналогічно розглядають фазові спектри як сукупність початкових фаз всіх гармонік; їх також зображують в масштабі у вигляді набору вертикальних ліній.

Амплітудний спектр коливань ВВП України представлений на рис. 3.

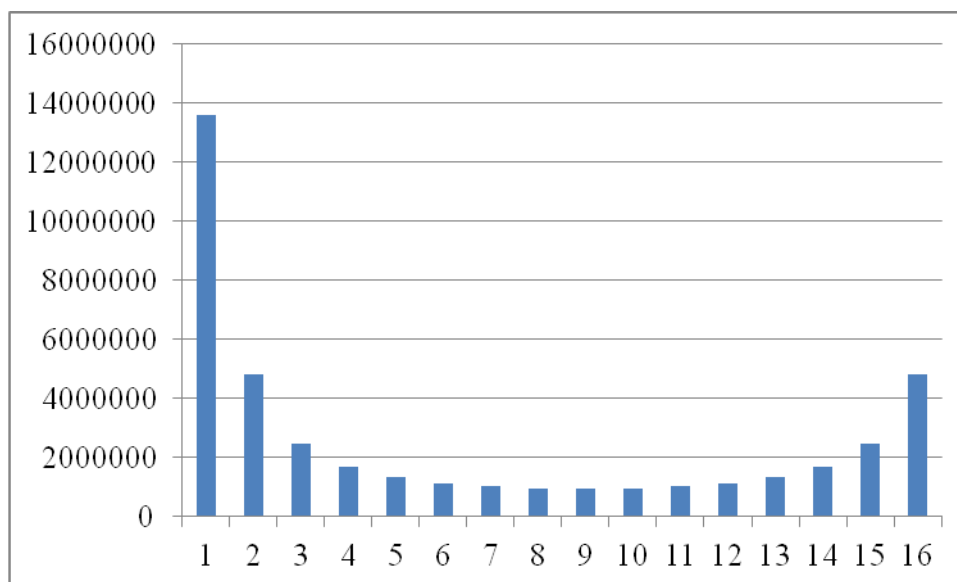


Рис. 3. Амплітудний спектр коливання ВВП України*

**Джерело: сформовано автором за даними [4]*

Так як амплітудний спектр сигналу - амплітуди (розмах коливання, найбільше відхилення від положення рівноваги) всіх гармонік, з яких складається негармонійний сигнал. Тобто згідно із даними рис. 3 останніми роками простежується зростання коливання ВВП України.

Фаза гармонійного коливання – це стан гармонійного процесу. Так як фазовий спектр сигналу - сукупність початкових фаз всіх гармонік. Фазовий спектр коливань ВВП України представлений на рис. 4.

