

31  
223

*сидд*

КОНТРОЛЬНЫЙ  
ЯР

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ

†

ВТОРОЕ ПЕРЕРАБОТАННОЕ  
И ДОПОЛНЕННОЕ ИЗДАНИЕ

Допущено Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебного пособия  
для студентов экономических специальностей  
высших учебных заведений



ПРЕДЕРНА  
200 9

Одесская государственная  
университетская  
БИБЛИОТЕКА  
Отдел обработки

*Сидд*

6-132397



«СТАТИСТИКА»  
МОСКВА 1973

СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Данное учебное пособие является вторым, переработанным и дополненным изданием «Сборника задач по общей теории статистики» (первое издан в 1966 г.).

В новом издании отражены изменения в теории и практике планирования и статистического учета. Включение в пособие задач, носящих аналитический характер, будет способствовать развитию у студентов навыков экономико-статистического анализа.

При составлении задач наряду с условными широко использованы фактические данные по экономике СССР, экономике стран мировой социалистической системы и капиталистических стран, а также данные отчетности промышленных предприятий, строек, колхозов и совхозов (для удобства выполнения арифметических действий в ряде задач произвольно округлены цифры).

Авторами написаны следующие главы: доц. Я. М. Эрляхом — главы II, V, и VI; проф. Ф. Г. Долгушевским — главы I и III; доц. В. С. Коаловым — глава VII; ст. преподавателем П. И. Подушиным — глава IV; ст. преподавателем Н. А. Вельяненко — глава VIII. Приложение составлено доц. Я. М. Эрляхом.

Общее руководство составлением сборника и научное редактирование осуществлено доц. Я. М. Эрляхом.

Отзывы на книгу просьба присылать по адресу: г. Одесса, ул. Советской Армии, 8, Институт народного хозяйства, кафедра статистики.

Задача № 1. Укажите, к какой форме, виду и способу наблюдения относятся:

- 1) перепись населения;
- 2) ежемесячная отчетность промышленных предприятий о выполнении плана по продукции;
- 3) всесоюзная перепись плодово-ягодных насаждений в 1970 г.;
- 4) регистрация актов гражданского состояния (рождения, браки, разводы, смерть);
- 5) учет явок рабочих и служащих на работу;
- 6) всесоюзная перепись виноградных насаждений в 1970 г.;
- 7) обследование передового колхоза с целью представления материалов на Выставку достижений народного хозяйства СССР;
- 8) ежегодный учет скота в личных подсобных хозяйствах колхозников, рабочих и служащих, проживающих в городах и городских поселках;
- 9) жилищные обследования семей рабочих, служащих и колхозников;
- 10) квартальный отчет промышленного предприятия по труду по форме № 2-г;
- 11) перепись неустановленного оборудования на 1 января 1971 г.

Задача № 2. После изучения «Инструкции о порядке Всесоюзной переписи населения 1970 года и заполнения переписных листов» ответьте на следующие вопросы:

- 1) какова цель этой переписи?
- 2) как определен объект переписи?
- 3) к какому моменту времени приурочивалась запись данных?
- 4) в какой срок была проведена перепись в городах и сельской местности?
- 5) каким способом производилось наблюдение?

Задача № 3. Руководствуясь «Инструкцией о порядке Всесоюзной переписи населения 1970 года и заполнения переписных листов», заполните переписный лист на своего товарища и на себя.

Указание. Критический момент, к которому необходимо приурочить запись сведений, установите сами.

Задача № 4. Укажите, к какой форме (словесной, альтернативной, численной) следует отнести каждый из ответов на вопросы переписного листа Всесоюзной переписи населения 1970 года, приведенного на стр. 8—11.

Задача № 5. На основании изучения «Инструкции о порядке Всесоюзной переписи населения 1970 года и заполнения переписных листов» дайте краткую характеристику содержания и назначения подготовительных работ, необходимых для успешного проведения переписи.

**Задача № 6.** На основании изучения организационного плана проведения очередной переписи остатков основных видов материалов и топлива требуется:

- 1) кратко сформулировать цель проведения переписи;
- 2) определить объект и единицу наблюдения;
- 3) указать критическую дату переписи и срок ее проведения;
- 4) указать место наблюдения;
- а) ответить на вопросы:
- б) к какому виду наблюдения относится эта перепись?
- б) каким способом и кем собираются сведения об остатках основных видов материалов и топлива?

**Задача № 7.** На основании изучения «Отчета промышленного предприятия о выполнении плана по продукции» (форма № 1-п), «Отчета промышленного предприятия о выполнении плана по труду» (форма № 2-т), «Отчета о производстве продукции животноводства (квартального)» (форма № 24) и «Отчета о выполнении плана по труду в строительстве» (форма № 3-т) сформулируйте основные принципы построения программы отчетности по труду и продукции в промышленности, производству продукции животноводства и труду в строительстве.

**Задача № 8.** Укажите, что будет являться временем наблюдения и временем производства наблюдения:

- 1) при проведении переписи населения;
- 2) при представлении промышленным предприятием ежемесячного отчета о выполнении плана по продукции;
- 3) при представлении колхозом квартального отчета о производстве продукции животноводства (форма № 24).

**Задача № 9.** Разработайте опросный бланк для проведения обследования бюджета времени студентов вуза, в котором Вы учитесь. Цель обследования — узнать, сколько времени студенты затрачивают в среднем:

- 1) на учебу, в том числе на аудиторские занятия и на самостоятельную работу;
- 2) на общественную работу;
- 3) на повышение своего идейного и культурного уровня (включая посещение кино, концертов и театров);
- 4) на спорт;
- 5) на занятия в коллективах художественной самодеятельности и танцы;
- 6) на принятие пищи;
- 7) на самообслуживание;
- 8) на сон.

Кроме программы составьте инструкцию о порядке проведения обследования и заполнения формуляра наблюдения. В инструкции укажите объект, единицу наблюдения, срок проведения обследования и порядок заполнения формуляра.

**Задача № 10.** Для изучения зависимости академической успеваемости от пола, возраста и общественной активности студентов вуза, в котором Вы учитесь, признано необходимым по состоянию на 1 октября текущего года провести специальное статистическое обследование.

С этой целью сформулируйте вопросы программы наблюдения по каждой специальности и курсу, разработайте соответствующие формуляры и инструкции к их заполнению.

**Задача № 11.** С целью изучения численности и состава работников просвещения союзной республики, на территории которой находится Ваше учебное заведение, необходимо провести специальное обследование.

Требуется:

- 1) определить содержание программы этого обследования;
- 2) разработать формуляр и написать краткую инструкцию к его заполнению;
- 3) составить организационный план обследования.

**Задача № 12.** Для изучения состава (по полу, возрасту, национальности, уровню образования, семейному положению, роду занятий и стажу работы) передовиков сельского хозяйства, проживающих на территории области, где находится Ваше учебное заведение, признано целесообразным провести специальное статистическое обследование.

Требуется:

- 1) определить круг вопросов, которые Вы считали бы необходимым включить в программу обследования; сформулировать вопросы и обосновать целесообразность их включения в программу статистического наблюдения;
- 2) спроектировать формуляр обследования и написать инструкцию к его заполнению;
- 3) составить организационный план обследования.

**Задача № 13.** По механическому заводу имеются следующие данные о выполнении плана по реализации продукции (тыс. руб.):

План на июль	Фактически		
	за первое полугодие	за отчетный месяц	за январь — июль прошлого года
250	1617	256	1586

Объем реализации продукции в оптовых ценах предприятий, принятых в плате

Требуется:

1) заполнить графы 4—8 раздела I формы № 1-п «Отчет промышленного предприятия о выполнении плана по продукции» за июль отчетного года;

2) назвать реквизиты данной формы отчетности.

**Задача № 14.** В отделе кадров одного из предприятий имеются следующие данные об изменении численности промышленно-производственных рабочих за I квартал отчетного года (человек):

состояло рабочих по списку  
на начало отчетного года . . . . . 2 261  
принято на предприятие— всего . . . . . 712

в том числе:

а) переведено из других организаций, предприятий и строек . . . . . 25  
б) принято самим предприятием . . . . . 687  
выбыло с предприятия— всего . . . . . 123

в том числе:

а) в связи с переходом на учебу, призывом в Советскую Армию, уходом на пенсию и по другим причинам, предусмотренным законом . . . . . 37  
б) по собственному желанию . . . . . 82  
в) уволено за прогул и другие нарушения трудовой дисциплины . . . . . 4

состояло рабочих по списку на конец отчетного периода . . . . . 2 850  
число случаев прогула с начала года . . . . . 21

Требуется:

1) заполнить раздел V формы № 2-т «Отчет промышленного предприятия о выполнении плана по труду» за I квартал;  
2) назвать реквизиты данной формы отчетности.

**Задача № 15.** По одному из колхозов движение поголовья скота за первое полугодие отчетного года характеризовалось следующими данными, приведенными в таблице на стр. 7.

Требуется:

1) заполнить раздел III (со строки 21 по строку 38 включительно) отчета колхоза по форме № 24 (квартальная) «Отчет о производстве продукции животноводства»;  
2) назвать реквизиты данной формы отчетности.

**Задача № 16.** Произведите логический контроль правильности заполнения приводимого переписного листа (стр. 8—11).

В ответах на какие вопросы допущены ошибки?

Ответы на какие вопросы не согласуются между собой?

Виды скота	Приход (голов)			Расход			Итого	Плановые нормы на 1 га пастбища	Летов (голов)									
	в том числе поголовья	в том числе мат и сыновья	в том числе и другие козлы-даки и сыновья	в том числе государственную	в том числе другие козлы и сыновья	в том числе на продажу				в том числе на забой								
Крупный рогатый скот	360	310	10	2	2	8	596	35	228	20	32	308	5	27	21	81	2 199	
в том числе коровы																		
Свиньи	10 4	925	1	1	1	1	1 085	850	315	180	148	—	256	28	8,7	278	2 557	
Овцы и козы	908																	

Занесен в переписной лист подлежат исключительно только для получения сведений жилищно-коммунального хозяйства по установленной программе. Работники переписи запрещается сообщать кому бы то ни было содержание ответов.

**Переписной лист №**  
(выборочная перепись)

Утверждена ЦСУ СССР 31 июля 1968 г. № 433

№ паспор- ного отдела	№ очер- кового участка	№ квар- тала	№ жилой единицы в квартире или участку
--------------------------	---------------------------	-----------------	--

Республика, край, область, округ: Украинская ССР, Одесская область

город, пгт гор. Болград

Район: Насельный пункт село, деревня и т. п.

Улица, переулок, площадь ул. Мечникова

№ дома 8, № квартиры 54

Фамилия домохозяйства

Имя, отчество	№		Инициалы		№	Имя	
	Фамилия	№	Инициалы	№		Имя	Инициалы
1	Отец или мать (подчеркнуть)	глава семьи, жена, муж, дочь, сын, мать, отец, сестра, брат	сестра, сводор, теща, тять, сводный брат, сводная сестра, сводный дядя, сводная тетя, сводная бабушка, сводная дедушка	пенсионер (из одиночка)	глава семьи, мать, отец, сестра, брат	старики, сестры, внуки, племянники, братья, сестры, племянники, двоюродные братья, двоюродные сестры, двоюродные дяди, двоюродные тети, двоюродные бабушки, двоюродные дедушки	Мешков (из одиночка), дети сводных братьев, сводные племянники, сводные сестры, сводные дяди, сводные тети, сводные бабушки, сводные дедушки
2	Для постоянно здесь проживающего, но временно отсутствующего записать: а) причину отсутствия б) время отсутствия	—	—	—	—	—	—
3	Для временно проживающего записать: а) место постоянного жительства б) время отсутствия в месте постоянного жительства	—	—	—	—	—	—

Продолжение

	Пол (подчеркнуть)	мужской		женский		мужской		женский	
		лет	месцев	лет	месцев	лет	месцев	лет	месцев
4	Возраст	45	—	—	—	5	—	—	—
5	Состоит ли в браке в настоящее время? (подчеркнуть)	да	нет	нет	да	нет	да	нет	нет
6	Национальность. Для иностранцев указать также гражданство	русская		русская		русская		русская	
7	Родной язык. Ждать также другой язык народов СССР, которым свободно владеет	русская		английский		нет		нет	
8	Образование (подчеркнуть)	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4	высшее—1 незаконченное высшее—2 среднее специ- альное—3 среднее об- щее—4
9	Для имеющих образование выше начальное, по которому получено полное среднее образование, указать в каком классе (курсе) учились или сколько классов (курсов) окончили	—		—		—		—	

10	Тип учебного заведения, в котором учится (подчеркнуть)	вуз—1 техникум—2 образовательная школа—3	профтехучилище—2 образовательная школа—5 курсы—5 МЕТ	вуз—1 техникум—2 образовательная школа—3	профтехучилище—2 образовательная школа—5 курсы—5 МЕТ	профтехучилище—4 школа—5 курсы—5 МЕТ
11	Источник средств существования (подчеркнуть)	работы в предпрятии, учреждении—1 работы в колхозе—2 работы в совхозе—3 работы у частных лиц—4 иной источник	личное подсобное хозяйство—5 пенсия—6 стипендия—7 на иждивении хозяйства—8 № _____	работы в предпрятии, учреждении—1 работы в колхозе—2 работы в совхозе—3 работы у частных лиц—4 иной источник	личное подсобное хозяйство—5 пенсия—6 стипендия—7 на иждивении хозяйства—8 № _____	личное подсобное хозяйство—5 пенсия—6 стипендия—7 на иждивении хозяйства—8 № _____
12	Место работы (название предприятия, колхоза, учреждения или свое хозяйство)	<i>промышленник</i>	<i>о своем хозяйстве</i>			
13	Занятие по этому месту работы (полжность или выполняемая работа); для диспансеров — преждее основное занятие	<i>ст. бухгалтер</i>	<i>МЕТ</i>			
14	Для работников в 1969 г. непостоянный год подчеркнуть; работал постоянно, сезонно или временно и указать продолжительность работы в месяцах в 1969 г.	постоянно _____ месяцев сезонно _____ месяцев временно _____ месяцев <i>МЕТ</i>	постоянно _____ месяцев сезонно _____ месяцев временно _____ месяцев <i>МЕТ</i>			

## Продолжение

15	Общественная группа (подчеркнуть)	рабочий (зав) —1 служащий (зав) —3 колхозник (зав) —5 кустарь —7	рабочий (член колхоза) —2 служащий (член колхоза) —4 крестьянин-сплодочник —5 служащий культуры —8	рабочий (зав) —1 служащий (зав) —3 колхозник (зав) —5 кустарь —7	рабочий (член колхоза) —2 служащий (член колхоза) —4 крестьянин-сплодочник —5 служащий культуры —8	рабочий (член колхоза) —1 служащий (член колхоза) —4 крестьянин-сплодочник —5 служащий культуры —8
16	Сколько времени непрерывно проживает в данном населенном пункте?	44 лет	_____ месяцев	5 лет	_____ месяцев	_____ месяцев
17	Для живущего здесь не менее двух лет указать место предыдущего постоянного жительства	республика, область <u>Податская обл.</u> район <u>Петровский район</u> город или пгт _____ сельский пункт <u>село Антоновка</u>	республика, область _____ район _____ город или пгт _____ сельский пункт _____	республика, область _____ район _____ город или пгт _____ сельский пункт _____	республика, область _____ район _____ город или пгт _____ сельский пункт _____	республика, область _____ район _____ город или пгт _____ сельский пункт _____
18	Причина перемены места жительства (подчеркнуть)	приезд на учебу—1 окончание обучения—2 иная причина—3 призыв—3 иная причина _____	органлабор—4 перевод по службе—5 иная причина—6 призыв—3 иная причина _____	приезд на учебу—1 окончание обучения—2 иная причина—3 призыв—3 иная причина _____	органлабор—4 перевод по службе—5 иная причина—6 призыв—3 иная причина _____	органлабор—4 перевод по службе—5 иная причина—6 призыв—3 иная причина _____

**Задача № 17.** В разделе I ежемесячного отчета по форме № 1-п промышленного предприятия, представленного металлообрабатывающим заводом в областное статистическое управление 3 июля текущего года, содержались следующие данные.

**I. Объем продукции в оптовых ценах предприятий**

(тыс. руб. — без десятичных знаков)

Номер строки	Показатели	По плану				Фактически			
		на отчетный год	на период с начала года	на отчетный квартал	на отчетный месяц	за отчетный месяц	за отчетный квартал	с начала отчетного года	за соответствующий квартал прошлого года
01	Объем реализации продукции в оптовых ценах предприятий, принятых в плане	4 000	1 985	750	950	259	158	2 060	1 890
02	_____								
03	_____								
04	_____								
05	Валовая продукция в оптовых ценах предприятий на 1 июля 1967 г. . . . .	×	×	×	×	160	370	2 080	1 090

Произведите контроль этих данных и укажите, где, вероятно, допущены ошибки.

**Задача № 18.** В районную информационно-вычислительную станцию государственной статистики колхозом был представлен следующий отчет о севе яровых культур (на 10 мая 1972 г.):

№ п/п	Показатели	Гектаров	№ п/п	Показатели	Гектаров
1	С начала весеннего сева посеяно:		2	в том числе:	
	всего яровых, включая площади посева по погибшим озимым и сохраняющиеся площади яровых, посеянных под зиму . . . . .	12		зерновых и зернобобовых, включая выку, люпин и сераделлу на зерно (без кукурузы) — всего . . . . .	770

Продолжение

№ п/п	Показатели	Гектаров	№ п/п	Показатели	Гектаров
	из них:		12	Посеяно многолетних беспокровных трав . . . . .	—
3	липеныды . . . . .	520	13	Кроме того, посеяно подпокровных трав . . . . .	—
4	трещики . . . . .	350		Из общего посева яровых культур посеяно по погибшим озимым	
5	кукурузы — всего . . . . .	200		всего . . . . .	100
6	сахарной свеклы . . . . .	224		из них зерновых и зернобобовых (без кукурузы) — всего	120
7	льна-долгуница . . . . .	16			
8	хлопчатника . . . . .	—	14		
9	подсолнечника на зерно . . . . .	11	15		
10	картофеля . . . . .	—			
11	овощей — всего . . . . .	15			

Произведите арифметический контроль этого отчета и укажите, где, вероятно, допущены ошибки.

