
УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІКОЮ: ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА

УДК 658.152:005.336.3-021.477

О. Г. ЯНКОВИЙ,
*доктор економічних наук,
професор кафедри економіки підприємства
та організації підприємницької діяльності,*

В. О. ЯНКОВИЙ,
*кандидат економічних наук, доцент кафедри економіки,
права та планування бізнесу*

*Одеський національний економічний університет,
вул. Преображенська, 8, 65082, Одеса, Україна*

ОПТИМІЗАЦІЯ ФОНДООЗБРОЄНОСТІ НА ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВАХ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

Обґрунтовано теоретико-методологічну базу дослідження фондоозброєності за допомогою двофакторних виробничих функцій. Проаналізовано динаміку показника фондоозброєності на окремих промислових підприємствах України, зокрема машинобудування та харчової галузі, визначено шляхи його оптимізації.

Ключові слова: оптимізація; фондоозброєність; виробнича функція; заміщення факторів.

Бібл. 8; табл. 6; формул 14.

UDC 658.152:005.336.3-021.477

OLEKSANDR YANKOVYI,
*Doctor of Econ. Sci.,
Professor of the Department of
Economics of Enterprise and Entrepreneurship,*

VOLODYMYR YANKOVYI,
*Cand. of Econ. Sci.,
Associate Professor of the Department of
Economics, Law and Business Management*

*Odesa National Economic University,
8, Preobrazhenska St., Odesa, 65082, Ukraine*

OPTIMIZATION OF THE CAPITAL-LABOR RATIO OF INDUSTRIAL ENTERPRISES USING PRODUCTION FUNCTIONS

The theoretical and methodological basis of capital-labor ratio research using two-factor production functions is substantiated. The dynamics of capital-labor ratio at selected industrial

© Янковий Олександр Григорович (Yankovyi Oleksandr), 2019; e-mail: yankovoy_a@ukr.net;

© Янковий Володимир Олександрович (Yankovyi Volodymyr), 2019; e-mail: vladimir_ya@ukr.net.

enterprises of Ukraine, particularly, in the mechanical engineering and the food industry, are analyzed and ways of the ratio optimization are determined.

Keywords: optimization; capital-labor ratio; production function; substitution of factors.

References 8; Tables 6; Formulas 14.

Підвищення темпів зростання ВВП України до 5–7% річних неможливе без раціонального використання всіх виробничих ресурсів промислових підприємств, і в першу чергу – основних засобів та робочої сили. Історично в економічній науці дані виробничі фактори позначаються через K (від німецької – *kapital*) і L (від англійської – *labor*). Показником, який характеризує координацію вказаних виробничих факторів-ресурсів на підприємстві, є фондоозброєність (ФО), що виражається як відношення середньої залишкової вартості основних виробничих фондів (K) до середньої облікової чисельності працівників, або до фонду оплати праці (L), тобто $FO = K/L$.

Вважається, що зростання фондоозброєності – один з важливих чинників підвищення ефективності суспільного виробництва. На основі впровадження інноваційно-інвестиційних заходів фондоозброєність будь-якої галузі економіки повинна постійно зростати. Однак, як показали дослідження останніх років (див., наприклад [1; 2, с. 28–40]), підвищення фондоозброєності може бути оптимальним, коли воно супроводжується зростанням фондівіддачі, і неоптимальним – у разі падіння ефективності використання основних виробничих фондів.

Під оптимальною фондоозброєністю ми розуміємо таку її величину, яка відповідає максимальному обсягу реалізованої продукції Y при заданих загальних витратах $C = K + L$ (або мінімальній величині C на заданий обсяг реалізованої продукції Y). Оптимізація фондоозброєності базується на такому теоретичному положенні: в умовах обмеженості ресурсів (трудових, матеріальних, фінансових та ін.) виробнича діяльність підприємства повинна орієнтуватися на максимально ефективне їх використання. При переході до ринкових відносин і посиленні конкурентної боротьби за ринки збуту це положення набуває особливої актуальності, оскільки нераціональне застосування виробничих факторів на підприємстві неминуче призводить до зниження конкурентоспроможності і самого товаровиробника, і його продукції (робіт, послуг). Так, протягом 2007–2015 рр. фондоозброєність у галузі машинобудування підвищилася приблизно в 6,2 раза, тоді як фондівіддача знизилася на 61%. Отже, спостерігалася неоптимальна динаміка показника ФО: виявилось, що залишкова вартість задіяних основних засобів перебувала в значному відносному надлишку порівняно з витратами на оплату праці [1, с. 18–20]. Звідси виникає запитання: а як у цьому плані йдуть справи на окремих машинобудівних підприємствах і у суб'єктів господарювання інших галузей промисловості України?

Таким чином, **мета статті** – розробити теоретико-методологічну базу дослідження фондоозброєності за допомогою двофакторних виробничих функцій і проаналізувати показник ФО на окремих промислових підприємствах, зокрема – машинобудування та харчової галузі, та визначити шляхи його оптимізації.

Поставлена мета зумовила необхідність вирішення таких основних завдань:

- запропонувати процедуру аналітичного визначення оптимальної фондоозброєності товаровиробника за допомогою граничної норми технологічного заміщення в рамках динамізованих виробничих функцій;
- обґрунтувати ряд узгоджених критеріїв оптимальної фондоозброєності, якщо побудована виробнича функція адекватно описує варіацію виробничих параметрів товаровиробника і запропонувати альтернативні управлінські рекомендації в разі виявлення неоптимальності фактичної фондоозброєності на підприємствах;
- визначити методологічний підхід до розрахунку прихованих резервів зниження надлишкового виробничого ресурсу і проаналізувати аналітичні можливості їх виявлення в разі, коли отримана виробнича функція не відноситься до неокласичних;
- здійснити апробацію розроблених теоретико-методологічних положень і практичних рекомендацій щодо оптимізації фондоозброєності за допомогою виробничих функцій на вітчизняних підприємствах різних галузей промисловості.