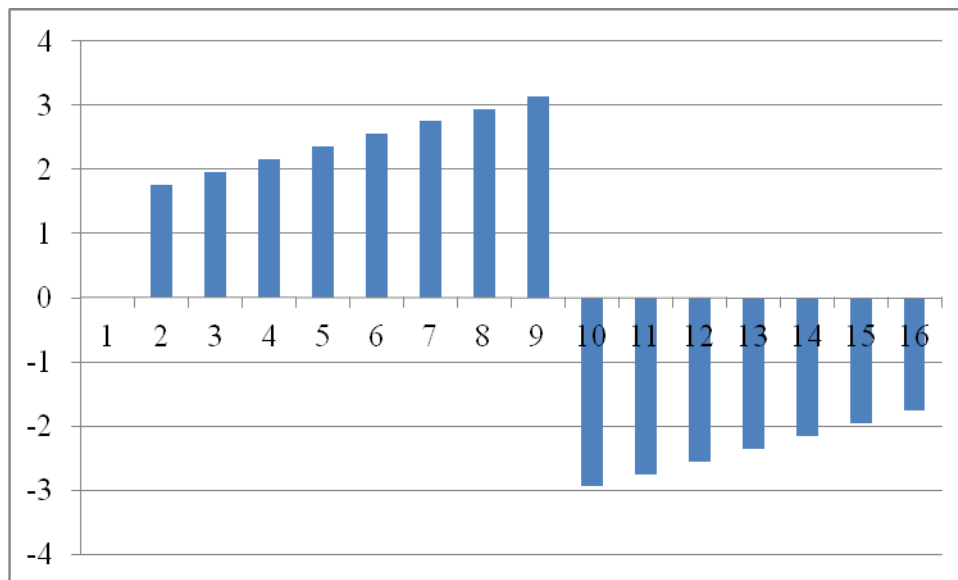


Рис. 4. Фазовий спектр коливання ВВП України

**Джерело: сформовано автором за даними [4]*

Проведені розрахунки та побудовані спектри коливань ВВП України надають можливості наглядного відображення циклічних коливань в економіці країни та створюють підґрунття для розробки анти циклічної політики держави.

Висновки та рекомендації. Проведені розрахунки та отримані графічні дані наглядно відображають циклічні коливання в економіці України. Даний методичний підхід може бути застосованим до аналізу будь-якого суб'єкту економіки, у тому числі до аналізу діяльності підприємств на тих чи інших ринках, що надає можливості підприємствам прогнозувати розвиток ринків, оцінюючи його не суб'єктивно, а вже об'єктивно, застосовуючи математичні методи. Особливої актуальності дослідження циклічних коливань набуває у агропромисловому бізнесі у зв'язку із надзвичайною важливістю результатів його діяльності для забезпечення продовольчої безпеки країни та подальшого розвитку всієї економіки.

Перспективи подальших досліджень. Дослідження методики проведення аналізу Фур'є при виявленні циклічних коливань в економіці із урахування їх еволюції у сучасній науковій літературі надають можливість отримати наглядні результати дослідження, які будуть зрозумілі всім користувачам при розробці

заходів антициклічного регулювання економіки країни, які є необхідною та перспективною складовою державної політики будь-якої світової держави.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

1. Андрейченко А.В., Горбаченко С.А., Грінченко Р.В., Карпов В.А., Кучеренко В.Р. Аналіз ринкової кон'юнктури: Навчальний посібник// А.В. Андрейченко, С.А. Горбаченко, Р.В. Грінченко, В.А. Карпов, В.Р. Кучеренко, – Одеса: ОНЕУ, 2014. – 345 с.
2. Серветник Н.О. Методологічні аспекти дослідження економічних циклів// Ефективна економіка. Дніпропетровський державний аграрно-економічний університет.– 2014. – № 2. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=2764>
3. Янковой А.Г. Математико-статистические методы и модели в управлении предприятием: Учебное пособие.– Одесса: ОНЭУ. – 2014. – 250 с.
4. Офіційний сайт Державного комітету статистики України / Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

REFERENCES:

1. Andrejchenko A.V., Gorbachenko S.A., Grinchenko R.V., Karpov V.A., Kucherenko V.R. (2014). *Analiz rinkovoї kon'junkturi. [Market research analysis]*. Odesa: ONEU. [in Ukrainian].
2. Servetnyk N.O. (2014). *Metodolohichni aspekty doslidzhennya ekonomichnykh tsykliv [Methodological aspects of the study of economic cycles]. Efektyvna ekonomika. Dnipropetrovs'kyi derzhavnyi ahrarno-ekonomichnyy universytet.– Efficient Economy. Dnipropetrovsk State Agrarian University of Economics, 2.* Retrieved from: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=2764> [in Ukrainian].
3. Yankovoy A.H. (2014) *Matematyko-statysticheskiye metody y modely v upravlenyy predpnyatyem.[Mathematical and statistical methods and models in enterprise management]*. Odessa: ONЭU. [in Russian].
4. Ofitsiynyy sayt Derzhavnoho komitetu statystyky Ukrayiny. [Official site of the State Statistics Committee of Ukraine] (n.d.) *ukrstat.gov.ua*. Retrieved from: <http://www.ukrstat.gov.ua> [in Ukrainian].

ПРИМЕНЕНИЯ ИНСТРУМЕНТАРИЯ АНАЛИЗА ФУРЬЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Целью данной статьи выступает теоретико-методическое обоснование методических подходов к проведению анализа Фурье при исследовании циклических колебаний в экономике с учетом их эволюции в современной научной литературе.