**Задача № 19.** В отчете промышленного предприятия о выполнении плана по труду за сентябрь содержались следующие сведения.

V. Численность, прием и выбытие промышленно-производственных рабочих — заполняется ежеквартально за период с начала года (за I квартал, за первое полугодие, за 9 месяцев и за год в целом)

Показатели	№ строки	Шифр	Человек
Состояло рабочих по списку на начало отчетного года	108	611	520
Принято рабочих — всего (сумма строк 110—114) . . . . .	109	620	149
в том числе:			
по организованному набору . . . . .	110	631	
окончивших профессионально-технические училища	111	632	
переведенных из других предприятий, строек и организаций . . . . .	112	633	23
принятых самим предприятием . . . . .	113	634	162
принято для производственной работы студентов высших и учащихся средних специальных учебных заведений . . . . .	114	635	
переведено в рабочие из других категорий персонала и из непромышленных организаций своего предприятия . . . . .	115	641	
Выбыло рабочих — всего (сумма строк 117—121)	116	650	26
в том числе:			
переведенных на другие предприятия, стройки и организации . . . . .	117	661	4

Постыления	М стро- ки	Шир	Человек
в связи с окончанием работ и срока договора	118	662	1
в связи с переходом на учебу, привалом в Совет-скую Армию, уходом на пенсию и по другим при-чинам, предусмотренным законом . . . . .	119	663	2
по собственному желанию . . . . .	120	664	26
уволено за прогул и другие нарушения трудовой дисциплины . . . . .	121	665	1
Переведено из рабочих в другие категории персонала и в непромышленные организации своего предприятия	122	671	
Состоят рабочих по списку на конец отчетного периода	123	680	653
в том числе находилось на производственной ра-боте или проходило производственную практику студентов высших и учащихся средних специаль-ных учебных заведений . . . . .	124	691	—
Число рабочих, совершивших прогул с начала года . . . . .	125	700	5
Число случаев прогула с начала года . . . . .	145	701	12
Число рабочих, состоящих в списочном составе пред-приятия весь отчетный год (с 1 января по 31 декабря включительно) . . . . .	146	702	

Произведите контроль этих данных и укажите, где, вероятно, допущены ошибки.

Задача № 20. В разделе III отчета завода о выполнении плана по продукции за сентябрь содержались следующие сведения:

### III. Производство продукции в натуральном выражении

Перечень видов продукции	Шифр изделия	Единица измерения	По плану				Фактически произведено			
			за отчетный год	за период с начала года	за отчетный квартал	за отчетный месяц	за отчетный квартал	с начала отчетного года	за соответствующий период за предшлого года	
Металлорежущие станки — всего . . . . .	250010	шт.	1000	630	250	285	86	176	630	612
в том числе:										
а) специальные . . . . .	254712	"	100	500	21	7	70	20	50	48
б) фрезерные . . . . .	251100	"	740	480	190	265	65	130	840	490
в) расточные . . . . .	257741	"	150	100	400	13	14	27	100	74
Чугунные литье . . . . .		"	200	760	175	50	32	64	450	466
Пожовня . . . . .		"	56	37	14	40	4	11	37	29

Произведите контроль данных и укажите, где допущены ошибки.

## СВОДКА И ГРУППИРОВКА МАТЕРИАЛОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Задача № 21. На основе программы переписи населения 1970 г. (см. переписной лист № стр. 8—11) определите содержание сводки и группировки населения для характеристики:

- 1) классового состава населения;
- 2) распределения населения по источникам средств существования;
- 3) возрастно-полового состава населения в территориальном разрезе;
- 4) уровня образования населения в возрасте 10 лет и старше по союзным республикам:
  - а) мужчины и женщин;
  - б) городского и сельского населения.

Задача № 22. Укажите, к какому виду относятся следующие гр. пировки.

1. Классовый состав населения СССР (в процентах):

	1913 г.	1928 г.	1939 г.		1972 г.
Все население (включая неработающих членов семей)	100	100	100	100	100
в том числе:					
рабочие и служащие	17,0	17,6	50,2	68,3	80,7
из них рабочие . . . . .	14,6	12,4	33,5	49,5	59,8
колхозное крестьянство и кооперированные кустари . . . . .	—	2,9	47,2	31,4	19,3
крестьяне-единоличники и некооперированные кустари . . . . .	66,7	74,9	2,6	0,3	0,0
буржуазия, помещики, торговцы и кулаки . . . . .	16,3	4,6	—	—	—

2. Выполнение установленных норм выработки рабочими-сдельщиками механического завода за декабрь:

	Степень выполнения норм выработки (в процентах)						
	до 90	90—100	100—110	110—120	120—150	свыше 150	итого
Число лиц	20	40	57	543	362	233	1200

3. Выполнение плана реализации продукции металлорежущими предприятиями города за отчетный год:



	Число предприятий	Реализация продукции (млн. руб.)		
		по плану	фактически	гр. 3—гр. 2
А				
Всего по городу . . .	30	300	320	+20
в том числе:				
а) предприятия, выполнившие и перевыполнившие план реализации продукции . . . . .	25	260	290	+30
б) предприятия, не выполнившие план реализации продукции . . . . .	5	40	30	-10

Назовите подлежащее и сказуемое в каждой из трех таблиц.

Изобразите графически: 1) динамику классового состава населения СССР в виде серии секторных диаграмм структуры;

2) выполнение норм выработки рабочими-сдельщиками в виде линейной диаграммы.

**Задача № 23.** По 22 семьям жилого дома имеются данные о числе членов в каждой семье:

3	2	5	4	6	5	3	2	4	3	4
2	3	2	5	2	3	4	2	5	7	6

Составьте дискретный вариационный ряд и проанализируйте характер распределения семей по числу членов в них.

**Задача № 24.** Выработка валовой продукции на одного работающего за год по металлообрабатывающим предприятиям города составила (тыс. руб.):

7,0	6,0	5,9	9,4	6,5	7,3	7,6	9,3	5,8	7,2
7,1	8,3	7,5	6,8	7,1	9,2	6,1	8,5	7,4	7,3
10,2	9,4	8,8	8,3	7,9	9,2	8,9	9,0	8,7	8,5

Произведите группировку предприятий по размеру выработки валовой продукции на одного работающего. Составьте непрерывный вариационный ряд.

Укажите, какие из выделенных групп являются наиболее типичными для металлообрабатывающих предприятий данного города.

**Задача № 25.** По отделению совхоза имеются следующие данные о годовом удое молока на одну корову (кг):

1750	2190	2800	2780	3310	2300	3420	3050	2400	3340
1900	2270	2560	2270	3030	2200	2600	2380	2570	2610
4000	3360	2890	2660	2140	3400	2900	3100	3230	2880

Для выявления колеблемости размера удоя молока составьте непрерывный вариационный ряд.

Определите, какой размер годового удоя молока является наиболее характерным для данного отделения совхоза.

**Задача № 26.** Имеются следующие данные 10%-ного случайного бесповторного выборочного обследования рабочих механического завода по состоянию на 1 января:

№ п/п	Возраст (лет)	Заработная плата за декабрь (руб.)	Стаж работы (лет)		Разряд
			общий	непрерывный	
<b>Цех № 1</b>					
1	25	148	7	4	3
2	21	136	7	7	2
3	43	151	25	12	4
4	41	167	23	15	5
5	37	188	18	5	5
6	42	196	24	11	5
7	29	174	11	8	5
8	36	203	16	10	6
9	56	215	34	16	5
10	29	174	11	8	5
11	18	121	1	1	4
12	37	158	20	7	4
13	25	150	8	3	3
14	30	163	12	4	4
15	26	152	9	5	3
16	36	185	19	12	5
17	47	163	22	7	5
18	30	131	12	1	2
19	35	168	15	9	4
20	25	160	6	5	4

<b>Цех № 2</b>					
21	39	140	19	9	4
22	55	190	35	11	6
23	18	134	1	1	2
24	41	170	22	9	5
25	27	131	7	6	3
26	19	114	1	1	1
27	40	175	21	10	5
28	21	130	2	2	2
29	27	116	9	2	3
30	18	110	1	1	1
31	22	142	4	4	4
32	24	152	4	4	4
33	19	117	1	1	1
34	53	191	35	13	6
35	21	131	3	3	2
36	33	146	8	8	4
37	18	135	1	1	2
38	18	133	1	1	2
39	43	180	25	12	5
40	19	110	1	1	1
41	18	110	1	1	1
42	50	173	29	16	5

№ п/п	Возраст (лет)	Заработная плата за декабрь (руб.)	Стаж работы (лет)		Разряд
			общий	непрерывный	
43	20	125	2	2	2
44	26	130	9	7	3
45	37	147	15	9	4
46	26	140	9	3	3
47	18	113	1	1	1
48	25	141	5	3	3
49	31	145	14	7	4
50	20	132	1	1	2

Цех № 3

51	25	130	8	6	3
52	18	128	1	1	2
53	53	155	36	10	6
54	19	124	2	2	1
55	19	125	2	2	2
56	45	135	29	9	4
57	18	126	1	1	2
58	31	136	14	8	4
59	25	124	8	3	2
60	23	128	6	5	2
61	22	110	5	2	2
62	25	150	8	7	4
63	20	110	1	1	1
64	23	122	16	2	2
65	35	140	18	4	4
66	21	110	4	3	1
67	26	139	9	4	3
68	19	121	2	1	1
69	19	111	1	1	1
70	22	132	5	3	2
71	18	129	1	1	2
72	25	139	7	4	3
73	27	148	9	9	5
74	42	144	25	12	4
75	35	146	16	9	4
76	30	134	10	2	3
77	24	136	6	4	3
78	25	132	7	3	1
79	19	127	1	1	1
80	24	128	7	3	3
81	18	118	1	1	2
82	23	124	5	3	2
83	32	137	15	4	3
84	23	110	6	1	1
85	35	139	17	7	3
86	25	148	8	4	4
87	18	123	1	1	3
88	30	138	10	4	5
89	38	150	21	11	5
90	28	130	11	4	3
91	20	122	2	2	2
92	20	124	2	2	2

№ п/п	Возраст (лет)	Заработная плата за декабрь (руб.)	Стаж работы (лет)		Разряд
			общий	непрерывный	
93	18	113	1	1	1
94	24	117	5	5	2
95	21	126	2	1	2
96	21	130	3	3	2
97	20	112	3	2	1
98	19	133	2	2	2
99	42	145	25	14	6
100	23	126	5	3	2

В целях изучения состава рабочих произведите их группировку по возрасту. Определите число групп и размеры интервалов.

По данным группировки составьте непрерывные вариационные ряды для каждого цеха и завода в целом. Проанализируйте особенности распределения рабочих по возрасту в отдельных цехах предприятия.

**Задача № 27.** Для характеристики дифференциации оплаты труда по данным задачи № 26 произведите группировку рабочих завода по размеру месячной заработной платы, образовав группы с равными интервалами.

Результат представьте в виде непрерывного вариационного ряда.

**Задача № 28.** Для анализа особенностей распределения рабочих по общему стажу работы в отдельных цехах предприятий произведите группировку по этому показателю, используя данные задачи № 26. Определите число групп и размеры интервалов.

Составьте непрерывные вариационные ряды для каждого цеха и завода в целом.

**Задача № 29.** По данным задачи № 26 охарактеризуйте постоянно-ство рабочих кадров промышленного предприятия, используя для этого метод статистических группировок.

Произведите выбор группировочного признака. Определите необходимое число групп и размеры интервалов.

Результат группировки представьте в виде вариационных рядов для каждого цеха и завода в целом. Определите вид этих вариационных рядов.

Проанализируйте полученные результаты и установите, в каком цехе доля кадровых рабочих выше.

**Задача № 30.** Охарактеризуйте квалификационный состав рабочих кадров промышленного предприятия по данным задачи № 26, используя для этого метод статистических группировок.

Произведите выбор группировочного признака. Определите необходимое число групп и размеры интервалов. Результат группировки представьте в виде вариационных рядов для каждого цеха и завода в целом. Определите вид этих вариационных рядов.

Проанализировав особенности распределения рабочих по квалификации, определите, в каком цехе выше доля высококвалифицированных рабочих.

**Задача № 31.** По торговым предприятиям однородной специализации имеются следующие данные за отчетный период:

Номера магазинов	Товарооборот (выручка от продажи товаров) (тыс. руб.)	Среднесписочное число работников магазина (человек)	Товарооборот на одного работника (руб.)
101 — Горторга	610	15	40 667
1 — Потребсоюза	160	8	20 000
126 — Горторга	400	12	33 333
11 — Потребсоюза	170	9	18 889
112 — Горторга	560	17	32 942
351 — Горторга	250	9	27 778
102 — Горторга	400	14	28 572
20 — Потребсоюза	200	8	25 000
2 — Потребсоюза	150	8	18 750
113 — Горторга	430	13	33 077
103 — Горторга	370	13	28 462
125 — Горторга	570	19	30 000
124 — Горторга	460	12	38 331
120 — Горторга	690	17	40 589
3 — Потребсоюза	145	12	12 084
352 — Горторга	150	9	16 333
19 — Потребсоюза	170	9	18 889
353 — Горторга	100	7	14 286
107 — Горторга	340	12	28 334
17 — Потребсоюза	250	12	20 834
105 — Горторга	400	11	36 364
110 — Горторга	410	12	34 167
15 — Потребсоюза	230	11	20 909
111 — Горторга	480	16	30 000
354 — Горторга	63	5	12 600
127 — Горторга	40	14	28 572
106 — Горторга	450	20	28 000
109 — Горторга	170	17	10 000
4 — Потребсоюза	145	11	13 182
10 — Потребсоюза	170	8	21 250
121 — Горторга	440	11	40 000
18 — Потребсоюза	180	7	25 715
104 — Горторга	620	15	38 750
108 — Горторга	650	17	38 235
5 — Потребсоюза	60	8	7 500
114 — Горторга	600	16	37 500
115 — Горторга	830	19	43 685
12 — Потребсоюза	115	11	10 455
107 — Потребсоюза	135	12	11 250
422 — Горторга	50	3	16 333
16 — Потребсоюза	85	9	9 444
122 — Горторга	182	13	14 000
7 — Потребсоюза	85	9	9 444
13 — Потребсоюза	140	12	11 667
116 — Горторга	140	11	12 728

Продолжение

Номера магазинов	Товарооборот (выручка от продажи товаров) (тыс. руб.)	Среднесписочное число работников магазина (человек)	Товарооборот на одного работника (руб.)
8 — Потребсоюза	135	11	12 273
123 — Горторга	530	15	35 334
9 — Потребсоюза	140	13	10 769
117 — Горторга	145	15	9 667
14 — Потребсоюза	135	12	11 250

Используйте метод статистических группировок для выявления преимуществ крупных по размеру товарооборота магазинов перед мелкими в объеме товарооборота (вытоге) на одного работника. Определите необходимость предварительной типологической группировки при статистическом рассмотрении данного вопроса, а также вид группировки.

Результаты расчетов представьте в виде статистической таблицы. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое.

**Задача № 32.** В 1971 г. численность СССР составляла 2650 тыс. человек, занятых в хозяйстве СССР, составляла 2650 тыс. человек, занятых в хозяйстве США — 950 тыс. человек.

Представьте эти данные в виде статистической таблицы. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое.

**Задача № 33.** В 1965 г. в СССР было произведено 507 млрд. квт-ч электроэнергии, добыто нефти 243 млн. т и газа — 129 млрд. куб. м.

В 1972 г. производство этих видов промышленной продукции составило соответственно 858 млрд. квт-ч, 394 млн. т и 221 млрд. куб. м.

Составьте статистическую таблицу, характеризующую динамику объема производства этих видов продукции за рассматриваемый период. Определите вид статистической таблицы.

**Задача № 34.** На начало 1972 г. численность населения СССР составляла 246,3 млн. человек, в том числе мужчин — 113,8 млн. человек, или 46,2% ко всему населению, и женщин — 132,5 млн. человек, или 53,8% ко всему населению.

Представьте эти данные в виде статистической таблицы. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое.

**Задача № 35.** В 1970 г. удельный вес отдельных видов тяги в грузообороте железнодорожного транспорта (по количеству эксплуатационных тонно-километров) составлял (в процентах): электровозная тяга — 48,7; тепловозная — 47,8 и паровозная — 3,5. В 1950 г. удельный вес отдельных видов тяги был соответственно 3,2; 2,2; 94,6.

Для характеристики изменения технической базы железнодорожного транспорта СССР за рассматриваемый период составьте статистическую таблицу. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое, а также лежащий в основе таблицы вид группировок.

**Задача № 36.** В общем объеме товарооборота за 1970 г. (в одинаковых для всех форм торговли государственных розничных ценах; в процентах к итогу) доля государственной торговли составляла 69,4, кооперативной торговли — 29,0 и колхозного рынка — 1,6. Соответствующие данные для 1950 г. были 64,3; 24,3 и 11,4.