При досягненні поставленої мети застосовувались якісні та кількісні методи, зокрема, положення теорії мікроекономіки, економетричне моделювання, апарат аналізу економічної динаміки, а також динамізовані виробничі функції на кшталт функції Кобба – Дугласа – Тінбергена та ін.

При вирішенні першого завдання ми застосовували відомий у мікроекономіці еквімаржинальний принцип (припускаючи, що всі змінні Y , K і L вимірюються в грошових одиницях), і вивели засновану на ньому формулу граничної норми заміщення ресурсів у рамках двофакторних виробничих функцій за умови оптимальної фондоозброєності товаровиробника [3; 4]:

$$MRTS_{LK} = \frac{\partial Y}{\partial K} : \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{f'_K(K, L)}{f'_L(K, L)} = 1. \quad (1)$$

У результаті застосування формули (1) були отримані формули середньої оптимальної фондоозброєності для найбільш популярних в економічних дослідженнях динамізованих виробничих функцій (табл. 1).

Таблиця 1

**Формули оптимальної фондоозброєності
в рамках динамізованих виробничих функцій ***

Назва динамізованої виробничої функції, формула	Оптимальна фондоозброєність K_1/L_1
1. Функція Кобба – Дугласа – Тінбергена $Y = Ae^{\omega t} K^\alpha L^\beta$	$\frac{\alpha}{\beta}$
2. CES-функція $Y = A_0 e^{\omega t} [A_1 K^{-p} + (1 - A_1) L^{-p}]^{-\frac{1}{p}}$	$\left(\frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}}$
3. Лінійна виробнича функція $Y = A_1 K + A_2 L + \omega t$	Будь-яка точка ізокошти C_1 за умови $A_1 = A_2$
4. Виробнича функція Аллена $Y = A_0 KL - A_1 K^2 - A_2 L^2 + \omega t$	$\frac{A_0 + 2A_2}{A_0 + 2A_1}$

* Складено авторами за [5; 6].

Примітка: t – час (номер спостереження), ω – темп приросту реалізації продукції Y за рахунок так званого “нейтрального науково-технічного прогресу”, тобто за рахунок усіх факторів, крім K і L .

Друге завдання вирішувалося виходячи з таких міркувань. Підставляючи у відповідні формули другого стовпця таблиці 1 конкретні параметри знайденої виробничої функції, яка адекватно описує залежність випуску продукції від більш важливих факторів-ресурсів, отримуємо середні значення оптимальної фондоозброєності. Тепер, поряд з фактичними значеннями фондоозброєності K_i/L_i (i – номер спостереження, який змінюється від 1 до N), ми маємо її оптимальне значення K_1/L_1 і можемо порівняти ці величини для визначення періоду (зазвичай року), коли вони були найбільш близькими між собою. Дана вимога відповідає критерію

$$|K_i/L_i - K_1/L_1| = \min. \quad (2)$$

Якщо побудована математико-статистична модель у вигляді відповідної виробничої функції адекватно описує варіацію виробничих параметрів товаровиробника в часі (коефіцієнт детермінації $R^2 \approx 1$; критерії Фішера і Стюдента прямують до нескінченності; коефіцієнт автокореляції залишків моделі першого порядку $r(1) \approx 0$), то критерій (2) узгоджено з критерієм, що випливає з формули (1):

$$|MRTS_{LK_i} - 1| = \min, \quad (3)$$

а також з умовою оптимальності

$$Y_i = \max(\min). \quad (4)$$

Отже, найбільш близька до оптимального значення величина фактичної фондоозброєності відповідає найбільш близькій до одиниці величині граничної норми технологічного заміщення ресурсів, а також максимальному фактичному обсягу продукції, реалізованій на підприємстві (в галузі чи регіоні). Слід зазначити, що відповідність умови (4) критеріям (2) і (3) зазвичай виконується для виробничих функцій, пов'язаних із CES-функцією: для функції Кобба – Дугласа – Тінбергена і динамізованої лінійної функції. Що ж стосується виробничої функції Аллена, то для неї критеріям (2) і (3) відповідає не максимальний фактичний випуск реалізованої продукції, а, навпаки, – мінімальний ($Y_i = \min$) з огляду на особливості використання даної функції в умовах спадного виробництва при зростанні одного чи обох факторів-ресурсів.

Запропонована методологія дозволяє не тільки визначити оптимальну фондоозброєність у вигляді конкретного числового значення, знайденого за певною формулою з таблиці 1, а й указати, в який бік воно відхиляється від оптимальної позначки і які економічні наслідки мають місце на підприємстві. Дійсно, нехай фактична гранична норма технологічного заміщення факторів товаровиробника у формулі (1) не дорівнює 1 ($K_i/L_i \neq K_1/L_1$). Тоді можливими є дві ситуації: 1) $MRTS_{LK} > 1$ ($K_i/L_i > K_1/L_1$); 2) $MRTS_{LK} < 1$ ($K_i/L_i < K_1/L_1$).

У першому випадку це свідчатиме про те, що фактична фондоозброєність перевищує оптимальну. У цій ситуації слід констатувати надмірні порівняно з коштами на оплату праці витрати капіталу, який направляють в основні виробничі фонди. Висновок: на підприємстві слід скоротити надлишкове технологічне устаткування або підвищити фонд оплати праці за рахунок залучення додаткових робітників, посилення матеріального стимулювання тощо. Ясно, що в другому випадку управлінські рекомендації мають бути дзеркально протилежними: товаровиробнику потрібно нарощувати фондоозброєність живої праці.