Методика исследования. Теоретической и методологической основой исследования являются фундаментальные положения современной экономической науки и научные труды ученых.

Результаты исследования. Для исследования циклических колебаний в экономике могут быть применены общенаучные методы исследования: анализ, синтез, индукция, дедукция и аналогия. Методы исторического и логического подходов, метод сравнения. Однако экономическая наука достаточно часто использует методы экономико-математического моделирования, как способ упрощенного описания реальных проявлений циклических колебаний. Данные экономические модели позволяют выявить причины, факторы и закономерности в циклических колебаниях в экономике. Для исследования регулярных циклических колебаний

в экономике применяется гармонический анализ. В статье проведено практическое применения инструментария анализа Фурье к исследованию циклических колебаний в экономике. При моделировании сезонных и циклических колебаний используется аппроксимация временного ряда рядами Фурье. Основным макроэкономическим индикатором выступила динамика ВВП страны, которая отражает изменения рыночной конъюнктуры и является самым простым показателем для исследования циклических колебаний в экономике. В статье также произведено построение амплитудного и фазового спектров изменения динамики ВВП Украины с целью наглядного отображения имеющихся данных для анализа циклических колебаний в экономике.

Научная новизна результатов исследования. Использован комплексный подход к анализу проявлений циклических колебаний в экономике Украины, с применением инструментария анализа Фурье, проведением построения амплитудного и фазового спектров ВВП Украины. Полученные результаты направлены на упрощение процедуры исследования проявлений циклических колебаний в любых сферах экономики страны.

Практическая ценность результатов исследования. Полученные результаты направлены на решение проблем, связанных с недостатком информации при исследовании циклических колебаний в экономике с целью прогнозирования ее дальнейшего развития. Они могут быть использованы в процессе исследования циклических колебаний, как всей экономики, так и отдельных ее сфер, в том числе и агропромышленного бизнеса.

Ключевые слова: циклические колебания, анализ Фурье, гармонический анализ, амплитудный и фазовый спектры.

USING FOURIER ANALYSIS TOOLS TO STUDY CYCLICAL FLUCTUATIONS

The purpose of this article is theoretical and methodical substantiation of methodical approaches to Fourier analysis in the study of cyclical fluctuations in the economy, taking into account their evolution in the modern scientific literature.

The methodology of the study. Theoretical and methodological basis of the study are the fundamental principles of modern economic science and scientific works of scientists.

Results of the study. Research methods that can be applied in the economy to study the cyclical fluctuations are: analysis, synthesis, induction, deduction and analogy. And methods of historical and logical approaches, the method of comparison. Economics is frequently used methods of economic-mathematical modeling as a way of a simplified description of the actual manifestations of cyclical fluctuations. These economic models allow us to identify the causes, factors and regularities of cyclical fluctuations in the economy. Harmonic analysis for investigation the regular cyclical fluctuations is used in the economy. In the article the practical application of Fourier analysis tools to the study of cyclical fluctuations in the economy were described. In the simulation the seasonal and cyclical fluctuations was used the approximation of the time series of the Fourier series. The main macroeconomic indicators of the country made the GDP dynamics, which reflects changes in the market and is the simplest measure for the study of cyclical fluctuations in the economy. The article also made the construction of the amplitude and phase spectra changes the dynamics of Ukraine's GDP for the purpose of visual display of the data available for the analysis of cyclical fluctuations in the economy.

The scientific novelty of the research results. An integrated approach to the analysis of the manifestations of cyclical fluctuations in the economy of Ukraine, with the use of tools of Fourier analysis, carrying out the construction of the amplitude and phase spectra of Ukraine's GDP. The results are aimed at simplifying the procedures for the study of cyclical fluctuations manifestations in all spheres of the economy.

The practical value of the research results. The results are aimed at solving problems related to the lack of information in the study of cyclical fluctuations in the economy in order to predict its further development. They can be used in the study of cyclical fluctuations, as the entire economy and its separate areas, including agro-business.

Keywords: cyclical fluctuations, Fourier analysis, harmonic analysis, amplitude and phase spectra.