По этим данным составьте статистическую таблицу. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое, а также положенный в основу таблицы вид группировки.

Произведите анализ изменения в структуре товарооборота за рассматриваемый период.

**Задача № 37.** На конец 1970 г. общее число предприятий (тыс. единиц) розничной торговли государственных и кооперативных организаций составляло 682,0, в том числе магазины — 500,7 и палатки — 181,3. Из общего числа предприятий в городских поселениях было: магазинов — 221,4 и палаток — 124,3; в сельских местностях: магазинов — 279,3 и палаток — 57,0. Соответствующие данные в 1960 г. составляли 567,3; 413,0; 154,3; 170,7; 107,6; 242,3; 46,7.

Для анализа динамики числа предприятий розничной торговли по типам предприятий и их территориальному размещению составьте статистическую таблицу. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое, а также положенный в основу таблицы вид группировки.

Проанализируйте особенности динамики числа магазинов и числа палаток отдельно в городских поселениях и сельских местностях.

**Задача № 38.** В 1971 г. розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли в СССР составлял (на душу населения; руб.) в городских поселениях: все товары — 912, из них продовольственные — 503 и непродовольственные — 409; в сельских местностях: все товары — 357, из них продовольственные — 198 и непродовольственные — 159. Соответствующие данные для 1960 г. были: 564; 316; 248; 174; 86; 88.

Для характеристики динамики розничного товарооборота на душу населения составьте статистическую таблицу. Определите вид таблицы, ее подлежащее и сказуемое, а также положенный в основу таблицы вид группировки.

Рассмотрите особенности роста розничного товарооборота (в целом всех товаров, а также продовольственных и непродовольственных товаров в отдельности) в городских поселениях и сельских местностях вместе и отдельно.

**Задача № 39.** Составьте на произвольную тему макеты простой статистической таблицы<sup>1</sup> в двух вариантах: 1) с простой и 2) со сложной разработкой показателей сказуемого.

**Задача № 40.** Составьте на произвольную тему макеты групповой статистической таблицы<sup>1</sup> в двух вариантах: 1) с простой и 2) со сложной разработкой показателей сказуемого.

**Задача № 41.** Составьте на произвольную тему макеты комбинационной статистической таблицы<sup>1</sup> в двух вариантах: 1) с простой и 2) со сложной разработкой показателей сказуемого.

**Задача № 42.** Используя приведенные ниже данные земской статистики о распределении домохозяев Красноуфимского уезда Пермской губернии — по размерам посевных площадей, и Камышинского уезда Саратовской губернии — по наличию рабочего скота (см. стр. 23—24), произведите с целью получения сопоставимых данных вторичную группировку, выделите три социально-экономические группы домохозяев: а) группу бедняков, образованную из низших по состоятельности групп, с отнесением в нее 50% всего числа дворов; б) группу зажиточных, образованную из высших по состоятельности групп, с отнесением в нее 20% всего числа дворов; в) группу середняков, с отнесением в нее 30% всего числа дворов.

Результат представьте в виде статистических таблиц. Определите вид таблиц, подлежащее и сказуемое в них, а также положенный в основу таблицы вид группировки.

По данным вторичной группировки проанализируйте процесс развития капитализма в сельском хозяйстве пореформенной России. Изобразите дифференциацию крестьянских хозяйств и концентрацию посевов, скота и арендованной земли в руках высшей группы домохозяев с помощью кривых концентрации (дифференциации).

Земско-статистические данные по Красноуфимскому уезду Пермской губернии\*

Группы домохозяев	Процент ко всему количеству							
	дворов	населения	посевной площади	скота	земли			
					наделной	арендованной	сланной в аренду	всего земледельческой
Не обрабатывающие земли	10,2	6,5	—	1,7	5,7	0,7	21,0	1,6
Обрабатывающие до 5 дес.	30,3	24,8	8,9	13,7	22,6	6,3	46,0	10,7
» 5—10 »	27,0	26,7	22,4	24,5	26,0	15,9	19,5	19,8
» 10—20 »	22,4	27,3	35,1	33,8	28,3	33,7	10,3	32,8
» 20—50 »	9,4	13,5	28,9	23,2	15,5	36,4	2,9	29,8
» свыше 50 »	0,7	1,2	4,7	3,1	1,9	7,0	0,3	5,3
Всего . . . . .	100	100	100	100	100	100	100	100

\* Данные взяты из работы В. И. Ленина «Развитие капитализма в России». Полн. собр. соч. Т. 3, с. 97, 98.

<sup>1</sup> Таблица должна иметь точный заголовок и краткое пояснение ее содержания (что является ее подлежащим, какие показатели содержится в сказуемом).

Земско-статистические данные  
по Камышинскому уезду Саратовской губернии\*

Группы домохозяев	Процент по всему хозяйству							
	дворов	населения	посевной площади	скота	земли			
					пашенной	вредоносной	сенокосной и сенокосной	всего земельной
Без рабочего скота . . . . .	26,4	17,6	2,8	2,9	16	1,7	52,8	5,5
С 1 гол. раб. скота . . . . .	20,3	15,9	9,5	8,9	14	6,0	17,6	10,3
» 2 » » . . . . .	14,6	13,8	11,8	11,1	13	9,5	8,4	12,3
» 3 » » . . . . .	9,3	10,3	10,5	9,8	10	9,5	4,8	10,4
» 4 » » . . . . .	8,3	10,4	12,1	11,2	11	11,1	4,1	11,9
» 5 » » . . . . .								
и более » » . . . . .	21,1	32,0	53,3	56,1	36	62,2	12,3	49,6
Всего . . . . .	100	100	100	100	100	100	100	100

\* Данные взяты из работы В. И. Левина «Развитие капитализма в России». Полн. собр. соч. Т. 3, с. 84, 87.

**Задача № 43.** Предприятия машиностроения (включая электротехническую промышленность) Англии и ФРГ распределяются по числу занятых следующим образом<sup>1</sup>:

Англия (1961 г.)		ФРГ (сентябрь 1962 г.)			
группы предприятий по числу занятых (человек)	число предприятий	число занятых (тыс. человек)	группы предприятий по числу занятых (человек)	число предприятий	число занятых (тыс. человек)
1— 99	7 451	309	1— 9	2 577	10,8
100— 499	2 427	518	10— 49	3 013	78,5
500— 999	426	298	50— 99	1 479	105,5
1 000— 1 999	249	351	100— 199	1 235	172,7
2 000 и более	131	509	200— 499	1 074	333,3
			500— 999	409	279,7
			1 000 и более	476	1 021,8
Всего	10 684	1 985	Всего	10 174	2 302,1

Для сравнительного анализа степени дифференциации предприятий по числу занятых в них произведите вторичную группировку. Решите вопрос о необходимости предварительной типологической группировки и при положительном решении его определите число групп и размеры интервалов.

Постройте график дифференциации числа занятых по группам предприятий Англии и ФРГ.

<sup>1</sup> Мир капитализма. Справочник о капиталистической экономике. М., Издательство политической литературы, 1965, с. 189, 195, 196.

Сопоставьте уровень концентрации промышленности в Англии и ФРГ.

**Задача № 44.** Число и земельная площадь хозяйств Дании и ФРГ распределяются следующим образом<sup>1</sup>:

группы хозяйств по размеру земельной площади (га)	Дания (1961 г.)		ФРГ (1960 г.)		
	число хозяйств (тыс.)	земельная площадь (тыс. га)	группы хозяйств по размеру земельной площади (га)	число хозяйств (тыс.)	земельная площадь (тыс. га)
0,5— 1	2,4	1,7	1— 5	621,2	1629,9
1	7,7	11,4	5— 10	343,8	2488,6
2	8,1	19,8	10— 20	287,0	3998,3
3	8,8	30,0	20— 50	122,3	3513,3
4	10,1	45,3	50— 100	13,8	891,6
5	11,8	63,5	100 и выше	2,7	469,3
6	12,4	79,3			
7	11,3	83,1			
8	10,4	86,7			
9	8,6	81,3			
10— 15	32,8	398,0			
15— 30	48,6	1 037,5			
30— 60	20,0	781,3			
60— 120	2,9	223,8			
120 и более	0,9	185,5			
Всего	196,5	3 128,0	Всего	1 390,8	12 991,1

Для сравнительного анализа степени дифференциации хозяйств по размеру земельной площади произведите вторичную группировку. Решите вопрос о необходимости предварительной типологической группировки и при положительном решении его определите число групп и размеры интервалов.

Постройте график дифференциации и сопоставьте уровень концентрации земельной площади по группам хозяйств Дании и ФРГ.

**Решения типовых задач**

**Задача № 26.** При группировке рабочих по возрасту целесообразно выделить: группу молодых рабочих в возрасте до 20 лет, группы рабочих в наиболее трудоспособном возрасте (от 20 до 30 лет, от 30 до 40 лет, от 40 до 50 лет) и, наконец, старшую возрастную группу — 50 лет и старше.

Однако можно образовать другое число групп в иных границах интервалов. Число групп и границы интервалов определяются конкретными задачами группировки, объемом изучаемой совокупности и рядом других моментов.

Допустим, что в соответствии с общим планом сводки и разработки материалов статистического наблюдения исследователь при-

<sup>1</sup> Мир капитализма. Справочник о капиталистической экономике. М., Издательство политической литературы, 1965, с. 116, 117.

ходит к заключению о целесообразности образования указанных выше пяти возрастных групп. Тогда по каждому цеху составляются вспомогательные таблицы для подсчета численности рабочих в каждой из этих групп<sup>1</sup>. Отмечая каждое единичное показание из приведенных в условии задачи данных и производя подсчет методом десятков, получаем следующие объемы групп:

	До 20 лет	20 до 30 лет	30 до 40 лет	40 до 50 лет	50 лет и старше
Цех №1	1	7	7	9	1
Цех №2	9	12	3	3	3
Цех №3	12	26	6	3	1

Примечание. При сводке с карточек (фишек) результат может быть занесен в статистические таблицы непосредственно, минуя вспомогательные таблицы.

Распределение рабочих завода по возрасту

Группы рабочих по возрасту (лет)	Численность рабочих			
	цех № 1	цех № 2	цех № 3	итого по заводу
До 20	1	9	12	22
20—30	7	12	26	45
30—40	7	3	8	18
40—50	4	3	3	10
50 и старше	1	3	1	5
Всего	23	30	50	103

Результат сводки занесем в таблицу.

Таблица свидетельствует о существенном отличии возрастной структуры рабочих по отдельным цехам. Так, рабочих в возрасте до 20 лет: в цехе № 1—5%, в цехе № 2—30% и в цехе № 3—24%; рабочих в возрасте до 30 лет: в цехе № 1—40%, в цехе № 2—70% и в цехе № 3—76%. Соответственно рабочих в возрасте старше 30 лет в цехе № 1—60%, в цехе № 2—30% и в цехе № 3—24%. Значит, цех № 3 является самым молодежным по составу рабочих.

Задача № 27. Для построения вариационного ряда с равными интервалами необходимо определить: 1) число групп и 2) величину интервала.

Оптимальное число групп определяется по формуле:

$$k = 1 + 3,21 \lg n,$$

где  $n$  — число единиц в совокупности.

Для нашей задачи  $n = 100$ ,  $\lg 100 = 2,0$ , откуда  $k = 1 + 3,2 \cdot 2 = 7,4$ . Следовательно, целесообразно образовать 7—8 групп. Если принять число групп, равным 7, то величина интервала составит:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{7} = \frac{215 - 110}{7} = \frac{105}{7} = 15 \text{ руб.}$$

<sup>1</sup> Задача может решаться на счетно-вычислительных машинах после перевода данных, приведенных в условии, на перфорационные карточки.

Искомый вариационный ряд примет следующий вид.

Распределение рабочих завода по размеру заработной платы

Группы рабочих по размеру месячной заработной платы (руб.)	110—125	125—140	140—155	155—170	170—185	185—200	200—215	Итого
	Число рабочих	26	37	18	8	5	4	

Задача № 42. Произведем вторичную группировку по материалам Красноуфимского уезда Пермской губернии.

Чтобы образовать три социально-экономические группы хозяйств, нужно сначала выделить из числа низших по состоятельности групп 50% наиболее бедных хозяйств. В эту группу попадут первые две группы первичной группировки: не обрабатывающие земли и обрабатывающие до 5 десятин земли. Они составляют 40,5% (10,2+30,3) всех хозяйств. Недостающие 9,5% (50—40,5) нужно выделить из третьей группы хозяйств, обрабатывающих от 5 до 10 десятин земли.

Население в группе наиболее бедных хозяйств равно населению первых двух групп (6,5+24,8) и части населения третьей группы.

Условно примем, что численность населения внутри каждой группы домохозяйств распределена равномерно.

В третьей группе (обрабатывающие от 5 до 10 десятин земли) сосредоточено 27% всех хозяйств. Из этой группы нужно выделить и присоединить к двум первым группам только часть — 9,5%, т. е. 0,352 (9,5:27,0). Численность населения этой части группы составляет 9,4% населения (26,7·0,352). Тогда численность населения низшей по состоятельности группы населения составит 40,7% (6,5+24,8+9,4) населения крестьянских хозяйств уезда.

Продолжая расчет по данной методике, находим процент посевной площади, скота и земли, принадлежащих низшей группе.

Аналогичным образом производится расчет и по третьей группе.

Социально-экономическая группировка домохозяйств Красноуфимского уезда Пермской губернии

Группы домохозяйств	Процент ко всему количеству							
	дворов	населения	посевной площади	скота	земли			всего земледельцев
					назельной	арендованной	сазной в аренду	
Низшая	50	40,7	16,8	24,0	37,5	12,6	73,9	19,3
Средняя	30	32,5	34,1	34,8	32,6	29,6	18,3	31,1
Высшая	20	26,8	49,1	41,2	29,9	58,3	7,8	49,6
Итого	100	100	100	100	100	100	100	100

Из таблицы (см. стр. 27) видно, что 50% беднейших крестьянских хозяйств этого уезда имели  $\frac{1}{6}$  посевной площади, примерно  $\frac{1}{5}$  скота и  $\frac{1}{5}$  всего землепользования; а 20% наиболее зажиточных домохозяев имели половину всей посевной площади,  $\frac{2}{5}$  всего количества скота и половину всего землепользования. Этот процесс расхождения дореволюционного крестьянства наиболее наглядно может быть представлен с помощью кривых концентрации. Для построения этих кривых нанесем на координатное поле точки, абсциссы которых равны нарастающим итогам числа дворов, а ординаты — нарастающим итогам величин посева, скота и арендованной земли. Соединив последовательно точки, получаем ломаную кривую концентрации, представленную на рис. 1.

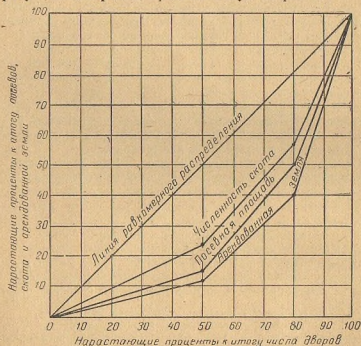


Рис. 1. Концентрация посевов, скота и арендованной земли (кривые концентрации)

Если бы распределение посевных площадей, численности скота и размера арендованной земли между крестьянскими дворами было равномерным, то кривая концентрации совпала бы с диагональю от 0 до 100%, являющейся графическим выражением равномерного распределения и полного отсутствия концентрации. Чем больше концентрация, тем больше кривая отклоняется от прямой. Из графика видно, что концентрация посевной площади больше, чем концентрация скота, а концентрация арендованной земли больше концентрации посевной площади.

**Задача № 45.** Имеются следующие данные о капитальных вложениях в сельское хозяйство СССР за 1961—1975 гг. (в сопоставимых ценах; млрд. руб.):

Годы	Всего капитальных вложений	в том числе	
		государственные капитальные вложения	капитальные вложения колхозов
1961—1965	45,6	26,8	18,8
1966—1970	74,4	45,1	29,3
1971—1975 (по плану)	128,6	83,1	45,5

По этим данным вычислите:  
1) относительные величины, характеризующие структуру капитальных вложений в сельской, восьмой и девятой пятилетках;  
2) относительные величины планового задания по капитальным вложениям в сельское хозяйство (всего, по государственным капитальным вложениям и капитальным вложениям колхозов).  
Результаты представьте в виде таблицы. Проанализируйте, как изменяются удельные веса

капитальных вложений государства и колхозов в общем объеме капитальных вложений.

**Задача № 46.** Имеются следующие данные о выполнении плана за месяц (тыс. руб.) по трем строительно-монтажным управлениям одного из трестов:

Строительно-монтажные управления	По плану		Фактически
	№ 1	№ 2	
№ 1	280	300	300
№ 2	360	340	340
№ 3	290	296	296
Итого по тресту	930	936	936

Исчислите показатели, характеризующие удельный вес каждого строительного управления в общем объеме строительных работ по плану и фактически, а также процент выполнения плана по каждому СМУ и тресту в целом.

Укажите, к какому виду относительных величин относятся исчисленные Вами показатели, и приведите два примера применения подобных относительных величин.

**Задача № 47.** Имеются следующие данные о выпуске мебели (штук):

Изделия	I декада		II декада		III декада	
	по плану	фактически	по плану	фактически	по плану	фактически
Стулья . .	200	180	250	250	250	284
Столы . . .	40	32	50	48	60	66
Диваны . .	10	7	8	7	7	8

1. Исчислите по каждому изделию относительные величины, характеризующие выполнение декадных планов и месячного плана.