При вирішенні третього завдання ми усвідомлювали, що в обох розглянутих випадках виникає реальна можливість визначити відносно надлишкову величину ресурсу “основні виробничі фонди” K або “робочої сили” L для певного періоду часу (року). З цією метою ми пропонуємо розраховувати оптимальну величину даного фактора на базі знайденого значення K_1/L_1 :

1) $MRTS_{LK_i} > 1$ (або фактична фондоозброєність є більшою за оптимальну), що вказує на відносний надлишок основних виробничих фондів в i -му році:

$$K_{\text{опт}i} = L_i \times (K_1/L_1). \quad (5)$$

2) $MRTS_{LK_i} < 1$ (або фактична фондоозброєність є меншою за оптимальну), що вказує на відносний надлишок робочої сили в i -му році:

$$L_{\text{опт}i} = K_i \times (K_1/L_1). \quad (6)$$

Визначивши оптимальні величини факторів, досить просто знайти приховані резерви такого зниження певного виробничого ресурсу, яке не приведе до зміни випуску продукції Y .

У першому випадку резерв зниження невикористаних основних засобів (будівель, технологічного устаткування, транспорту тощо) становить:

$$\Delta_i(K) = K_i - K_{\text{опт}i}. \quad (7)$$

У другому випадку резерв скорочення виробничого фактора “праця” дорівнює:

$$\Delta_i(L) = L_i - L_{\text{опт}i}. \quad (8)$$

Резерви зниження відносно надлишкових ресурсів K і L , знайдені за формулами (7) і (8), будуть із знаком “плюс”, оскільки виконуються нерівності $K_{\text{опт}i} < K_i$ та $L_{\text{опт}i} < L_i$. Таким чином, економічний ефект від вжиття заходів з оптимізації фондоозброєності в першому випадку дорівнюватиме $\Delta_i(K)$, а в другому – $\Delta_i(L)$.

Слід зазначити, що на розрахунки за формулами (5)–(8) істотно впливає належність чи неналежність застосовуваної моделі до неокласичних виробничих функцій, яким, за визначенням, можна надати економічного тлумачення [7, с. 106–107; 8]. Розглянемо окреслені проблеми на прикладі виробничої функції Кобба – Дугласа – Тінбергена за умови, що для неї порушено базові ($K > 0$ та $L > 0$) вимоги належності до неокласичних функцій.

Нехай один з виробничих факторів $K(L)$ у моделі відсутній. Така ситуація відбувається, коли коефіцієнт $\alpha(\beta)$ визнається статистично незначущим, ненадійним у результаті визнання справедливою за критерієм Стьюдента нульової гіпотези $H_0: \alpha = 0$ ($H_0: \beta = 0$). У цьому випадку виробнича функція набуває вигляду: $Y = Ae^{\omega t}L^\beta$ ($Y = Ae^{\omega t}K^\alpha$), тобто є неповною. Вона сигналізує про те, що один з ресурсів жодним чином не впливає на результати виробництва, тобто перебуває у відносному надлишку щодо іншого. При $\alpha = 0$, $Y = Ae^{\omega t}L^\beta$ на підприємстві спостерігається істотний надлишок основних виробничих фондів порівняно з рівнем оплати праці й оптимальна фондоозброєність, згідно з даними першого рядка таблиці 1, дорівнює 0: $K_1/L_1 = \alpha/\beta = 0$, а гранична норма заміщення факторів $MRTS_{LK} = (\beta/\alpha) \times K/L$ стає невизначеною. Ясно, що в даних умовах критерії (2) і (3) взагалі не працюють. При цьому розрахунок оптимального розміру основних засобів за формулою (5) дає тривіальний результат:

$$K_{\text{опт}i} = L_i \times (K_1/L_1) = L_i \times 0 = 0. \quad (9)$$

Зрозуміло, що такий результат позбавлений будь-якого економічного сенсу, оскільки повна відсутність основних засобів унеможливує виробництво продукції (робіт, послуг), тому розрахунок резерву зниження невикористаних основних виробничих фондів (будівель, технологічного устаткування, транспорту тощо) за формулою (7) теж стає неможливим.

Аналогічні міркування справедливі й для випадку $\beta = 0$, $Y = Ae^{\omega t}K^\alpha$, коли на підприємстві спостерігається істотний надлишок робочої сили порівняно з основними засобами й оптимальна фондоозброєність, згідно з даними першого рядка таблиці 1, $K_1/L_1 = \alpha/\beta = \alpha/0$ взагалі не існує, а гранична норма заміщення факторів $MRTS_{LK} = (\beta/\alpha) \times K/L$ дорівнює 0.

Припустимо, що один з виробничих факторів $K(L)$ негативно впливає на результати виробництва. Наприклад, нове техніко-технологічне устаткування придбане, але не встановлене і потребує додаткових витрат на зберігання. Або на підприємстві спостерігається істотний надлишок незадіяної робочої сили і подальше її збільшення призводить лише до додаткових витрат фонду оплати праці. Така ситуація відбувається, коли коефіцієнт $\alpha(\beta)$ визнається статистично значущим, надійним за критерієм Стюдента, але він спостерігається із знаком “мінус”. У цьому випадку виробнича функція набуває вигляду $Y = Ae^{\omega t}K^{-\alpha}L^\beta$ ($Y = Ae^{\omega t}K^\alpha L^{-\beta}$) і сигналізує про те, що один з ресурсів негативно впливає на результати виробництва – перебуває в *дуже великому* відносному надлишку щодо іншого фактора.