2. Изобразите ход выполнения плана по каждому изделию:

а) в виде линейной диаграммы нарастающих итогов (кумулятивные кривые);

б) в виде контрольно-планового графика, нанеся на него проценты выполнения декадных планов, проценты выполнения декадных планов с учетом выполнения плана в предыдущие декады, проценты выполнения месячного плана.

**Задача № 48.** По данным таблицы определите объем фактически реализованной продукции заводом за каждый квартал и исчислите процент выполнения плана за год.

Показатели	Кварталы			
	I	II	III	IV
План по объему реализации продукции в оптовых ценах предприятий, принятых в плане — тыс. руб. . . . . .	740	760	750	770
Выполнение плана — процентов . . . . .	101,0	102,5	103,4	101,2

**Задача № 49.** По данным выборочного обследования рабочих механического завода, приведенным в условии задач № 26, 27, 28, 29 и 30, исчислите:

1) относительные величины структуры рабочих по возрасту, заработной плате, общему стажу работы, непрерывному стажу работы и квалификации;

2) относительные величины структурных соотношений рабочих по возрасту, заработной плате, общему и непрерывному стажу работы, а также квалификации, определите предварительно по каждому из этих показателей, соотношение каких частей совокупности является наиболее существенным для характеристики состава рабочих.

**Задача № 50.** Планом промышленного предприятия предусматривалось снижение себестоимости товарной продукции на 5%, фактически себестоимость сравнимой товарной продукции была снижена на 7%.

Вычислите относительную величину выполнения плана.

**Задача № 51.** Планом промышленного предприятия предусмотрено снижение затрат на 1 рубль товарной продукции на 4%, фактически затраты возросли на 2%.

Вычислите относительную величину выполнения плана.

**Задача № 52.** На одном из стекольных заводов производство оконного стекла характеризуется следующими данными (тыс. м<sup>2</sup>):

	Произведено в прошлом году	Производство в отчетном году	
		по плану	фактически
Стекло оконное — всего . . . . .	1800	2000	2100
в том числе:			
1-й сорт . . . . .	950	1700	1350
2-й > . . . . .	540	300	530
3-й > . . . . .	310	—	220

Исчислите:

1) относительные величины планового задания, выполнения плана и динамики по общему объему производства стекла и по каждому сорту в отдельности;

2) удельные веса каждого сорта стекла по плану и фактически за отчетный и прошлый годы.

Полученные показатели проанализируйте и сделайте выводы.

**Задача № 53.** Имеются следующие данные о численности городского и сельского населения дореволюционной России и СССР (в современных границах СССР; млн. человек):

Годы	Все население	в том числе	
		городское	сельское
1913	159,2	28,5	130,7
1939	190,7	60,4	130,3
1959	208,8	100,0	108,8
1970	241,7	136,0	105,7

По этим данным исчислите показатели, характеризующие динамику, соотношение численности городского и сельского населения, а также удельный вес городского населения. Укажите, к какому виду относительных величин принадлежат исчисленные показатели, объясните их смысл и значение для изучения социально-экономических процессов.

Результаты представьте в виде таблицы, проанализируйте ее и сделайте выводы.

Изобразите распределение населения дореволюционной России и СССР на городское и сельское в 1913, 1939, 1959 и 1970 гг.:

а) в виде столбиковых диаграмм — с изображением (и без него) роста численности населения;

б) в виде секторных диаграмм — с изображением (и без него) роста численности населения.

**Задача № 54.** Имеются следующие данные о численности населения в СССР (по данным переписей населения; млн. человек):

Годы	Численность всего населения	в том числе мужчин
1926	147,0	71,0
1939	170,6	81,7
1959	208,8	94,0
1970	241,7	111,4



По этим данным исчислите показатели, характеризующие динамику численности мужчин и всего населения, удельный вес женщин, а также соотношение численности женщин и мужчин.

Укажите, к какому виду относительных величин принадлежат исчисленные показатели, объясните их смысл и значение для изучения социально-экономических явлений.

Результаты представьте в виде таблицы, проанализируйте ее и сделайте выводы.

**Задача № 55.** Производство продуктов животноводства в СССР и США характеризуется следующими данными:

	СССР		США
	1960 г.	1963 г.	1968 г.
Масло животное — тыс. т.	848	1165	542
в том числе промышленной обработки	737	1044	531
Мясо — млн. т.	8,7	11,6	22,8
Молоко — млн. т.	61,7	82,1	53,2

Средняя годовая численность населения в СССР в 1960 г. — 214,2 млн. человек, в 1968 г. — 237,8 млн. человек; в США в 1968 г. — 201,7 млн. человек.

Требуется:

1) исчислить за каждый год размер производства указанных продуктов на душу населения в СССР и США и указать, к какому виду относительных величин принадлежит полученные показатели;

2) определить относительные величины динамики производства каждого вида продукции в СССР;

3) вычислить за 1968 г. относительные величины сравнения по каждому виду продукции, приняв за базу сравнения уровень производства продукции в СССР.

Результаты представьте в виде таблицы и проанализируйте.

**Задача № 56.** Производство важнейших видов продукции в СССР в 1960 и 1970 гг. характеризуется следующими данными:

Виды продукции	1960 г.	1970 г.
Сталь — млн. т.	65,3	116,0
Нефть — млн. т.	148,0	353,0
Электроэнергия — млрд. квт-ч	292,3	740,0
Газ — млрд. м <sup>3</sup>	47,0	230,0
Уголь — млн. т.	509,6	624,0
Граны всех видов — млрд. м <sup>3</sup>	6,4	8,6

Средняя годовая численность населения СССР в 1960 г. — 214,2 млн. человек, в 1970 г. — 242,8 млн. человек.

Требуется:

1) исчислить размер производства каждого вида продукции на душу населения в 1960 и 1970 гг. и указать, к какому виду относительных величин принадлежат полученные показатели;

2) вычислить показатели, характеризующие изменение производства каждого вида продукции на душу населения в 1970 г. по сравнению с 1960 г., и определить, к какому виду относительных величин принадлежат полученные показатели.

Результаты представьте в виде таблицы и проанализируйте.

**Задача № 57.** Численность населения и число построенных квартир в отдельных странах характеризуются такими данными:

Страны	Число построенных квартир (тысч)		Численность населения (млн. человек)	
	1960 г.	1968 г.	1960 г.	1968 г.
СССР	2591,0	2233,0	214,2	237,8
США	1295,0	1540,0	179,8	201,7
ФРГ	550,8	500,0	52,5	58,1
Франция	316,6	414,3	45,9	49,9
Англия	307,3	438,4	53,0	55,5

Требуется:

1) исчислить по каждой стране число построенных квартир на 1000 человек населения в 1960 и 1968 гг. и указать, к какому виду относительных величин принадлежат полученные показатели;

2) вычислить по каждой стране динамику численности населения и числа построенных квартир;

3) представить результаты в виде таблицы, проанализировать ее и сделать выводы;

4) изобразить с помощью прямоугольных диаграмм (знаков Варзара) число построенных квартир в расчете на 1000 человек населения, численность населения и общее число построенных квартир в СССР и в США в 1960 и 1968 гг. Диаграммы построить в двух вариантах: так, чтобы по каждой стране прямоугольник за 1968 г. был расположен на прямоугольнике за 1960 г., и так, чтобы были расположены один на другом прямоугольники по СССР и США за одинаковые годы.

**Задача № 58.** Производство важнейших видов промышленной продукции в СССР и некоторых капиталистических странах в 1971 г. характеризовалось следующими данными:

	Единица измерения	СССР	США	Англия	ФРГ
Электроэнергия	млрд. квт-ч	746,0	1718,0	236,0	244,0
Нефть	млн. т	377,0	470,0	0,1	7,4
Газ	млрд. м <sup>3</sup>	212,0	637,0	18,4	15,5
Уголь	млн. т	592,0	510,0	147,0	215,0
Чугун	»	89,3	74,1	15,4	30,0
Сталь	»	120,7	111,6	24,2	40,3
Цемент	»	100,3	70,0	17,9	40,5

Выделите относительные величины сравнения по каждому виду продукции, приняв за базу сравнения уровень производства в СССР.

Полученные показатели проанализируйте и сделайте выводы.

**Задача № 59.** Имеются следующие данные по союзным республикам СССР за 1970 г.:

Союзные республики	Территория (тыс. кв. км)	Численность населения на 15 января 1970 г. (тыс. человек)		Число вузов по началу 1970/71 учебного года	Число посещений театров (тысяч)
		всего	в том числе городского		
СССР	22402,2	241 720	135 991	805	111 286
РСФСР	17075,4	130 079	80 981	457	69 850
Украинская ССР	603,7	47 126	25 688	138	17 192
Белорусская ССР	207,6	9 002	3 908	28	2 562
Узбекская ССР	449,6	11 960	4 362	38	3 305
Казанская ССР	2715,1	12 849	6 498	44	3 161
Грузинская ССР	69,7	4 686	2 240	18	3 061
Азербайджанская ССР	86,6	5 117	2 564	13	1 494
Литовская ССР	65,2	3 128	1 571	12	1 338
Молдавская ССР	33,7	3 569	1 130	8	1 196
Латвийская ССР	63,7	2 364	1 477	10	2 098
Киргизская ССР	198,5	2 933	1 098	9	1 216
Таджикская ССР	143,1	2 900	1 077	7	1 159
Армянская ССР	29,8	2 492	1 482	12	1 642
Туркменская ССР	448,1	2 159	1 034	5	732
Эстонская ССР	45,1	1 356	881	6	1 280

1. Постройте картодиаграммы: а) удельного веса городского населения, б) числа вузов.

2. Постройте фоновые картограммы: а) плотности населения, б) удельного веса городского населения, в) числа посещений театров (в среднем на одного жителя).

### Решения типовых задач

**Задача № 47.** Относительные величины выполнения плана исчисляются путем деления фактических уровней на плановые за один и тот же период.

Так, относительные величины выполнения плана выпуска диванов будут: I декада —  $\frac{7}{10} \cdot 100 = 70\%$  и т. д., а в целом за месяц —  $\frac{22}{25} \cdot 100 = 88\%$ .

Для построения кривой нарастающих итогов составим вспомогательную таблицу:

Декады	Выпуск			Нарастающие итоги с начала месяца		
	фактически			фактически		
	по плану (штук)	штук	в процентах к плану декады (гр. 2; Гр. 1) · 100	по плану (штук)	штук	в процентах к месячному плану (гр. 6; : 25) · 100
A	1	2	3	4	5	6
I	10	7	70	10	7	28
II	8	7	88	18	14	56
III	7	8	114	25	22	88

Показатели трех последних граф изображаем в прямоугольной системе координат, откладывая по оси абсцисс декады (в виде отрезков), а по оси ординат — нарастающие итоги в виде точек на ординатах, проходящих через концы соответствующих декад. Соединив точки, получим плановую и фактическую кумулятивные кривые (рис. 2).

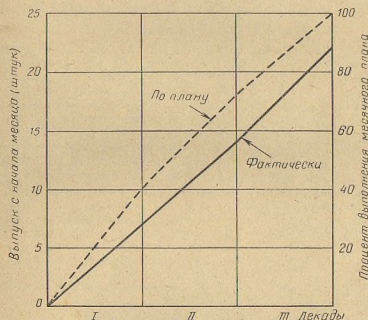


Рис. 2. График выполнения плана (нарастающие итоги)

На контрольно-плановом графике (рис. 3) ход выполнения плана изображается тремя прямыми линиями с отметками на них: 1) тонкая показывает проценты выполнения декадных планов; 2) толстая — степень выполнения декадных планов с учетом вы-

полнения плана в предшествующие декады и 3) пунктирная — степень выполнения месячного плана.

Каждая декада изображается отрезком, принимаемым за 100% и поделенным на более мелкие части (по 20%). Тонкая линия вводится до соответствующего процента выполнения плана, а в случае перевыполнения — до 100% дополняется параллельным отрезком, расположенным в пределах той же декады (см. III декаду на рис. 3).



Рис. 3. Контрольно-плановый график

Толстая линия проводится так. За I декаду она будет доведена до 70%, что отмечено знаком I. За две первые декады было выпущено 14 диванов, из которых 10 засчитывается в счет выполнения плана I декады, так что в счет II декады остается 4 штуки. Это составляет 50% плана II декады, что и отмечено знаком II. За три декады выпущено 22 дивана, из которых 18 — в счет плана двух первых декад, а остальные составляют 57% плана III декады.

Пунктирная линия изображает процент выполнения месячного плана и читается, в отличие от тонкой и толстой по равномерной нижней шкале, где концу месяца соответствуют 100%.

**Задача № 50.** Для определения степени выполнения плана на основе относительных величин отчетная относительная величина делится на плановую. Это правило сохраняется и в тех случаях, когда плановым заданием предусматривается снижение уровня:

$$\frac{100-7}{100-5} \times 100 = \frac{93}{95} \times 100 = 97,9\%$$

т. е. план по снижению себестоимости сравнимой товарной продукции перевыполнен на 2,1%.

**Задача № 53.** Относительные величины структурных соотношений выражают соотношение частей совокупности. Так, отношение численности городского населения к численности сельского населения составляет:

$$\text{в } 1913 \text{ г. — } \frac{28,5}{130,7} = 0,22,$$

$$\text{в } 1959 \text{ г. — } \frac{100,0}{108,8} = 0,92 \text{ и т. д.}$$

При построении столбиковых диаграмм столбики, высоты которых изображают общую численность населения, делятся на части, отражающие численность городского и сельского населения. При изображении только удельных весов городского и сельского населения столбики берутся одинаковой высоты, принимаемой для каждого года за 100%, и делятся на части в соответствии с удельными весами.

При построении секторных диаграмм численность населения в каждом году изображается площадью круга. Радиусы кругов должны быть пропорциональны корням квадратным из численности населения. Каждый круг делится на два сектора, изображающих городское и сельское население. Центральные углы секторов определяются из пропорции:

$$\frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{численность городского (сельского) населения}}{\text{общая численность населения}}$$

При изображении только удельных весов городского и сельского населения радиусы кругов берутся одинаковыми, а пропорция для определения углов принимает вид:

$$\frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{процент городского (сельского) населения}}{100\%}$$

**Задача № 57.** Число построенных квартир на 1000 человек населения представляют собой относительную величину координации и исчисляется путем деления числа квартир на среднюю численность населения (тысяч). Так, в СССР в 1960 г. было построено 12,1 квартиры на 1000 человек (2591 : 214,2), а в 1968 г. — 9,4 квартиры (2233 : 237,8) и т. д.

При графическом изображении с помощью прямоугольной диаграммы трех показателей, произведение двух из которых равно третьему, по оси абсцисс (основание прямоугольника) откладывается один, а по оси ординат (высота прямоугольника) — другой показатель. Тогда площадь прямоугольника будет изображать произведение этих показателей.

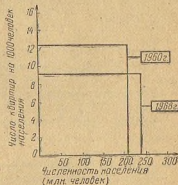


Рис. 4. Число построенных квартир в СССР (прямоугольная диаграмма—знак Варзаря)

$$\frac{\text{число квартир}}{\text{населения}} \times \frac{\text{численность населения}}{\text{(тысяч)}} = \text{общее число построенных квартир}$$

Пример построения прямоугольной диаграммы по данным этой задачи приведен на рис. 4.

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

**Задача № 60.** Дневная выработка двух комбайнов СК-4 на борке озимой пшеницы характеризуется следующими данными:

Периодные номера дней работы	1	2	3	4	5	6
Дневная выработка в гектарах:						
1-й комбайн . . . . .	19	20	14	18	16	11
2-й комбайн . . . . .	16	18	17	13	8	12

У какого из этих двух комбайнов средняя дневная выработка выше и на сколько?

**Задача № 61.** Рабочие механического завода по уровню квалификации (тарифным разрядам) распределяются следующим образом:

Тарифные разряды	1	2	3	4	5	6	Итого
Число рабочих	100	400	200	150	100	50	1 000

Вычислите средний тарифный разряд рабочих. Проанализируйте распределение рабочих завода по квалификации.

Установите, какие относительные величины могут быть для этого использованы.

**Задача № 62.** Автомашина шла 3 часа со скоростью 30 км в час, 5 часов — со скоростью 40 км в час и 2 часа — со скоростью 50 км в час.

Определите среднюю скорость движения автомашины.  
**Задача № 63.** Автомашина совершила рейс общей протяженностью 500 км, из которых 240 км прошла со скоростью 30 км в час, 160 км — со скоростью 40 км в час и 100 км — со скоростью 25 км в час.

Вычислите среднюю скорость, с которой машина прошла весь путь.

**Задача № 64.** Двое рабочих в течение смены были заняты изготовлением одинаковых деталей. Первый из них затрачивал на выработку одной детали 15 минут, а второй — 20 минут.

Вычислите среднее значение затрат времени на изготовление одной детали.

**Задача № 65.** Двое рабочих в течение восьми часов были заняты изготовлением одинаковых деталей. Первый из них выработал 32 детали, а второй — 24.

Вычислите среднее значение затрат времени на изготовление одной детали.

**Задача № 66.** По трем отделениям механического цеха завода имеются следующие данные:

Отделение цеха	Число рабочих	Средняя заработная плата за месяц (руб.)
Токарное . . . . .	60	110
Фрезерное . . . . .	40	125
Шлифовальное . . . . .	50	140
Итого . . . . .	150	—

Определите среднюю месячную заработную плату рабочих по цеху в целом.

**Задача № 67.** Имеются следующие данные о заработной плате рабочих механического цеха завода (руб.):

Отделение цеха	Именительный фонд заработной платы за месяц	Средняя заработная плата за месяц
Токарное . . . . .	6 600	110
Фрезерное . . . . .	5 000	125
Шлифовальное . . . . .	7 000	140
Итого . . . . .	18 600	—

Вычислите среднюю месячную заработную плату рабочих по цеху в целом.