Виникає запитання: як це позначиться на результатах аналізу резервів підвищення ефективності виробництва за допомогою оптимізації фондоозброєності?

При $\alpha < 0$, $Y = Ae^{\omega t}K^{-\alpha}L^\beta$ на підприємстві спостерігається істотний надлишок основних виробничих фондів порівняно з рівнем оплати праці й оптимальна фондоозброєність, згідно з даними першого рядка таблиці 1, є меншою від 0 ($K_1/L_1 = \alpha/\beta < 0$). При цьому гранична норма заміщення факторів $MRTS_{LK} = (\beta/\alpha) \times K/L$ теж стає від’ємною. Очевидно, що в даних умовах критерії (2) та (3) не спрацьовують, і розрахунок оптимального розміру основних засобів за формулою (5) теж дає від’ємну величину, яка позбавлена будь-якого економічного змісту. Внаслідок цього визначення резерву зниження невикористаних основних виробничих фондів (будівель, технологічного устаткування, транспорту тощо) за формулою (7) втрачає сенс.

Аналогічні міркування є справедливими і для випадку $\beta < 0$, $Y = Ae^{\omega t}K^\alpha L^{-\beta}$, коли на підприємстві спостерігається істотний надлишок робочої сили порівняно з основними засобами. Оптимальна фондоозброєність, згідно з даними першого рядка таблиці 1, є меншою від 0 і гранична норма заміщення факторів $MRTS_{LK}$ теж стає від’ємною.

Таким чином, коли отримана виробнича функція, яка адекватно описує залежність випуску продукції на підприємстві від виробничих факторів K та L , не належить до неокласичних (наприклад, при $K \leq 0$, $L \leq 0$), критерії узгодженості результатів оптимізації фондоозброєності (2)–(4) і розрахунки резервів зростання ефективності виробництва за формулами (5)–(8) використовувати неможливо, оскільки вони дають результати, позбавлені економічного змісту. Така економіко-математична модель при $K = 0$ ($L = 0$) дозволяє лише констатувати факт надлишковості одного з виробничих факторів порівняно з іншим, а за умови $K < 0$ ($L < 0$) призводить до висновку про *дуже велику* надлишковість певного ресурсу.

Тепер розглянемо практичне використання розроблених вище теоретико-методологічних положень і практичних рекомендацій щодо оптимізації фондоозброєності за допомогою виробничих функцій на вітчизняних підприємствах різних галузей промисловості, тобто перейдемо до вирішення четвертого завдання даної статті. Почнемо з аналізу фондоозброєності на спільному українсько-німецькому машинобудівному підприємстві “Атем-Франк” і ТОВ “Житомиртепломаш” (надалі компанія “АТЕМ”) – лідера за якістю і обсягами випуску опалювальної техніки серед вітчизняних виробників, яка займається виробництвом радіаторів та котлів центрального опалення.

Дослідження фондоозброєності машинобудівної компанії “АТЕМ” здійснено за даними її статистичної звітності за 2010–2017 рр. (табл. 2).

Таблиця 2

Вихідні дані для моделювання залежності випуску продукції компанії “АТЕМ” від витрат агрегованих виробничих факторів *

Роки	Y (тис. грн.)	K (тис. грн.)	L (тис. грн.)	t (номер року)
2010	66087	5226	7059	1
2011	103704	5398	10070	2
2012	93397	5346	11373	3
2013	90837	4986	12675	4
2014	116358	5769	16415	5
2015	124762	5371	17450	6
2016	88978	6017	13778	7
2017	132969	6162	23150	8

* Складено авторами за: Національна база даних RUSLANA аналітичної компанії Bureau van Dijk. 2018 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://www.bvdinfo.com/ru-ru/our-products/company-information/national-products/ruslana>

Примітка: Y – чиста виручка від реалізації продукції, K – залишкова вартість основних виробничих фондів, L – витрати на оплату праці, $t = 1, 2, \dots, N$.

За даними таблиці 2 були розраховані базисні темпи зростання аналізованих показників: $T_3Y = 2,012$; $T_3K = 1,179$; $T_3L = 3,279$; $T_3K/L = 0,3595$. Отже, за 2010–2017 рр. зростання оплати праці на підприємстві відчутно випереджало підвищення залишкової вартості основних виробничих фондів, у результаті чого фондоозброєність у компанії “АТЕМ” за досліджуваний період знизилася на 64%.

Оскільки емпіричні дані представлені часовими рядами, то у процесі моделювання застосовувалися динамізовані виробничі функції, що дозволило додатково врахувати вплив на Y усіх чинників, крім K і L , що втілені у факторі часу t . У ході математико-статистичного моделювання було апробовано різні динамізовані функції, у тому числі статистично перевірено можливість побудови CES-функції, яка, на відміну від функцій Кобба – Дугласа – Тінбергена, лінійної та Аллена, показала позитивний результат завдяки малій вибірці ($N = 8$).

Динамізована CES-функція, яка була побудована за даними таблиці 2 на основі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції за-

лишків моделі за методом Марквардта, виявилася досить точною і статистично значущою. На останній 13-й ітерації процедури було отримане оптимальне рішення (табл. 3).

Таблиця 3

Результати статистичного моделювання CES-функції за даними компанії “АТЕМ” *

Константа, A_0	9,89579
Науково-технічний прогрес, ω	-0,06961
Еластичність заміщення ресурсів, σ_{LK}	0,64002
Параметр розподілу, A_1	0,02230
Число Марквардта	0,01000
Скоригований коефіцієнт детермінації, R_C^2	0,92776
Сума квадратів регресійних залишків, RSS	0,03096
Критерій Дарбіна – Уотсона, DW	2,11023

* Розраховано авторами за даними таблиці 2.