**Задача № 68.** Предприятия одной из отраслей легкой промышленности распределяются по уровню рентабельности следующим образом:

Уровень рентабельности (в процентах)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Итого
Число предприятий в процентах к итогу	10	26	35	23	6	100
Средняя стоимость основных производственных фондов и нормируемых оборотных средств в процентах к итогу	12	24	31	25	8	100

Определите средний уровень рентабельности предприятий данной отрасли.

Примечание. Уровень рентабельности исчисляется как процентное отношение прибыли к средней стоимости основных производственных фондов и нормируемых оборотных средств.

Задача № 69. Имеются следующие данные о размерах затрат на 1 рубль товарной продукции на предприятиях одного района:

Затраты на 1 рубль товарной продукции (всп.)	Число предприятий	Товарная продукция (млн. руб.)
До 85	6	10
85—90	12	20
90—95	4	8
95—100	3	4
Итого	25	42

Вычислите: 1) средний размер затрат на рубль товарной продукции; 2) средний объем товарной продукции на одно предприятие.

Задача № 70. В целях изучения состава рабочих по данным задачи № 26 определите для каждого цеха и завода: 1) средний возраст рабочих; 2) средний общий стаж работы; 3) средний непрерывный стаж и 4) средний разряд рабочих.

С помощью исчисленных показателей characterize особенности состава кадров рабочих каждого цеха предприятия.

Задача № 71. Имеются следующие данные по двум машиностроительным заводам:

	I квартал		II квартал	
	план выпуска продукции (тыс. руб.)	процент выполнения плана	фактический выпуск продукции (тыс. руб.)	процент выполнения плана
Завод № 1	900	108	990	110
Завод № 2	600	95	686	98
Итого	1500	—	1676	—

В целях анализа деятельности предприятий определите:

- 1) процент выполнения плана выпуска продукции в среднем по обоим заводам: а) за I квартал, б) за II квартал и в) за первое полугодие;
- 2) процент выполнения плана за первое полугодие по каждому заводу;
- 3) относительные величины динамики фактического выпуска продукции по каждому заводу.

Дайте оценку деятельности каждого предприятия.

Задача № 72. По двум трикотажным фабрикам производственного объединения имеются следующие данные о количестве и качестве произведенной продукции:

	I квартал		II квартал	
	всего произведено продукции (тыс. шт.)	процент продукции 1-го сорта	произведено продукции 1-го сорта (тыс. шт.)	процент продукции 1-го сорта
Фабрика № 1	240	91	279	93
Фабрика № 2	360	93	380	95
Итого	600	—	659	—

Чтобы оценить успехи производственного объединения и каждой фабрики в улучшении качества продукции, исчислите:

- 1) объем всей продукции и продукции 1-го сорта в целом по объединению в I и II кварталах и за полугодие;
- 2) средний процент продукции 1-го сорта по объединению в целом в I и во II кварталах и за полугодие;
- 3) удельный вес каждой фабрики: а) в общем объеме продукции 1-го сорта в I квартале и б) в объеме всей продукции II квартала.

Используя эти показатели, охарактеризуйте роль каждой фабрики в повышении процента продукции 1-го сорта в целом по объединению во II квартале.

Укажите, какие формы средних использовались при решении данной задачи.

Задача № 73. Имеются следующие данные о работе трех угольных шахт:

	I квартал		II квартал	
	добыто угля (тыс. т)	себестоимость 1 т угля (руб.)	себестоимость всего добытого угля (тыс. руб.)	себестоимость 1 т угля (руб.)
Шахта № 1	25	3,2	90	3,0
Шахта № 2	40	2,9	135	2,7
Шахта № 3	60	2,5	161	2,3
Итого	125	—	386	—

Исчислите:

- 1) среднюю себестоимость 1 т угля в целом по трем шахтам: а) за каждый квартал и б) за первое полугодие;
- 2) удельный вес каждой шахты: а) в общей добыче угля за полугодие; б) в общих затратах на его добычу;
- 3) количество добытого угля в среднем на одну шахту за полугодие.

Определите, на сколько снизилась себестоимость 1 т угля во II квартале (в рублях и процентах) по сравнению с I кварталом в целом по трем шахтам.

**Задача № 74.** По трем угольным шахтам имеются следующие данные:

	I полугодие		II полугодие	
	среднемесячное число рабочих	среднемесячная добыча угля на 1 работника (т)	всего добыто угля (т)	среднемесячная добыча угля на 1 работника (т)
Шахта № 1 . . . . .	150	50	10 200	60
Шахта № 2 . . . . .	200	50	13 300	70
Шахта № 3 . . . . .	250	70	19 200	80
Итого . . . . .	600	—	42 700	—

На сколько тонн увеличилась во II полугодии месячная добыча угля на 1 работника в среднем по трем шахтам по сравнению с I полугодием.

**Задача № 75.** На основании приведенных ниже данных определите, в каком из совхозов средняя урожайность зерновых культур выше и на сколько:

	Совхоз им. Тельмана		Совхоз «Красная заря»	
	валовой сбор (ц)	урожайность (ц с 1 га)	посевная площадь (га)	уржайность (ц с 1 га)
Пшеница озимая . . . . .	32 500	25	1 540	20
Рожь . . . . .	1 620	18	120	19
Ячмень . . . . .	13 640	22	460	18
Просо . . . . .	1 650	15	80	13
Итого . . . . .	49 410	—	2 200	—

**Задача № 76.** Имеются следующие данные о числе овец и настриге шерсти в колхозе «Искра»:

Породы овец	Базисный период		Отчетный период	
	общий настриг шерсти за год (кг)	среднегодовой настриг шерсти с одной овцы (кг)	среднегодовое число овец	среднегодовой настриг шерсти с одной овцы (кг)
Грубшерстные . . . . .	408	3,4	120	3,8
Полугрубшерстные . . . . .	273	3,9	80	4,2
Полутонкорунные . . . . .	90	4,5	28	5,0
Итого . . . . .	771	—	228	—

Для анализа развития овцеводства исчислите:

- 1) среднегодовой настриг шерсти с одной овцы в базисном и отчетном периодах;
- 2) удельные веса отдельных пород овец: а) в общем поголовье овец базисного периода, б) в общем настриге шерсти отчетного периода.

Определите, на сколько возрос среднегодовой настриг шерсти с одной овцы (в килограммах и процентах) в отчетном периоде. Установите, имеется ли связь между возрастом среднегодового настрига шерсти с одной овцы и изменением соотношения количества овец различных пород в колхозном стаде, и если имеется, то в чем она выражается.

**Задача № 77.** По трем районам области имеются следующие данные о работе тракторного парка:

	Базисный период		Отчетный период	
	среднегодовое количество тракторов в переводе на эталонные (в процентах к итогу)	средняя дневная выработка на эталонный трактор (га эталонной пахоты)	всего выполнено работ в условных эталонных га (в процентах к итогу)	средняя дневная выработка на эталонный трактор (га эталонной пахоты)
1-й район . . . . .	28	28	27,2	34
2-й » . . . . .	32	24	30,8	26
3-й » . . . . .	40	23	42,0	30
Итого . . . . .	100	—	100,0	—

Для анализа эффективности использования тракторного парка определите:

- 1) среднедневную выработку на один эталонный трактор по трем районам в целом за базисный и отчетный периоды;
- 2) удельные веса каждого района: а) в общем объеме выполненных работ в базисном периоде и б) в общем количестве тракторов в отчетном периоде.

Исчислите, на сколько возросла средняя дневная выработка на один трактор (в гектарах и в процентах) в целом по трем районам в отчетном периоде по сравнению с базисным.

**Задача № 78.** Производство мяса (в убойном весе) по трем районам характеризуется следующими данными:

	Базисный период		Отчетный период	
	всего произведено мяса (ц)	произведено мяса в среднем на 100 га (ц)	площадь сельскохозяйственных угодий (тыс. га)	в среднем произведено мяса на 100 га (ц)
1-й район . . . . .	21 600	27	82	35
2-й » . . . . .	21 700	31	71	42
3-й » . . . . .	22 800	38	63	51
Итого . . . . .	66 100	—	216	—

Определите:

- 1) количество произведенного мяса на 100 га в среднем по трем районам в базисном и отчетном периодах;
- 2) удельный вес каждого района: а) в общей площади сельскохозяйственных угодий в базисном периоде и б) в общем производстве мяса в отчетном периоде;
- 3) количество произведенного мяса в среднем на один район в каждом периоде;
- 4) темп роста производства мяса в расчете на 100 га сельскохозяйственных угодий.

Задача № 79. Имеются следующие данные о выполнении плана розничного товарооборота предприятиями государственной и кооперативной торговли:

Формы торговли	I квартал		II квартал	
	план товарооборота (в процентах к итогу)	процент выполнения плана	фактический объем товарооборота (в процентах к итогу)	процент выполнения плана
Государственные предприятия . . . . .	70	108	72	104
Кооперативные предприятия . . . . .	30	105	28	110

Определите процент выполнения плана в целом по розничной торговле за каждый квартал.

Задача № 80. Выполнение плана товарооборота отдельными секциями продовольственного магазина за I и II кварталы года характеризуются следующими данными:

Секции магазина	I квартал		II квартал	
	план товарооборота (тыс. руб.)	процент выполнения плана	фактический товарооборот (тыс. руб.)	процент выполнения плана
Гастрономическая . . . . .	400	105,0	552	115,0
Бакалейная . . . . .	100	102,0	98	98,0
Кондитерская . . . . .	500	96,0	520	104,0
Итого . . . . .	1000	—	1170	—

Проанализируйте, как выполнен план товарооборота по всему магазину за каждый квартал и за первое полугодие в целом.

Охарактеризуйте различия в темпах роста товарооборота отдельных секций магазина.

Задача № 81. Имеются данные о реализации картофеля на колхозных рынках города:

Рынки	I квартал		II квартал	
	стоимость реализованного картофеля (тыс. руб.)	цена за 1 кг (руб.)	количество реализованного картофеля (т)	цена за 1 кг (руб.)
№ 1	750	0,25	2100	0,30
№ 2	460	0,23	1700	0,25
№ 3	240	0,20	1250	0,20
Итого	1450	—	5050	—

Определите:

- 1) среднюю цену 1 кг картофеля в целом по всем рынкам в I квартале, во II квартале и за полугодие;
- 2) среднюю цену 1 кг картофеля за полугодие по каждому рынку в отдельности;
- 3) количество тонн реализованного картофеля и сумму реализации его в среднем на один колхозный рынок за полугодие.

Задача № 82. В основу анализа работы молочнотоварных ферм колхоза были положены следующие производственные показатели:

Фермы	Среднегодовое число коров	Среднегодовой удой на 1 корову (ц)	Себестоимость 1 ц молока (руб.)	Отработано человеко-дней за год	Средняя оплата одного человеко-дня (руб.)
№ 1	200	22	15	6 600	6
№ 2	160	20	16	5 120	5,4
№ 3	140	25	12	4 900	5

Для анализа этих показателей:

- 1) определите в среднем по трем фермам: а) годовой удой на одну корову, б) себестоимость одного центнера молока, в) производство молока в расчете на один отработанный человеко-день, г) затраты труда на один центнер молока и д) размер оплаты одного человеко-дня;
- 2) вычислите в среднем на одну ферму: а) объем годовой продукции молока, б) число коров, в) сумму затрат на производство молока, г) количество отработанных человеко-дней и д) общую сумму оплаты труда.

Задача № 83. Деятельность свекловодческих колхозов района характеризуется следующими основными показателями:

Для анализа этих показателей:

Колхозы	Площадь посева (га)	Урожайность (т с 1 га)	Себестоимость 1 т свеклы (руб.)	Затраты труда на производство 1 т свеклы (человеко-дней)
«Победа»	200	23	20	2
«Искра»	180	20	21	2,5
«Слава»	120	15	25	3

- 1) определите по трем колхозам: а) среднюю урожайность свеклы, б) среднюю себестоимость одной тонны свеклы, в) среднюю сумму затрат на один гектар посева, г) среднюю затрату труда на производство одной тонны свеклы, д) количество полученной продукции в расчете на один человеко-день;
- 2) вычислите в среднем на один колхоз: а) размер посевной площади, б) величину валового сбора свеклы, в) сумму затрат на производство, г) затраты труда в человеко-днях.

**Задача № 84.** Имеются следующие основные показатели работы угольных шахт одного из шахтоуправлений за ноябрь:

Номера шахт	Среднемесячное число работников (человек)	Среднемесячная добыча угля на 1 работника (т)	Себестоимость 1 т угля (руб.)	Среднемесячная заработная плата 1 работника (руб.)
1	150	60	3,2	160
2	200	70	2,8	170
3	250	80	2,6	180

Для сравнительного анализа работы шахт и характеристики работы шахтоуправления в целом:

- 1) определите в целом по шахтоуправлению: а) среднемесячную добычу угля на одного работника, б) среднюю себестоимость одной тонны угля и в) среднюю заработную плату одного работника;
- 2) вычислите в среднем на одну шахту: а) объем полученной продукции, б) количество работников, в) сумму затрат на производство и г) сумму заработной платы.

**Задача № 85.** Имеются следующие данные о распределении 200 коров молочнотоварной фермы колхоза по дневному удою:

Дневной удой (кг)	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17	Итого
Число коров	12	23	85	55	25	200

Для анализа структуры стада коров определите: 1) средний дневной удой; 2) медиану и 3) моду.

Проверьте на примере данной задачи, в какой степени моментная формула средней арифметической упрощает расчеты.

**Задача № 86.** По данным задачи № 68 вычислите медиану и моду.

Установите, как можно использовать эти показатели для анализа распределения предприятий по уровню рентабельности.

**Задача № 87.** Имеются данные о распределении колхозов двух областей Украинской ССР по прямым затратам труда на производство 1 ц зерна:

	Затраты труда на 1 ц зерна (человеко-дней)					Итого
	до 0,2	0,2-0,5	0,5-1,0	1,0-3,0	3,0 и более	
Число колхозов:						
1-я область . . . . .	21	32	96	122	72	393
2-я область . . . . .	24	108	123	84	17	358
Валовой сбор зерна (в процентах к итогу)						
1-я область . . . . .	5	20	24	33	18	100
2-я область . . . . .	6	31	35	23	5	100

Для анализа эффективности производственной деятельности определите, колхозы какой области имеют более низкие средние затраты труда на производство 1 ц зерна.

Сравните структуру областей: а) по числу колхозов и по валовому сбору зерна в них; б) по соотношению числа колхозов с высоким и низким уровнями затрат труда на 1 ц зерна, в) по размеру затрат труда на 1 ц зерна, который делит количество колхозов каждой из областей на две равные части.

Определите, какие статистические показатели были исчислены при решении задачи.

**Задача № 88.** Имеются данные о распределении рабочих механического завода по степени выполнения норм выработки за декабрь:

	Степень выполнения норм выработки (в процентах)					Итого
	90-100	100-120	120-140	140-200	200-240	
Число рабочих:						
цех № 1	—	30	120	30	20	200
цех № 2	50	110	80	40	20	300
цех № 3	60	100	200	90	50	500
Итого	110	240	400	160	90	1000

Для характеристики состояния технического нормирования вычислите для каждого цеха в отдельности и для завода в целом следующие статистические показатели: 1) средний процент выполнения норм выработки; 2) долю рабочих, не выполняющих норму выработки; 3) долю рабочих, выполняющих две нормы выработки и больше; 4) медиану и 5) моду.

Объясните, почему для оценки выполнения норм выработки недостаточно только показателя среднего процента выполнения норм выработки.

**Задача № 89.** Население города по возрасту можно распределить следующим образом:



Возраст (лет)	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70 и старше	Итого
Количество человек (в процентах к итогу)	18	20	17	13	11	9	7	5	100

Исчислите медиану и моду.

Поясните, как можно использовать эти показатели для характеристики возрастной структуры населения города.

**Задача № 90.** По двум бригадам (по пяти человек в каждой), рабочие которых вырабатывают одинаковые детали, имеются следующие данные о выработке изделий за смену (штук):

1-я бригада		2-я бригада	
табальные номера рабочих	количество изготовленных деталей	табальные номера рабочих	количество изготовленных деталей
712	40	763	80
713	70	765	90
715	90	766	100
716	120	768	110
717	180	769	120

Вычислите для каждой бригады: 1) среднюю выработку на одного рабочего; 2) размах колебаний по выработке; 3) среднее линейное отклонение; 4) дисперсию; 5) среднее квадратическое отклонение; 6) коэффициент вариации.

Сопоставьте соответствующие показатели по бригадам и проанализируйте их.

**Задача № 91.** В двух звеньях колхоза дневной сбор хлопка характеризуется следующими данными (кг на одного человека):

1-е звено		2-е звено	
табальные номера рабочих	собрано хлопка	табальные номера рабочих	собрано хлопка
111	12	165	20
112	17	167	21
113	22	168	22
114	27	169	23
115	32	170	24

Вычислите для каждого звена: 1) средний дневной сбор хлопка на одного человека; 2) размах вариации; 3) среднее линейное отклонение; 4) дисперсию; 5) среднее квадратическое отклонение; 6) коэффициент вариации.

Сопоставьте соответствующие показатели по звеньям и проанализируйте их.

**Задача № 92.** Имеются следующие данные о распределении предприятий одной из отраслей промышленности по величине основных фондов:

Группы предприятий по размеру основных фондов (млн. руб.)	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11 и более	Итого
Число предприятий (в процентах к итогу)	15	30	20	15	15	5	100

С целью анализа характера распределения определите: 1) медиану; 2) моду; 3) среднее линейное отклонение; 4) дисперсию; 5) среднее квадратическое отклонение; 6) коэффициент вариации.