Отже, шукана модель має такий вигляд:

$$Y = 9,89579e^{-0,06961t} [0,02230K^{-0,56245} + 0,97770L^{-0,56245}]^{-1,77794}. \quad (10)$$

Параметр заміщення CES-функції p (див. 2-й рядок таблиці 1) знайдено із співвідношення: $p = 1/\sigma_{LK} - 1 = 0,56245$.

Рівняння (10) з високою точністю описує динаміку чистої виручки від реалізації продукції компанії “АТЕМ” за досліджуваній період. Скоригований на число ступенів вільності коефіцієнт детермінації свідчить про те, що більше ніж 92,7% варіації виручки від реалізації продукції пояснюється динамізованою CES-функцією, а абсолютна похибка моделі становить 3,1%. Критерій Дарбіна – Уотсона $DW = 2,11$ вказує на високу адекватність побудованої виробничої функції (оптимальне значення дорівнює 2).

Коефіцієнт шкали $A_0 = 9,8958$ свідчить про досить високу ефективність виробництва в компанії “АТЕМ” за 2010–2017 рр. Величина темпу приросту “нейтрального науково-технічного прогресу” $\omega = -0,06961$ показує, що в компанії чиста виручка від реалізації продукції зменшувалася в середньому за рік майже на 7% під впливом усіх чинників, крім зміни витрат на остаточну вартість основних виробничих фондів та працю.

На основі даних таблиці 2 розрахуємо граничну норму технологічного заміщення $MRTS_{LK}$ за кожний рік досліджуваного періоду, взявши до уваги той факт, що для побудованої виробничої функції (10)

$$\frac{1 - A_1}{A_1} = \frac{1 - 0,0223}{0,0223} = 43,84756; 1 + p = 1 + 0,56244 = 1,56244.$$

Результати розрахунку граничної норми заміщення $MRTS_{LK}$ подано в таблиці 4.

У даному випадку всі значення граничної норми технологічного заміщення ресурсів перевищують 1 (див. табл. 4), тобто фактична фондоозброєність є вищою за оптимальну. При цьому слід зазначити, що на досліджуваному підприємстві спостерігається позитивна тенденція до зниження величини $MRTS_{LK}$ та її поступового наближення до оптимального рівня.

Таблиця 4

**Фактична фондоозброєність
і гранична норма технологічного заміщення ресурсів у компанії “АТЕМ” ***

Роки	Фондоозброєність K/L (грн./грн.)	Гранична норма технологічного заміщення $MRTS_{LK}$
2010	0,74033	27,41143
2011	0,53605	16,55168
2012	0,47006	13,48049
2013	0,39337	10,20590
2014	0,35145	8,55812
2015	0,30779	6,95636
2016	0,43671	12,01628
2017	0,26618	5,54382

* Розраховано авторами за даними таблиці 2.

На основі параметрів моделі (10) і формули рядка 2 таблиці 1 розрахуємо середній за досліджуваний період часу показник оптимальної фондоозброєності для компанії “АТЕМ”:

$$\frac{K_1}{L_1} = \left(\frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}} = \left(\frac{0,0223}{1 - 0,0223} \right)^{0,64002} = 0,08894.$$

Користуючись знайденим значенням оптимальної фондоозброєності, а також даними таблиці 4, перевіримо узгодженість критеріїв (2)–(4). Найближчим до оптимального було фактичне значення фондоозброєності 0,26618 грн./грн., а найближчою до 1 – величина $MRTS_{LK} = 5,544$. Обидва ці значення спостерігались у 2017 р., коли підприємство дійсно одержало максимальну за досліджуваний період чисту виручку від реалізації продукції в розмірі 132969 тис. грн. (див. табл. 2), тобто мала місце повна узгодженість зазначених критеріїв, що обумовлено високою точністю побудованої виробничої функції (10).

Знову звернувшись до даних таблиці 4, можна побачити, що фактична фондоозброєність на підприємстві перевищує оптимальну, а гранична норма технологічного заміщення – 1. Це означає, що виробничі фонди компанії “АТЕМ” були в певному надлишку. У цьому зв’язку виникає запитання: яку чисту виручку від реалізації продукції компанія “АТЕМ” отримала б у 2017 р. при середній оптимальній фондоозброєності? Щоб відповісти на нього, скористаємося розрахунком за формулою (5) оптимального обсягу основних виробничих фондів у 2017 р.:

$$K_{\text{опт } 2017} = (K_1/L_1) \times L_{2017} = 0,08894 \times 23150 = 2058,96 \text{ (тис. грн.)}.$$

Знайдена величина показує, що для випуску продукції у розмірі 132969 тис. грн. у 2017 р. компанії “АТЕМ” вистачило б основних засобів на суму приблизно 2059 тис. грн.

Отже, за формулою (7) резерв для зростання чистої виручки від реалізації продукції за рахунок оптимізації фондоозброєності на підприємстві, тобто в результаті продажу частини невикористаних основних виробничих фондів, становив у 2017 р. приблизно 4103 тис. грн. ($\Delta_{2017}(K) = K_{2017} - K_{\text{опт } 2017} = 6162 - 2059$). Звідси,

виручка від реалізації компанією “АТЕМ” продукції, при оптимальній фондоозброєності, становила б у 2017 р. приблизно 137072 тис. грн. (132969 + 4103).

Аналогічні розрахунки оптимального обсягу основних виробничих фондів, а також резервів збільшення чистої виручки від реалізації продукції за рахунок оптимізації на підприємстві фондоозброєності, тобто в результаті продажу частини невикористаних основних виробничих фондів, можна здійснити і за інші роки розглядуваного періоду.

Дослідження фондоозброєності в харчовій промисловості здійснимо на прикладі хлібопекарського виробництва на рівні окремих комбінатів хлібопродуктів (КХП). Розглянемо процедуру побудови і застосування в економічному аналізі виробничої функції за інформацією статистичної звітності ПрАТ “Березинський КХП” за 2007–2016 рр. Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 5.

Аналіз даних таблиці 5 показує, що фондоозброєність у ПрАТ “Березинський КХП” мала сталу тенденцію до зниження, а з 2014 р. вона була меншою за 1. Цей економічний феномен пояснюється високою спрацьованістю основних виробничих фондів підприємства та їх низькою порівняно з оплатою праці залишковою вартістю. За досліджуваний період спостерігалися такі базисні темпи зростання аналізованих показників: $TзY = 4,077$; $TзK = 1,709$; $TзL = 11,053$; $Tз(K/L) = 0,155$. Отже, підвищення оплати праці на підприємстві відчутно випереджало зростання залишкової вартості основних виробничих фондів, у результаті чого фондоозброєність у ПрАТ “Березинський КХП” за досліджуваний період знизилася на 84,5%.

Таблиця 5

Вихідні дані для моделювання динаміки реалізованої продукції ПрАТ “Березинський КХП” *

Роки	Чистий дохід від реалізації продукції, Y (тис. грн.)	Залишкова вартість основних виробничих фондів, K (тис. грн.)	Оплата праці, L (тис. грн.)	Час, t (номер року)	Фондоозброєність, K/L (грн./грн.)
2007	3329	2349,95	484,2	1	4,853
2008	6257	2294,05	739	2	3,104
2009	5002	2386,5	910	3	2,623
2010	6075	2623,5	1204	4	2,179
2011	7279	2718	1522	5	1,786
2012	4745	2574,5	1474	6	1,747
2013	6588	2299,5	1849	7	1,244
2014	10274	2184,5	2411	8	0,906
2015	13559	2532,5	3860	9	0,656
2016	13572	4016,5	5352	10	0,750

* Тут і в таблиці 6 розраховано авторами за даними Агентства з розвитку інфраструктури фондового ринку України : офіційний сайт, 2017 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://smidagov.ua/>.

За даними таблиці 5 нами було здійснено спробу використати, поряд з виробничою функцією Кобба – Дугласа – Тінбергена, також *CES*-функцію. У результаті

логарифмування вихідних даних, побудови виробничої функції Кобба – Дугласа – Тінбергена і потенціювання величини $\ln A$ було отримане таке рівняння:

$$Y = 44,8983 e^{-0,3246t} K^{-1,0292} L^{2,0290}. \quad (11)$$

Побудована ж з використанням ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта CES-функція має такий вигляд:

$$Y = 8,8975 e^{-0,1362t} [-0,1188 K^{0,2897} + 1,1188 L^{0,2897}]^{3,4517}. \quad (12)$$

У моделі (12) параметр заміщення ρ знайдено із співвідношення: $\rho = 1/\sigma_{LK} - 1 = -0,28971$. Логарифмічна частина моделі (11) є статистично надійною (розрахункове значення критерію Фішера дорівнює 36,97); скоригований коефіцієнт детермінації $R_C^2 = 0,923$; стандартна помилка становить 0,127. Звернемо увагу на той факт, що в отриманій моделі коефіцієнт α при факторі K має знак “мінус”, але він є статистично значущим, надійним. Це свідчить про те, що отримана виробнича функція (11) не належить до неокласичних, оскільки порушено умову $0 < \alpha < 1$.

Моделю (12) за точністю ($R_C^2 = 0,633$) значно поступається виробничій функції Кобба – Дугласа – Тінбергена. До того ж CES-функція теж не є неокласичною, оскільки $A_1 < 0$, що свідчить про негативний вплив фактора K на чистий дохід від реалізації продукції Y у ПрАТ “Березинський КХП”. Таким чином, підтверджується гіпотеза про негативний вплив зростання основних виробничих фондів на змінну Y . Отже, можна припустити, що даний виробничий фактор-ресурс перебував у відносному надлишку порівняно з оплатою праці.

За рівнянням (11) можна дійти висновку про те, що на підприємстві підвищення середньої залишкової вартості основних виробничих фондів на 1% призвело до зниження чистого доходу в середньому трохи більше ніж на 1%, а зростання витрат на робочу силу на 1% – до підвищення змінної Y у середньому більш як на 2%. При цьому всі інші фактори, крім K і L , теж негативно впливали на змінну Y : середнє щорічне відносне зниження чистого доходу від реалізації продукції у ПрАТ “Березинський КХП” становило за досліджуваний період 32%.

Очевидно, що в даному випадку аналіз оптимальності фондоозброєності на підприємстві проводити немає сенсу, оскільки при $\alpha < 0$ її значення (α/β) теж перетворюється на від’ємну величину, що суперечить економічному змісту даного показника. Це означає, що у ПрАТ “Березинський КХП” ресурс “основні виробничі фонди” дійсно є у відносному надлишку порівняно з оплатою праці. Хоча слід наголосити на позитивній тенденції до зниження співвідношення K/L на досліджуваному підприємстві.

Запропонована процедура аналізу фондоозброєності також застосовувалась і до даних статистичної звітності Миколаївського КХП за 2007–2016 рр. (табл. 6).