**Задача № 93.** Имеются данные о распределении рабочих механического завода по размеру месячной заработной платы:

Группы рабочих по размеру заработной платы (руб.)	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130	130-140	Итого
Число рабочих (человек)	50	100	200	250	200	150	50	1000

С целью анализа характера распределения рабочих определите необходимые показатели вариации.

Проверьте на примере данной задачи, в какой степени моментная формула среднего квадратического отклонения упрощает вычисления.

**Задача № 94.** Имеются данные о распределении посевных площадей зерновых культур в колхозах района по величине средней урожайности:

Средняя урожайность (ц с 1 га)	13-17	17-21	21-25	25-29	29 и более	Итого
Площадь (в процентах к итогу)	25	29	26	12	8	100

Для анализа распределения площадей определите необходимые показатели вариации.

Проверьте на примере данной задачи, в какой степени моментная формула среднего квадратического отклонения упрощает вычисления.

**Задача № 95.** Используя данные задачи № 88, проанализируйте, в каком из цехов завода выполнение норм выработки было более равномерным.

Назовите, какие показатели вариации были использованы при решении задачи.

**Задача № 96.** Используя данные задачи № 70, произведите сравнение вариации признаков, характеризующих состав рабочих по возрасту, общему стажу работы, стажу непрерывной работы и квалификации.

Назовите, с помощью какого показателя возможно сравнение вариации различных признаков.

**Задача № 97.** По предприятию имеются следующие данные о распределении выпуска продукции по сортам (тыс. руб.):

	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
Объем продукции . . . . .	240	230	250	270
в том числе 1-го сорта . . . . .	168	115	200	243

Вычислите дисперсию удельного веса продукции 1-го сорта по кварталам.

**Задача № 98.** По овцеводческим фермам колхоза имеются следующие данные:

	Фермы						
	1	2	3	4	5	6	7
Удельный вес тонкорунных овец (в процентах к общему числу овец) . . . . .	20	0	50	30	100	80	10

Вычислите дисперсию удельного веса тонкорунных овец по колхозным фермам.

Укажите пределы возможного колебания дисперсии альтернативного признака и ее максимальное значение.

**Задача № 99.** По одному из колхозов района имеются следующие данные:

	Пшеница озимая	Рожь	Ячмень	Овес	Горох
Удельный вес посевов, пострадавших от града — процентов . . . . .	20	2	0	35	60

Вычислите дисперсию доли пострадавших от града посевов по отдельным культурам.

**Задача № 100.** Имеются следующие данные о составе рабочих механического завода (человек):

	Цех № 1	Цех № 2	Цех № 3	Всего по заводу
Количество рабочих . . . . .	200	300	500	1000
из них:				
а) в возрасте до 20 лет	10	110	170	290
б) с заработком до 90 руб.	30	70	50	150
в) с общим стажем работы 20 и более лет	60	70	50	180
г) имеющие 5-й и 6-й разряды . . . . .	90	60	50	200

С целью сравнительного анализа определите по каждому из указанных признаков отдельно для каждого цеха и завода в целом: 1) долю рабочих, обладающих данными признаками; 2) дисперсию доли признаков; 3) среднее квадратическое отклонение.

Укажите наименьшую и наибольшую дисперсию по каждому признаку.

**Задача № 101.** Имеются следующие данные о распределении рабочих механического завода по размеру месячной заработной платы:

Группы рабочих по размеру заработной платы (руб.)	Число рабочих			
	цех № 1	цех № 2	цех № 3	всего по заводу
70—80	10	30	10	50
80—90	20	40	40	100
90—100	50	10	140	200
100—110	60	80	120	260
110—120	40	70	80	190
120—130	20	60	60	140
130—140	—	10	50	60
Итого	200	300	500	1000

Для анализа распределения рабочих по размеру заработной платы определите: 1) среднюю заработную плату рабочих для каждого цеха; 2) среднюю заработную плату рабочих для всего завода; 3) общую дисперсию (для всего завода); 4) внутригрупповые дисперсии (для каждого цеха); 5) среднюю из внутригрупповых дисперсий; 6) межгрупповую дисперсию (дисперсию групповых средних).

По результатам произведенных вычислений проверьте правило сложения дисперсий.

**Задача № 102.** Имеются следующие данные о распределении рабочих механического завода по возрасту:

Группы рабочих по возрасту (лет)	Число рабочих			
	цех № 1	цех № 2	цех № 3	Всего
17—20	10	110	170	290
20—30	80	90	230	400
30—40	50	30	60	140
40—50	40	40	30	110
50—59	20	30	10	60
Итого	200	300	500	1000

Для анализа распределения рабочих по возрасту исчислите: 1) внутригрупповые дисперсии; 2) среднюю из групповых дисперсий; 3) межгрупповую дисперсию; 4) общую дисперсию.

По результатам вычислений проверьте правило сложения дисперсий.

**Задача № 103.** По данным задачи № 88 о распределении рабочих механического завода по степени выполнения норм выработки вычислите: 1) внутригрупповые дисперсии; 2) среднюю из внутригрупповых дисперсий; 3) межгрупповую дисперсию; 4) общую дисперсию.

По результатам вычислений проверьте правило сложения дисперсий.

**Задача № 104.** По предприятию имеются данные о распределении рабочих по общему стажу работы:

Группы рабочих по стажу работы (лет)	Число рабочих			
	цех № 1	цех № 2	цех № 3	всего
0—5	20	130	170	320
5—10	30	60	180	270
10—15	40	50	70	160
15—20	50	30	30	110
20—25	40	20	20	80
25—30	20	10	30	60
Итого	200	300	500	1 000

Проанализируйте особенности вариации признака по цехам, для чего исчислите: 1) внутригрупповые дисперсии (для каждого цеха); 2) среднюю из внутригрупповых дисперсий; 3) межгрупповую дисперсию; 4) общую дисперсию.

**Задача № 105.** По механическому заводу имеются данные о распределении рабочих по непрерывному стажу работы:

Группы рабочих по непрерывному стажу работы (лет)	Число рабочих			
	цех № 1	цех № 2	цех № 3	всего
0—1	20	100	110	230
1—2	20	30	90	140
2—5	50	60	200	310
5—10	80	60	80	220
10—15	30	50	20	100
Итого	200	300	500	1 000

Для анализа особенностей вариации признака по цехам завода вычислите: 1) внутригрупповые дисперсии; 2) среднюю из групповых дисперсий; 3) межгрупповую дисперсию; 4) общую дисперсию.

**Задача № 106.** Имеются данные о распределении рабочих механического завода по квалификации:

Тарифные разряды	Число рабочих			
	цех № 1	цех № 2	цех № 3	всего
1	10	60	80	150
2	20	70	210	300
3	30	60	110	200
4	50	50	50	150
5	80	40	30	150
6	10	20	20	50
Итого	200	300	500	1 000

Вычислите общую дисперсию (по совокупности рабочих трех цехов), используя правило сложения дисперсий.

### Решения типовых задач

**Задача № 66.** При исчислении средней заработной платы следует исходить из соотношения:

$$\text{средняя заработная плата} = \frac{\text{фонд заработной платы}}{\text{число рабочих}}$$

Под фондом заработной платы понимается сумма заработной платы всех рабочих.

В условии задачи дано число рабочих, т. е. знаменатель данного соотношения, из которого определяется средняя заработная плата рабочих по цеху в целом, но не известен фонд заработной платы — числитель исходного соотношения. Его можно вычислить для каждого отделения цеха как произведение ( $x \cdot m$ ), полученное от умножения средней заработной платы ( $x$ ) на число рабочих ( $m$ ), а для цеха в целом — как сумму этих произведений ( $\Sigma xm$ ). Общее число рабочих цеха будет равно сумме рабочих трех его отделений, т. е.  $\Sigma m$ .

Таким образом, средняя заработная плата рабочих всего цеха в данной задаче определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$x = \frac{\Sigma xm}{\Sigma m} = \frac{110 \times 60 + 125 \times 40 + 140 \times 50}{60 + 40 + 50} = \frac{18\,600}{150} = 124 \text{ (руб.)}$$

**Задача № 67.** В отличие от задачи № 66 здесь дан фонд заработной платы (числитель исходного соотношения для определения средней заработной платы) и не известно число рабочих (знаменатель этого соотношения). Чтобы подсчитать число рабочих, нужно начисленный фонд заработной платы рабочих каждого отделения

цеха разделить на соответствующую величину средней заработной платы, а затем просуммировать полученные результаты.

Таким образом, в соответствии с данными задачи среднюю заработную плату рабочих по цеху в целом нужно вычислить по формуле средней гармонической взвешенной, где весами ( $M$ ) будет фонд заработной платы, а вариантами ( $x$ ) — средняя заработная плата рабочих каждого отделения:

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{1}{x} \cdot M}$$

$$\bar{x} = \frac{6\,600 + 5\,000 + 7\,000}{\frac{1}{110} \times 6\,600 + \frac{1}{125} \times 5\,000 + \frac{1}{140} \times 7\,000} = \frac{18\,600}{150} = 124 \text{ (руб.)}$$

Примечание. На примере решения задач № 66 и 67 показывается одно из правил, облегчающих выбор форм средних: в тех случаях, когда в исходном соотношении (из которого определяется средняя) не известны условия задачи знаменатель — применяется средняя гармоническая, если не известен числитель — применяется средняя арифметическая.

**Задача № 85. 1.** Произведем расчет среднего дневного удоя:

а) по основной формуле

б) по моментной формуле  
(при произвольном основании)  
 $x_0 = 12$

$x$	$m$	$xm$
8	12	96
10	23	230
12	85	1 020
14	55	770
16	25	400
Итого	200	2 516

$x$	$m$	$x'$	$x'm$
8	12	-2	-24
10	23	-1	-23
12	85	0	0
14	55	1	55
16	25	2	50
Итого	200		58

Средний дневной удой, рассчитанный по формуле средней арифметической взвешенной, составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum xm}{\sum m} = \frac{2\,516}{200} = 12,58 \text{ (кг)}$$

Этот результат может быть получен и по так называемой моментной формуле средней арифметической:

$$\bar{x} = x_0 + \frac{\sum x'm}{\sum m} \cdot h$$

где  $x_0$  — произвольно взятое основание;

$x'$  — условные варианты в равных интервалах ( $x' = \frac{x - x_0}{h}$ );

$h$  — ширина интервала.

Подставляя в формулу средней арифметической данные, получим:

$$\bar{x} = 12 + \frac{58}{200} \times 2 = 12,58 \text{ (кг)}$$

2. Медиана ( $M_e$ ) в интервальном вариационном ряду определяется по формуле:

$$M_e = x_{M_e} + \frac{\frac{1}{2} \sum m - S_{M_e-1}}{m_{M_e}} \cdot h_{M_e}$$

где  $x_{M_e}$  — начало медианного интервала (его нижняя граница);

$S_{M_e-1}$  — сумма частот, накопленных до медианного интервала;

$\sum m$  — сумма частот всего вариационного ряда;

$h_{M_e}$  — величина медианного интервала;

$m_{M_e}$  — частота медианного интервала;

Для нашей задачи:

$x$	$m$	$S$
7—9	12	12
9—11	23	35
11—13	85	120
13—15	55	175
15—17	25	200
Итого	200	

$\sum m = 200$ ; половина суммы частот равна 100; сотый вариант находится в интервале «11—13», который, следовательно, и является медианным интервалом;  $S_{M_e-1} = 12 + 23 = 35$ ;  $x_{M_e} = 11$ ;  $m_{M_e} = 85$  и  $h_{M_e} = (13 - 11) = 2$ .

Подставим эти значения в формулу медианы:

$$M_e = 11 + \frac{100 - 35}{85} \times 2 = 11 + 1,5 = 12,5 \text{ (кг)}$$

3. Мода ( $M_o$ ) в интервальном вариационном ряду определяется по формуле:

$$M_o = x_{M_o} + \frac{m_{M_o} - m_{M_o-1}}{(m_{M_o} - m_{M_o-1}) + (m_{M_o} - m_{M_o+1})} \cdot h_{M_o}$$

где  $x_{M_o}$  — начало модального интервала (его нижняя граница);

$m_{M_o}$  — частота модального интервала;

$m_{M_o-1}$  — частота интервала, предшествующего модальному;

$m_{M_o+1}$  — частота интервала, следующего за модальным;

$h_{M_o}$  — величина модального интервала.

В рассматриваемой задаче частота модального интервала  $m_{M_o} = 85$ ; ей соответствует модальный интервал «11—13», откуда начало модального интервала  $x_{M_o} = 11$ ;  $m_{M_o-1} = 23$ ;  $m_{M_o+1} = 55$  и  $h_{M_o} = 2$ .

Подставляя эти значения в формулу моды, получаем:

$$M_0 = 11 + \frac{85-23}{(85-23) + (85-55)} \times 2 = 12,3 \text{ (кг)}.$$

Задача № 90. Рассмотрим решение задачи по данным 1-й бригады:

$$\text{средняя выработка одного рабочего } (\bar{x}) = \frac{40+70+90+120+180}{5} = \frac{500}{5} = 100 \text{ (деталей)}.$$

Размах вариации ( $R$ ) исчисляется по формуле:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где  $x_{\max}$  — наибольшая варианта,

$x_{\min}$  — наименьшая варианта.

Для данной задачи  $R = 180 - 40 = 140$  (деталей).

Среднее линейное отклонение ( $\bar{d}$ ) простое, т. е. при отсутствии или равенстве частот, определяется по формуле:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n},$$

где  $\sum |x - \bar{x}|$  — сумма абсолютных значений отклонений вариант от средней арифметической,  $n$  — число отклонений.

Дисперсия ( $\sigma^2$ ) при отсутствии частот либо их одинаковом значении определяется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}.$$

Среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) равно корню квадратному из дисперсии.

Наконец, коэффициент вариации ( $B$ ) представляет собой процентное отношение среднего квадратического отклонения ( $\sigma$ ) к средней величине изучаемого признака ( $\bar{x}$ ):

$$B = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100.$$

Для расчета этих величин составим вспомогательную таблицу:

$x$	40	70	90	120	180	Итого
$x - \bar{x}$	-60	-30	-10	+20	+80	0
$ x - \bar{x} $	60	30	10	20	80	200
$(x - \bar{x})^2$	3600	900	100	400	6400	11400

На основе формул показателей вариации определяем:

$$\bar{d} = \frac{200}{5} = 40 \text{ (деталей)}; \quad \sigma^2 = \frac{11400}{5} = 2280;$$

$$\sigma = \sqrt{2280} = 47,7 \text{ (детали)};$$

$$B = \frac{47,7}{100} \times 100 = 47,7\%.$$

Задача № 92. В данной задаче варианты признака ( $x$ ) имеют различную численность ( $m$ ). Поэтому значения  $\bar{d}$ ,  $\sigma^2$  и  $\sigma$  должны исчисляться как средние взвешенные величины.

Среднее взвешенное линейное отклонение исчисляется по формуле:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| m}{\sum m}.$$

Дисперсия, взвешенная по частоте вариантов, исчисляется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 m}{\sum m}.$$

Для расчета показателей вариации составим вспомогательную таблицу:

Описание факта (млн. руб.)	Средняя выработка $x$	Число предприятий в процент-тах $m$	$xm$	$x^2m$	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})m$	$ x - \bar{x} m$	$(x - \bar{x})^2m$
1-3	2	15	30	60	-4	-60	60	240
3-5	4	30	120	480	-2	-60	60	120
5-7	6	20	120	720	0	0	0	0
7-9	8	15	120	960	2	30	30	60
9-11	10	15	150	1500	4	30	60	240
11-13	12	5	60	720	6	30	30	180
Итого	—	100	600	4440	—	0	240	840

$$\bar{x} = 600 : 100 = 6 \text{ (млн. руб.)}.$$

На основе формул показателей вариации определяем:

$$\bar{d} = \frac{240}{100} = 2,4 \text{ (млн. руб.)}; \quad \sigma^2 = \frac{840}{100} = 8,4;$$

$$\sigma = \sqrt{8,4} = 2,9 \text{ (млн. руб.)}; \quad B = \frac{2,9}{6} \times 100 = 48,3\%.$$

Если варианты представляют небольшие, однозначные числа, то значительное упрощение техники расчетов среднего квадратического отклонения достигается с помощью следующей формулы:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2},$$

где  $\frac{\sum x^2}{n}$  — средняя арифметическая квадратов вариант,

$\bar{x}^2$  — квадрат средней арифметической задачи.

Для рассматриваемой задачи:

$$\bar{x}^2 = \frac{4440}{100} = 44,4; \quad (\bar{x})^2 = 36;$$

$\frac{115}{5} = 23$

$$\sigma = \sqrt{44,4 - 36} = \sqrt{8,4} = 2,9 \text{ (млн. руб.)}$$

В вариационных рядах с равными интервалами значительное упрощение расчетов среднего квадратического отклонения достигается с помощью моментной формулы:

$$\sigma = h \sqrt{(x')^2 - (x')^2}$$

где  $h$  — ширина интервала;  
 $(x')$  — средняя арифметическая квадратов условных вариантов, выраженных в равных интервалах;

$$x' = \frac{x - x_0}{h};$$

$(x')^2$  — квадрат средней арифметической условных вариантов в равных интервалах.

Исчислим для данной задачи среднее квадратическое отклонение по моментной формуле. При этом примем в качестве произвольного основания ( $x_0$ ) интервал «7—9» (его середина—8); ширина интервала  $h=2$ .