Аналіз даних таблиці 6 показує, що фондоозброєність на Миколаївському КХП мала тенденцію до зниження, що зумовлено високою спрацьованістю його основних виробничих фондів. За досліджуваний період спостерігалися такі базисні темпи зростання аналізованих показників: $T_3 Y = 0,656$; $T_3 K = 0,764$; $T_3 L = 2,083$; $T_3(K/L) = 0,367$. Отже, підвищення оплати праці на цьому підприємстві, як і у ПрАТ “Березинський КХП”, набагато випереджало зростання залишкової вартості основних виробничих фондів, у результаті чого фондоозброєність на Миколаївському КХП за 2007–2016 рр. знизилася на 63,3%. Підкреслимо також істотне зниження чистого доходу від реалізації продукції за аналізований період на 34,4%.

Цей факт дає підстави припустити можливість застосування для дослідження фондоозброєності на підприємстві виробничої функції Аллена [6]. Отже, після покрокового відсіву незначущих факторів виробнича функція Аллена, побудована за даними Миколаївського КХП, має такий вигляд:

$$Y - 30684,7581 = 0,0003KL - 8123,1891t. \quad (13)$$

Таблиця 6

Вихідні дані для моделювання динаміки чистого доходу від реалізації продукції Миколаївського КХП

Роки	Чистий дохід від реалізації продукції, Y (тис. грн.)	Залишкова вартість ОВФ, K (тис. грн.)	Оплата праці, L (тис. грн.)	Час, t (номер року)	Фондоозброєність, K/L (грн./грн.)
2007	89916,3	47712	5690	1	8,385
2008	105834	43959,8	6700	2	6,561
2009	82258	41053	7165	3	5,730
2010	75004	40382	7150	4	5,648
2011	88918	39363	8947	5	4,400
2012	39634	38220,5	7391	6	5,171
2013	18482	36604,5	5263	7	6,955
2014	18984	34903	5340	8	6,536
2015	49163	33944	8419	9	4,032
2016	58960	36457	11852	10	3,076

Модель (13) описує майже 86,9% варіації змінної Y ($R_C^2 = 0,8687$). Отримана функція не належить до неокласичних функцій, оскільки $A_1 = A_2 = 0$. Вона є статистично значущою, надійною як у цілому (критерій Фішера дорівнює 30,78), так і за окремими коефіцієнтами. Економіко-статистичний аналіз параметрів моделі (13) показав, що протягом 2007–2016 рр. на Миколаївському КХП за рахунок усіх факторів, крім K і L , відбувалося щорічне середнє зниження чистого доходу від реалізації продукції у розмірі 8123,2 тис. грн.

За допомогою виробничої функції (13) розрахуємо оптимальну фондоозброєність на підприємстві та щорічну величину граничної норми заміщення факторів, беручи до уваги, що $A_1 = A_2 = 0$:

$$\frac{K_1}{L_1} = \frac{A_0 + 2A_2}{A_0 + 2A_1} = 1; \quad MRTS_{LK} = \frac{A_0 \frac{K}{L} - 2A_2}{A_0 - 2A_1 \frac{K}{L}} = \frac{K}{L}. \quad (14)$$

Отже, в даному конкретному випадку оптимальна фондоозброєність дорівнює 1, а гранична норма заміщення факторів – величині фактичної фондоозброєності на Миколаївському КХП, яку наведено в останньому стовпці таблиці 6. Порівняння його значень з 1 (у цій ситуації дане значення виступає, з одного боку, як оптимальна фондоозброєність, а з іншого – як $MRTS_{LK}$ в умовах оптимуму товаровиробника) дає підстави вважати, що фактичні величини K/L на підприємстві за всі роки досліджуваного періоду були неоптимальними з відносною надлишковістю наявних основних засобів виробництва порівняно з оплатою праці.

Зазначимо, що для функції (13) критерії (2) і (3) є узгодженими – у 2016 р. спостерігалось найбільш близьке до 1 значення K/L ($MRTS_{LK}$) (див. табл. 6). Однак цей рік не відповідає умові $Y = \min$, тобто відсутнє узгодження з критерієм (4) через не дуже високу точність моделі (13). Утім, побудована виробнича функція Аллена є цілком придатною для визначення оптимальної величини основних виробничих фондів підприємства і відповідних резервів зниження надлишкового фактора-ресурсу за формулами (5) і (7). Розрахуємо їх для Миколаївського КХП за даними 2016 р.:

$$K_{\text{опт } 2016} = K_1 / L_1 \times L_{2016} = 1 \times 11852 = 11852 \text{ (тис. грн.)}$$

Знайдена величина показує, що для випуску продукції на суму 58960 тис. грн. у 2016 р. підприємству вистачило б основних засобів вартістю приблизно 11852 тис. грн. Звідси, резерв зростання чистої виручки від реалізації продукції за рахунок оптимізації фондоозброєності на Миколаївському КХП, тобто в результаті продажу частини невикористаних основних виробничих фондів, становив би у 2016 р. 24605 тис. грн. (36457 – 11852). Отже, чистий дохід від реалізації продукції на підприємстві, при оптимальній фондоозброєності, дорівнював би у 2016 р. приблизно 83565 тис. грн. (58960 + 24605).

Очевидно, що аналогічні розрахунки оптимального обсягу основних виробничих фондів, а також резервів для зростання чистого доходу від реалізації продукції за рахунок оптимізації фондоозброєності на Миколаївському КХП у результаті продажу частини невикористаних основних засобів, можна здійснити і за інші роки досліджуваного періоду.

Висновки

Таким чином, запропонована процедура аналітичного визначення оптимальної фондоозброєності товаровиробника за допомогою граничної норми технологічного заміщення ресурсів у рамках динамізованих виробничих функцій дозволила перевірити наукову гіпотезу про відносну надлишковість основних засобів порівняно з оплатою праці не тільки на рівні галузі промисловості, а й на окремих машинобудівних і харчових підприємствах. Зокрема, обґрунтовано ряд узгоджених критеріїв оптимальної фондоозброєності, коли побудована виробнича функція адекватно описує варіацію в часі техніко-економічних показників товаровиробника, та розроблено альтернативні управлінські рекомендації в разі виявлення на підприємстві неоптимальності фактичної фондоозброєності. Визначено методологічний підхід до розрахунку прихованих резервів для зниження надлишкового виробничого ресурсу і проаналізовано аналітичні можливості їх виявлення в разі, коли отримана виробнича функція не належить до неокласичних.

Апробація розроблених теоретико-методологічних положень і практичних рекомендацій щодо оптимізації фондоозброєності за допомогою виробничих функцій на вітчизняних підприємствах різних галузей промисловості показала, що у машинобудуванні та харчовій промисловості України в останні роки спостерігався істотний надлишок основних виробничих фондів порівняно з оплатою праці. На наш погляд, фактичне перевищення необхідної фондоозброєності

(тобто її неоптимальність) у цей період сформувалося під впливом двох головних чинників:

- 1) наявності великої кількості застарілого і спрацьованого техніко-технологічного устаткування, яке використовувалося неефективно;
- 2) штучного заниження вартості виробничого фактора “робоча сила”, що проявлялося в необґрунтовано низькій оплаті праці персоналу.

Список використаної літератури

1. Янковий О.Г., Янковий В.О. Фондоозброєність у машинобудуванні України: реальність і оптимальність // Економіка України. – 2018. – № 8. – С. 16–29.
2. Янковий В.О. Оптимальна фондоозброєність і виробничі функції : моногр. – Одеса : Атлант, 2018. – 251 с.
3. Янковий О.Г., Янковий В.О. Процедура визначення оптимальної фондоозброєності на базі виробничих функцій // Вісник соціально-економічних досліджень : зб. наук. праць. – 2018. – № 4. – С. 77–87.
4. Янковий В.О. Оптимізація фондоозброєності – шлях до внутрішньої рівноваги підприємства // Вісник Одеського національного університету. – Сер. : Економіка. – 2018. – Т. 23. – Вип. 6. – С. 201–205.
5. Yankovyi O., Goncharov Yu., Koval V., Lositska T. Optimization of the capital-labor ratio on the basis of production functions in the economic model of production // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2019. – № 4. – С. 134–140.
6. Koval V., Slobodianiuk O., Yankovyi V. Production forecasting and evaluation of investments using Allen two-factor production function // Baltic Journal of Economic Studies. – 2018. – Vol. 4. – № 1. – pp. 219–226 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://doi.org/10.30525/2256-0742/2018-4-1-219-226>.
7. Шумська С.С. Інструмент виробничої функції в дослідженні української економіки // Економіка і прогнозування. – 2007. – № 4. – С. 104–123.
8. Казакова М.В. Анализ свойств производственных функций, используемых при декомпозиции экономического роста [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf>.

References

1. Yankovyi O.G., Yankovyi V.O. *Fondoozbroenist' u mashynobuduvanni Ukrainy: real'nist' i optymal'nist'* [Capital-labor ratio in Ukraine's machine building: reality and optimality]. *Ekonomika Ukrainy – Economy of Ukraine*, 2018, No. 8, pp. 16–29 [in Ukrainian].
2. Yankovyi V.O. *Optymal'na Fondoozbroenist' i Vyrobnychi Funktsii* [Optimal Capital-Labor Ratio and Production Functions]. Odesa, Atlant, 2018 [in Ukrainian].
3. Yankovyi O.G., Yankovyi V.O. *Protsedura vyznachennya optymal'noi fondoozbroenosti na bazi vyrobnychykh funktsii* [Procedure for determining the optimal capital-labor ratio on the basis of production functions]. *Visnyk sotsial'no-ekonomichnykh doslidzhen' – Bulletin of socio-economic research*, 2018, No. 4, pp. 77–87 [in Ukrainian].
4. Yankovyi V.O. *Optymizatsiya fondoozbroenosti – shlyakh do vnutrishn'oi rivnovahy pidpryemstva* [Optimization of capital-labor ratio – the way to the internal equilibrium of the enterprise]. *Visnyk Odes'koho natsional'noho universytetu. Ser.: Ekonomika – Odesa*

National university Herald. Ser.: Economics, 2018, Vol. 23, Iss. 6, pp. 201–205 [in Ukrainian].

5. Yankovyi O., Goncharov Yu., Koval V., Lositska T. Optimization of the capital-labor ratio on the basis of production functions in the economic model of production. *Naukovyi visnyk Natsional'noho hirnychoho universytetu – Scientific bulletin of National Mining University*, 2019, No. 4, pp. 134–140.

6. Koval V., Slobodianiuk O., Yankovyi V. Production forecasting and evaluation of investments using Allen two-factor production function. *Baltic Journal of Economic Studies*, 2018, Vol. 4, No. 1, pp. 219–226, available at: <https://doi.org/10.30525/2256-0742/2018-4-1-219-226>.

7. Shumska S.S. *Instrument vyrobnychoi funktsii v doslidzhenni ukrains'koi ekonomiky* [The tool of production function in the development of Ukraine's economy]. *Ekonomika i prognozuvannya – Economy and forecasting*, 2007, No. 4, pp. 104–123 [in Ukrainian].

8. Kazakova M.V. *Analiz svoistv proizvodstvennykh funktsii, ispol'zuemykh pri dekompozitsii ekonomicheskogo rosta* [Analysis of the properties of production functions used in the decomposition of economic growth], available at: <ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf> [in Russian].

*Стаття надійшла до редакції 11 вересня 2019 р.
The article was received by the Editorial staff on September 11, 2019.*