Приняв эти данные за исходные, составим расчетную таблицу:

$m$	$x$	$x - x_0$	$x'$	$x' \cdot m$	$(x')^2 \cdot m$
15	2	-6	-3	-45	135
30	4	-4	-2	-60	120
20	6	-2	-1	-20	20
15	8	0	0	0	0
15	10	2	1	15	15
5	12	4	2	10	20
Итого 100	—	—	—	-100	310

Тогда

$$\sigma = 2 \sqrt{\frac{310}{100} - \left(\frac{-100}{100}\right)^2} = 2\sqrt{3,1 - 1} = 2\sqrt{2,1} = 2 \times 1,45 = 2,9 \text{ (млн. руб.)}$$

**Задача № 97.** Дисперсия альтернативного признака, т. е. такого признака, которым обладает часть единиц данной совокупности и не обладает другая его часть, определяется по формуле:

$$\sigma^2 = p \cdot q,$$

где  $p$  — доля (удельный вес) единиц, обладающих изучаемым признаком,

$q$  — доля единиц, не обладающих изучаемым признаком.

Учитывая, что  $p+q=1$  и, следовательно,  $q=1-p$ , формулу дисперсии можно представить:

$$\sigma^2 = p(1-p).$$

Пользуясь этой формулой, найдем долю ( $p$ ) изделий 1-го сорта и дисперсию для каждого квартала:

$$\text{I квартал: } p_1 = \frac{168}{240} = 0,7; \quad \sigma_1^2 = 0,7 \times (1-0,7) = 0,21;$$

$$\text{II квартал: } p_2 = \frac{115}{230} = 0,5; \quad \sigma_2^2 = 0,5 \times (1-0,5) = 0,25;$$

$$\text{III квартал: } p_3 = \frac{200}{250} = 0,8; \quad \sigma_3^2 = 0,8 \times (1-0,8) = 0,16;$$

$$\text{IV квартал: } p_4 = \frac{243}{270} = 0,9; \quad \sigma_4^2 = 0,9 \times (1-0,9) = 0,09.$$

**Задача № 101.** Определяем по способу моментов среднюю заработную плату ( $\bar{x}$ ) и дисперсию ( $\sigma^2$ ) для всей совокупности рабочих (1000 человек), а также среднюю заработную плату и дисперсию для каждого цеха (т. е. групповые средние  $x_1, x_2$  и  $x_3$  и групповые дисперсии  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  и  $\sigma_3^2$ ), приняв  $x_0=105$ :

Заработная плата (руб.)	Средняя заработная плата $\bar{x}$	$x - x_0$	$\frac{x - x_0}{h}$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right)^2$	Число рабочих			
					$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m$
70—80	75	-30	-3	9	10	30	10	50
80—90	85	-20	-2	4	20	40	40	100
90—100	95	-10	-1	1	50	10	140	200
100—110	105	0	0	0	60	80	120	260
110—120	115	10	1	1	40	70	80	190
120—130	125	20	2	4	20	60	60	140
130—140	135	30	3	9	—	10	50	60
Итого	—	—	—	—	200	300	500	1000

$\left(\frac{x - x_0}{h}\right) m_1$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right) m_2$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right) m_3$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right) m$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right)^2 m_1$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right)^2 m_2$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right)^2 m_3$	$\left(\frac{x - x_0}{h}\right)^2 m$
-30	-90	-30	-150	90	270	90	450
-40	-80	-80	-200	80	160	160	400
-50	-10	-140	-200	50	10	140	200
0	0	0	0	0	0	0	0
40	70	80	190	40	70	80	190
40	120	120	280	80	240	240	560
—	30	150	180	—	90	450	540
-40	+40	100	100	340	840	1160	2340

Определяем среднюю заработную плату и дисперсию для всей совокупности рабочих:

$$\bar{x} = 105 + \frac{100}{1000} \times 10 = 105 + 1 = 106 \text{ (руб.)};$$

$$\sigma^2 = 10^2 \left[ \frac{2340}{1000} - \left( \frac{100}{1000} \right)^2 \right] = 100(2,34 - 0,01) = 100 \times 2,33 = 233.$$

Вычисляем среднюю заработную плату для каждого цеха:

$$\bar{x}_1 = 105 + \frac{-40}{200} \times 10 = 105 - 2 = 103 \text{ (руб.)};$$

$$\bar{x}_2 = 105 + \frac{40}{300} \times 10 = 105 + 1,33 = 106,33 \text{ (руб.)}.$$

$$\bar{x}_3 = 105 + \frac{100}{500} \times 10 = 105 + 2 = 107 \text{ (руб.)}.$$

Затем определим внутригрупповые дисперсии:

$$\sigma_1^2 = 10^2 \times \left[ \frac{340}{200} - \left( \frac{-40}{200} \right)^2 \right] = 100 \times (1,7 - 0,04) = 100 \times 1,66 = 166,0;$$

$$\sigma_2^2 = 10^2 \times \left[ \frac{840}{300} - \left( \frac{+40}{300} \right)^2 \right] = 100 \times (2,8 - 0,0177) = 100 \times 2,7823 = 278,23;$$

$$\sigma_3^2 = 10^2 \times \left[ \frac{400}{500} - \left( \frac{100}{500} \right)^2 \right] = 100 \times (2,32 - 0,04) = 100 \times 2,28 = 228,0.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий  $(\bar{\sigma}^2)$  определяется по формуле:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 m_i}{\sum m_i},$$

где  $\sigma_i^2$  — внутригрупповые дисперсии,

$m_i$  — численность групп.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2 &= \frac{166 \times 200 + 278,23 \times 300 + 228 \times 500}{200 + 300 + 500} = \\ &= \frac{33\,200 + 83\,469 + 114\,000}{1\,000} = \frac{230\,669}{1\,000} = 230,669 \approx 230,67. \end{aligned}$$

Межгрупповая дисперсия ( $\delta^2$ ) определяется по формуле:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 m_i}{\sum m_i},$$

где  $\bar{x}_i$  — групповые средние,

$\bar{x}$  — общая средняя.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \delta^2 &= \frac{(103 - 106)^2 \times 200 + (106,33 - 106)^2 \times 300 + (107 - 106)^2 \times 500}{200 + 300 + 500} = \\ &= \frac{1\,800 + 33 + 500}{1\,000} = \frac{2\,333}{1\,000} = 2,33. \end{aligned}$$

Правило сложения дисперсий означает, что общая дисперсия равна сумме межгрупповой дисперсии ( $\delta^2$ ) и средней из внутригрупповых дисперсий ( $\bar{\sigma}^2$ ):

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \delta^2.$$

Подставляя в эту формулу соответствующие значения, получим:

$$\sigma^2 = 230,67 + 2,33 = 233.$$

Таким образом, общая дисперсия, вычисленная по правилу сложения дисперсий, в точности совпадает по числовому значению с результатом вычисления ее непосредственно на основе данных по всей совокупности рабочих.

**ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ**

**Задача № 107.** На ткацкой фабрике из 1000 ткачих в порядке случайной бесповторной выборки обследовано 100 человек. В результате обследования получены следующие данные о распределении ткачих по уровню дневной выработки:

Группы ткачих по уровню дневной выработки (м)	30—40	40—50	50—60	61—70	Итого
Число ткачих	30	33	24	13	100

По этим данным установите:

- 1) пределы значений средней дневной выработки одной ткачихи с вероятностью 0,683 (0,954; 0,997);
- 2) вероятность того, что средняя дневная выработка ткачихи фабрики будет отклоняться в ту или другую сторону от средней дневной выработки обследованных ткачих не более чем на 1 м;
- 3) объем выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки при определении средней выработки не превышала 2 м;
- 4) пределы значений доли ткачих фабрики с дневной выработкой 60 м и более с вероятностью 0,683 (0,954; 0,997);
- 5) вероятность того, что в целом по фабрике доля ткачих с дневной выработкой 60 м и более будет отклоняться от выборочной доли не более чем на 2 %;
- 6) объем выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки при определении доли ткачих с дневной выработкой 60 м и более не превышала 6%;
- 7) значение средней ошибки средней дневной выработки и доли ткачих с выработкой 60 м и более при случайном повторном отборе;
- 8) объем случайной повторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка средней выработки не превышала 2 м, а предельная ошибка доли ткачих с выработкой 60 м и более — 6%.

**Задача № 108.** Из общего числа (25 000) вкладчиков сберегательных касс города произведено выборочное обследование 2000 вкладчиков, отобранных методом случайного бесповторного отбора. По результатам выборки построен следующий ряд распределения:

Группы по размеру вкладов (руб.)	Всего вкладчиков	из них рабочих (в процентах)
10—310	1 000	50
310—610	600	30
610—910	400	20
Итого	2 000	

По этим данным установите:

- 1) пределы значения среднего вклада всех вкладчиков с вероятностью 0,683;
- 2) пределы значения доли рабочих среди вкладчиков с вероятностью 0,997;
- 3) необходимую численность выборки при определении размера среднего вклада, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превышала 5 руб.;
- 4) необходимую численность выборки при определении доли рабочих среди вкладчиков, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 2%.

**Задача № 109.** По данным о распределении рабочих механического завода по возрасту, полученным в результате решения задачи № 26, определите:

- 1) пределы значения среднего возраста рабочих завода (с вероятностью 0,954);
- 2) пределы значения доли рабочих в возрасте до 20 лет (с вероятностью 0,683);
- 3) необходимую численность выборки при определении среднего возраста, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превышала 3 лет;
- 4) необходимую численность выборки при определении доли рабочих в возрасте до 20 лет, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превышала 4%.

**Задача № 110.** По данным о распределении рабочих механического завода по заработной плате, полученным в результате решения задачи № 27, определите:

- 1) пределы значения средней заработной платы рабочих завода (с вероятностью 0,997);
- 2) пределы значения доли рабочих завода с заработком 170 руб. и более (с вероятностью 0,683);
- 3) необходимую численность выборки при определении средней заработной платы, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 5 руб.;
- 4) необходимую численность выборки при определении доли рабочих с заработком 170 руб. и более, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 6%.

**Задача № 111.** В результате обследования в порядке случайной бесповторной выборки 200 коров колхозного стада, насчитыва-



вающего 1000 коров, были установлены следующие показатели: 1) средний годовой удой на одну корову — 3200 кг; 2) средняя жирность молока — 4,0%; 3) число породистых коров в выборке — 160; 4) среднее квадратическое отклонение: по удою — 400 кг, по жирности молока — 1,5%.

Определите с вероятностью 0,95 граничные значения: 1) среднего годового удою молока на одну корову; 2) средней жирности молока и 3) доли породистых коров в стаде.

**Задача № 112.** В колхозном стаде, насчитывающем 1200 овец, была проведена контрольная стрижка 100 овец, в результате чего был установлен средний настриг шерсти с одной овцы — 5 кг (при среднем квадратическом отклонении 2 кг).

Определите с вероятностью 0,8 предельную ошибку выборки.

**Задача № 113.** Методом собственно-случайной выборки необходимо определить средний общий производственный стаж 10 000 рабочих завода.

Вычислите необходимую численность выборки при условии, что ошибка выборки с вероятностью 0,99 не должна превышать 1 года при среднем квадратическом отклонении, равном 10 годам.

**Примечание.** Решите задачу в двух вариантах: а) при проведении повторной выборки и б) при проведении бесповторной выборки.

**Задача № 114.** Предполагая прочие условия выборки одинаковыми, определите, при каком проценте выборки собственно-случайная бесповторная выборка будет точнее повторной: а) вдвое, б) втрое.

**Задача № 115.** В порядке случайной выборки обследовано 100 единиц продукции, из которых 5 единиц забраковано.

Определите с вероятностью 0,8 возможный размер ошибки при распространении процента бракованной продукции в выборочной совокупности на всю продукцию.

**Задача № 116.** При разработке материалов учета городского населения методом случайного бесповторного отбора было установлено, что в городе N 10% жителей — в возрасте старше 60 лет. При этом из общей численности населения города (400 тыс. человек) выборкой было охвачено 100 тыс. человек.

Определите с вероятностью 0,954, в каких пределах колеблется доля жителей в возрасте старше 60 лет среди всего населения данного города.

**Задача № 117.** Определите, сколько единиц продукции необходимо подвергнуть обследованию в порядке случайной выборки, чтобы с вероятностью 0,683 средняя ошибка доли брака не превышала 5%, если величина доли брака в данной партии продукции неизвестна.

**Задача № 118.** Проведенный на 1 января учет овец в районе и последующие за ним контрольные обходы 10% общего числа хозяйств колхозников дали следующие результаты: всего овец в хозяйствах колхозников района по данным отчетов сельских Советов — 6000 голов; учтено овец в контрольных точках, т. е. в хозяйствах колхозников, подвергнутых обходу: а) при проведении

учета — 500 голов, б) во время контрольных обходов — 520 голов.

За период с 1 января до дня контрольных обходов в этих хозяйствах прибыло 30 голов и убыло 20 голов овец.

Определите:

1) количество недоучтенных овец в хозяйствах, подвергнутых контрольному обходу;

2) количество овец в хозяйствах колхозников района на 1 января, с поправкой на число недоучтенных овец.

**Задача № 119.** Учет свиней в районе, проведенный на 1 января, и 10%-ные контрольные обходы дали следующие результаты: всего свиней, учтенных в хозяйствах колхозников района, — 7000 голов; учтено свиней в контрольных точках: при проведении учета — 700 голов, во время контрольных обходов — 730 голов.

За период с 1 января до начала контрольных обходов прибыло 29 и убыло 20 голов свиней.

Определите:

1) количество неучтенных свиней в хозяйствах, расположенных в контрольных точках;

2) количество свиней на 1 января с поправкой на число неучтенных свиней, имеющихся у всех колхозников района.

**Задача № 120.** Произведите по приведенным в задаче № 26 данным 30%-ную механическую выборку рабочих завода.

Определите в отобранной совокупности: 1) средний возраст рабочих; 2) среднюю месячную заработную плату; 3) средний общий стаж работы; 4) средний стаж работы на данном предприятии и 5) средний разряд рабочих.

Сравните полученные выборочные характеристики возраста, стажа работы и квалификации с соответствующими средними, исчисленными в задаче № 70.

**Задача № 121.** Произведена 30%-ная механическая выборка для изучения величины сменной выработки токарей завода на операции «проточка кольца». Выборка дала следующие результаты:

Группы рабочих по величине сменной выработки (штук)	71—80	81—90	91—100	101—110	111—120
Число рабочих	4	16	24	11	5

Определите:

1) пределы значений среднего уровня сменной выработки токарей на данной операции с вероятностью 0,683 (0,954; 0,997);

2) пределы значения доли токарей, вырабатывающих за смену свыше 100 деталей, с вероятностью 0,9;

3) необходимую численность выборки при определении величины средней сменной выработки, чтобы с вероятностью 0,8 предельная ошибка выборки не превышала 2 деталей;

4) необходимую численность выборки при определении доли токарей, вырабатывающих за смену свыше 100 деталей, чтобы с вероятностью 0,7 предельная ошибка выборки не превышала 5%.

**Задача № 122.** В сберегательных кассах города в порядке механической бесповторной выборки из 50 000 отобраны 5000 счетов вкладчиков и по ним установлены средний размер вклада — 300 руб. при среднем квадратическом отклонении — 180 руб.

Определите:

- 1) предельную ошибку репрезентативности (с вероятностью 0,997);
- 2) вероятность того, что предельная ошибка репрезентативности не превысит 3 руб. (5 руб.).

**Задача № 123.** На электроламповом заводе в порядке механической выборки проверено 2500 лампочек, из которых 50 забраковано.

Определите с вероятностью 0,954, в каких пределах колеблется процент бракованных лампочек.

**Задача № 124.** Определите необходимую численность механической выборки при изучении доли заказных писем, отправляемых на почтамте государственными организациями, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка репрезентативности не превышала 2%.

Никаких предварительных данных об удельном весе этих писем в общей массе заказной корреспонденции не имеется.

**Задача № 125.** Из 25 000 вкладчиков сберегательных касс города подвергнуто пропорциональному типическому отбору по общественным группам 2000 вкладчиков, которые по размеру вложений распределялись следующим образом:

Общественные группы	Группы вкладчиков по размеру вложений (руб.)			Итого вкладчиков
	10—310	310—610	610—910	
Рабочие . . . . .	300	80	20	400
Служащие . . . . .	400	400	200	1 000
Прочие . . . . .	300	120	180	600
<b>Итого . . . . .</b>	<b>1 000</b>	<b>600</b>	<b>400</b>	<b>2 000</b>

Принимая, что в каждой группе произведена случайная бесповторная выборка, определите:

- 1) возможные пределы среднего вклада для всех вкладчиков (с вероятностью 0,997);
- 2) возможные пределы доли вкладчиков с размером вклада до 310 руб. (с вероятностью 0,954);
- 3) необходимую численность выборки при определении среднего вклада, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 10 руб.;
- 4) необходимую численность выборки при определении доли вкладчиков с размером вклада до 310 руб., чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превышала 1%.

Найдите ответы на поставленные в задаче вопросы при условии, что внутри каждой типической группы произведен случайный повторный отбор единиц.

**Задача № 126.** Из 1000 рабочих цеха подвергнуто пропорциональному типическому отбору по квалификации 100 рабочих. По результатам отбора получено следующее распределение рабочих по размеру заработной платы:

Группы рабочих по квалификации	Месячная заработная плата (руб.)							Итого лиц
	100—120	120—140	140—160	160—180	180—200	200—220	220—240	
Низшая . . . . .	5	7	15	17	1			45
Средняя . . . . .		3	5	6	13	6	2	35
Высшая . . . . .				2	6	9	3	20
<b>Итого . . . . .</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>20</b>	<b>15</b>	<b>5</b>	<b>100</b>

Принимая, что в каждой группе произведена случайная бесповторная выборка, определите:

- 1) возможные пределы средней заработной платы рабочих цеха (с вероятностью 0,954);
- 2) возможные пределы доли рабочих с размером месячной заработной платы 200 руб. и более (с вероятностью 0,683);
- 3) необходимую численность выборки при определении средней заработной платы, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 4 руб.;
- 4) необходимую численность выборки при определении доли рабочих с заработной платой 200 руб. и более, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превышала 3%.

Найдите ответы на поставленные в задаче вопросы при условии, что внутри каждой типической группы произведен случайный повторный отбор единиц.

**Задача № 127.** Для определения удельного веса рабочих и служащих, обучающихся без отрыва от производства в высших учебных заведениях, все промышленные предприятия района были поделены по числу занятых в них работников на три группы:

Номер группы	Группы предприятий по числу работников (человек)	Число рабочих (человек)
I	до 1 000	9 000
II	от 1 001 до 3 000	15 000
III	3 001 и более	8 000

В порядке механического 10%-ного отбора в каждой из типических групп были установлены следующие размеры доли рабочих и служащих, обучающихся в высших учебных заведениях без отрыва от производства: в I группе — 2%, во II — 5% и в III — 8%.

Определите с вероятностью 0,683, в каких пределах колеблется доля рабочих и служащих, обучающихся в высших учебных заведениях без отрыва от производства, по всем предприятиям.

**Задача № 128.** Имеются следующие данные о работе телеграфа:

Виды телеграмм	Удельный вес (в процентах к итогу)	Среднее квадратическое отклонение по средним до- ставок (минут)
Срочные	30	12
Обыкновенные	70	18

Определите необходимую численность типической выборки с пропорциональным отбором по видам телеграмм, чтобы предельная ошибка средней скорости доставки телеграмм с вероятностью 0,683 не превышала 2 минут.

**Задача № 129.** Для изучения влияния общего стажа работы на квалификацию рабочих механического цеха была проведена повторная типическая выборка с непропорциональным распределением (по 50 рабочих в каждой группе), которая дала следующие результаты:

№ п.п.	Группы рабочих по стажу работы	Общее число рабочих в группе (человек)	Объем выборки (человек)	в том числе по разрядам					
				1	2	3	4	5	6
1 2	До 10 лет	600	50	10	23	14	2	1	—
	Свыше 10 лет	400	50	—	5	8	17	14	6
Итого		1 000	100	10	28	22	19	15	6

По этим данным определите:

- 1) возможные пределы среднего разряда рабочих цеха с вероятностью 0,683 (0,954; 0,997);
- 2) необходимый объем выборки по каждой из групп рабочих при определении среднего разряда рабочих цеха, который даст наиболее точные результаты;
- 3) возможные пределы доли рабочих в цехе, имеющих высокую квалификацию (5-й и 6-й разряды), с вероятностью 0,683 (0,954; 0,997);
- 4) необходимую численность выборки по каждой из групп рабочих при определении доли рабочих высокой квалификации (5-й и 6-й разряды), которая даст наиболее точные результаты.

**Задача № 130.** Из 100 ящиков по 400 деталей в каждом, поступивших в течение квартала на склад готовой продукции, в по-

рядке случайной бесповторной серийной выборки отобрано 5 ящиков, все детали которых проверены на вес. Были получены следующие результаты:

	Ящики				
	1	2	3	4	5
Средний вес детали — г	50	49	53	53	55

По этим данным установите:

- 1) возможные пределы среднего веса детали в ящиках, поступивших на склад (с вероятностью 0,954);
- 2) вероятность того, что средний вес деталей, выпускаемых заводом, будет отклоняться от среднего веса отобранных деталей не более чем на 1,0 г;
- 3) объем случайной бесповторной серийной выборки, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки при определении среднего веса детали не превышала 0,7 г.

**Задача № 131.** На табачной фабрике была произведена серийная выборка для проверки качества партии папирос высшего сорта № 3 «Аркадия» по внешнему оформлению (упаковка, гильзы, папиросы). Партия состояла из 25 ящиков по 600 коробок в каждом. В порядке случайной выборки отобрано 5 ящиков, а из каждого ящика — 2 коробки; в каждой отобранной коробке обследовано подвергнуто все папиросы (25 штук). Качество продукции по внешнему оформлению оценивается по 50-балловой системе. При нахождении дефектов делается скидка в соответствии с нормами, указанными в таблицах ГОСТа. Проверка дала следующие результаты:

Номер коробки										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка (в баллах)	50	42	49	43	48	43	46	45	44	50

По этим данным определите возможные пределы среднего балла по всей партии папирос (с вероятностью 0,997).

**Задача № 132.** На табачной фабрике была произведена серийная выборка для проверки партии папирос высшего сорта № 3 «Одесские» по аромату и вкусу табака (дегустация). Из 1500 коробок были отобраны в порядке случайной выборки 2 коробки, в которых все папиросы (50 штук) подверглись обследованию. Качество продукции по аромату и вкусу оценивается по 50-балловой системе. При нахождении дефектов делается скидка в соответствии с нормами, указанными в таблицах ГОСТа.

Проверка дала следующие результаты:

Номер коробки		
	1	2
Оценка (в баллах)	48	42

По этим данным установите возможные пределы среднего балла во всей партии папирос (с вероятностью 0,954).

**Задача № 133.** Для контроля качества поршневых колец, изготавливаемых на 10 токарных станках, ежедневно подвергается проверке вся продукция,

изготовленная в течение четвертого часа работы. По данным на 1 апреля доля брака в проверенной продукции составляла:

Номер станка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Процент брака	3	8	5	6	7	12	9	10	10	9

По этим данным установите с вероятностью 0,683 средний процент брака во всей продукции, выпущенной в течение 8-часовой смены.

**Задача № 134.** В токарном отделении механического цеха завода в порядке выборки произведена фотография рабочего дня, составляющего 480 минут, 10 рабочих. Время непроизводительной работы и перерывов, зависящих от рабочего и по организационно-техническим причинам, составило (минут): 60, 45, 46, 54, 47, 48, 49, 51, 54 и 46.

Определите вероятность того, что разность между выборочным средним временем непроизводительной работы и перерывов и временем непроизводительной работы и перерывов в среднем для всех рабочих цеха была не больше 5 минут.

С вероятностью 0,95 установите пределы, в которых находится среднее для всех рабочих цеха время непроизводительной работы и перерывов.

**Задача № 135.** В совхозе на участке площадью 100 га посеяна озимая пшеница. В порядке механической выборки по диагонали участка взяли 10 проб на определение средней урожайности. В результате обмолота этой пшеницы получены следующие данные:

Номер участка										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Урожай (ц с 1 га)	25	26	24	25	23	27	21	22	29	28

Определите:

1) вероятность того, что разность между выборочным и генеральным средним урожаем была не больше 0,8 ц с 1 га;

2) границы интервала, в котором находится генеральная средняя (с вероятностью 0,95; 0,99).

### Решения типовых задач

**Задача № 107 1.** Генеральная средняя находится по формуле:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta,$$

где  $\bar{x}$  — генеральная средняя;  $\tilde{x}$  — выборочная средняя;  $\Delta$  — предельная ошибка выборки.

В свою очередь предельная ошибка выборки равна:

$$\Delta = t\mu.$$

где  $t$  — показатель кратности ошибки, зависящий от вероятности, с которой можно гарантировать определенные размеры ошибки выборки;

$\mu$  — средняя ошибка средней выборочной, которая для собственно случайной бесповторной выборки равна:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где  $\sigma_0^2$  — выборочная дисперсия,

$n$  — объем выборки,

$N$  — объем генеральной совокупности.

Для нахождения выборочной средней и дисперсии (с помощью моментных формул) составляем расчетную таблицу:

Диагональ выработки (х)	Средина интервала $x'$	Число наблюдений $m$	$x'$	$x'^2 m$	$(x')^2 m$
30—40	35	30	-1	-30	30
40—50	45	33	0	0	0
50—60	55	24	1	24	24
60—70	65	13	2	26	52
Итого		100		20	105

Используя данные таблицы, определяем выборочную среднюю;

$$\tilde{x} = 45 + \frac{20}{100} \times 10 = 47 \text{ (м)},$$

затем выборочную дисперсию:

$$\sigma_0^2 = 100 \times \left[ \frac{106}{100} - \left( \frac{20}{100} \right)^2 \right] = 100 \times (1,06 - 0,04) = 100 \times 1,02 = 102$$

и среднюю ошибку при определении средней выработки:

$$\mu = \sqrt{\frac{102}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = \sqrt{1,02 \times 0,9} = \sqrt{0,918} = 0,958 \approx 0,96 \text{ (м)}$$

Давая  $t$  те или иные значения, находим с помощью таблиц значений  $\Phi$ ; предельную ошибку выборки. Так, с вероятностью 0,683 ( $t=1$ ) можно утверждать, что средняя дневная выработка ткачих фабрики находится в пределах  $47 \pm 0,96$ , или от 46,04 до 47,96 м; с вероятностью 0,954 ( $t=2$ ) можно утверждать, что она находится в пределах  $47 \pm 1,92$ , или от 45,08 до 48,92 м, и т. д.

2. Из формулы предельной ошибки выборки имеем:  $1 = 0,958t$ . Отсюда  $t = 1/0,958 = 1,05$ . Это значение соответствует вероятности 0,706 (см. таблицу значений  $\Phi$ ).

3. Объем выборки при нахождении выборочной средней методом случайного бесповторного отбора определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}$$

При заданной вероятности (0,954)  $t=2$ ; дисперсия выборочной средней ( $\sigma^2$ ), как определено ранее, равна 102 и предельная ошибка выборки, по условию, равна 2 м. Подставляем эти значения в формулу:

$$n = \frac{4 \times 102 \times 1000}{4 \times 1000 + 4 \times 102} = \frac{408000}{4408} = 93 \text{ (ткачихи).}$$

4. Генеральная доля находится по формуле:

$$p = \omega \pm \Delta,$$

где  $p$  — генеральная доля,

$\omega$  — выборочная доля,

$\Delta$  — предельная ошибка выборки.

В свою очередь предельная ошибка выборки равна:

$$\Delta = t\mu$$

Здесь  $\mu$  — средняя ошибка доли, которая для собственно-случайной бесповторной выборки равна:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Выборочная доля ткачих с дневной выработкой 60 м и более ( $\omega$ ), согласно условию задачи, равна:  $\frac{13}{100} \times 100 = 13\%$ ; выборочная дисперсия доли  $\omega(1-\omega) = 13 \times 87 = 1131$  и средняя ошибка доли

$$\mu = \sqrt{\frac{1131}{100} \times 0,9} = \sqrt{11,31 \times 0,9} = \sqrt{10,179} = 3,2\%$$

Давая  $t$  те или иные значения, находим предельную ошибку выборки. Так, с вероятностью 0,683 ( $t=1$ ) можно утверждать, что

доля ткачих с дневной выработкой 60 м и более находится в пределах  $13 \pm 3,2$ , или от 9,8 до 16,2% и т. д.

5. Подставляя в формулу предельной ошибки выборки значения предельной и средней ошибок доли, получаем:  $2 = 3,2 t$ , откуда  $t = 0,63$ . Это значение  $t$  соответствует вероятности 0,47

6. Объем выборки при исчислении доли методом случайного бесповторного отбора определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \omega(1-\omega)N}{\Delta^2 N + t^2 \omega(1-\omega)}$$

При заданной вероятности (0,954)  $t=2$ ; дисперсия выборочной доли, как определено ранее, равна 1131 и предельная ошибка выборки, по условию, составляет 6%. Тогда:

$$n = \frac{4 \times 1131 \times 1000}{36 \times 1000 + 4 \times 1131} = \frac{4524000}{40524} = 112 \text{ (ткачих).}$$

**Задача № 121.** Точность и необходимая численность выборки при механическом отборе определяются по формулам собственно-случайной повторной выборки (см. решение задачи № 107).

**Задача № 125. 1.** Средняя ошибка выборочной средней при типическом бесповторном отборе исчисляется по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где  $\sigma^2$  — средняя внутригрупповая дисперсия, равная средней взвешенной из дисперсий отдельных типических групп:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 m_i}{\sum m_i}$$

Для нахождения выборочной средней и средней внутригрупповой дисперсии составим расчетную таблицу:

Группы вкладчиков по размеру вкладов (руб.)	x	Число вкладчиков (человек)				x'	(x') <sup>2</sup>
		рабочих $m_1$	служащих $m_2$	прочих $m_3$	всего $m$		
10—310	160	300	400	300	1000	-1	1
310—610	460	80	400	120	600	0	0
610—910	760	20	200	180	400	1	1
Итого	—	400	1000	600	2000	—	—

$x'$	$(x')^2 m_i$	$x' m_i$	$(x')^2 m_i$	$x' m_i$	$(x')^2 m_i$	$x' m$
-300	300	-400	400	-300	300	-1 000
0	0	0	0	0	0	0
20	20	200	200	180	180	400
-280	320	-200	600	-120	480	-600

Определяем выборочную среднюю:

$$\bar{x} = 460 - \frac{600}{2\,000} \times 300 = 460 - 90 = 370 \text{ (руб.)}$$

Затем определяем дисперсии типических групп и среднюю внутригрупповую дисперсию:

$$\sigma_{01}^2 = 300^2 \times \left[ \frac{320}{400} - \left( \frac{280}{400} \right)^2 \right] = 300^2 \times (0,8 - 0,49) = 27\,900;$$

$$\sigma_{02}^2 = 300^2 \times \left[ \frac{600}{1\,000} - \left( \frac{200}{1\,000} \right)^2 \right] = 300^2 \times (0,6 - 0,04) = 50\,400;$$

$$\sigma_{03}^2 = 300^2 \times \left[ \frac{480}{600} - \left( \frac{120}{600} \right)^2 \right] = 300^2 \times (0,8 - 0,04) = 68\,400;$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{27\,900 \times 400 + 50\,400 \times 1\,000 + 68\,400 \times 600}{400 + 1\,000 + 600} = \frac{11\,160\,000 + 50\,400\,000 + 41\,040\,000}{2\,000} = \frac{102\,600\,000}{2\,000} = 51\,300.$$

Определяем среднюю ошибку средней:

$$\mu = \sqrt{\frac{51\,300}{2\,000}} \times \left( 1 - \frac{2\,000}{25\,000} \right) = \sqrt{25,65} \times 0,92 = \sqrt{23,598} = 4,858.$$

Следовательно, с вероятностью 0,997 ( $t=3$ ) средний вклад всех вкладчиков находится в пределах  $370 \pm 14,6$  (руб.).

2. Средняя ошибка выборочной доли при типическом бесповторном отборе определяется по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left( 1 - \frac{n}{N} \right)},$$

где  $w(1-w)$  — средняя внутригрупповая дисперсия, равная средней взвешенной из дисперсий отдельных типических групп.

Рассчитаем выборочную долю вкладчиков с размером вклада до 310 руб. (в процентах);

$$w = \frac{1\,000}{2\,000} \times 100 = 50\%.$$

Затем рассчитаем дисперсии типических групп и среднюю внутригрупповую дисперсию:

$$w_1 = \frac{300}{400} \times 100 = 75\%; \quad w_1(1-w_1) = 75 \times 25 = 1\,875;$$

$$w_2 = \frac{400}{1\,000} \times 100 = 40\%; \quad w_2(1-w_2) = 40 \times 60 = 2\,400;$$

$$w_3 = \frac{300}{600} \times 100 = 50\%; \quad w_3(1-w_3) = 50 \times 50 = 2\,500;$$

$$\bar{w}(1-\bar{w}) = \frac{1\,875 \times 400 + 2\,400 \times 1\,000 + 2\,500 \times 600}{400 + 1\,000 + 600} = \frac{750\,000 + 2\,400\,000 + 1\,500\,000}{2\,000} = \frac{4\,650\,000}{2\,000} = 2\,325.$$

Далее определим среднюю ошибку доли:

$$\mu = \sqrt{\frac{2\,325}{2\,000} \left( 1 - \frac{2\,000}{25\,000} \right)} = \sqrt{1,1625 \times 0,92} = \sqrt{1,0695} = 1,03\%.$$

С вероятностью 0,954 ( $t=2$ ) доля вкладчиков с размером вклада до 310 руб. находится в пределах  $50 \pm 2,06\%$ .

3. Объем выборки при исчислении выборочной средней методом бесповторного типического отбора определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \bar{\sigma}^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \bar{\sigma}^2}.$$

При заданной вероятности (0,954)  $t=2$ ; средняя внутригрупповая дисперсия, как определено ранее, равна 51 300, предельная ошибка выборки, по условию, составляет 10 руб. Подставляем эти значения в формулу:

$$n = \frac{4 \times 51\,300 \times 25\,000}{100 \times 25\,000 + 4 \times 51\,300} = \frac{5\,130\,000\,000}{2\,500\,000 + 205\,200} = \frac{5\,130\,000\,000}{2\,705\,200} = 1\,896 \text{ (человек)}.$$

4. Объем выборки при исчислении выборочной доли методом бесповторного типического отбора определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \bar{w}(1-\bar{w}) N}{\Delta^2 N + t^2 \bar{w}(1-\bar{w})}.$$

При заданной вероятности (0,683)  $t=1$ ; средняя внутригрупповая дисперсия доли, как определено ранее, равна 2325, а предельная ошибка выборки, по условию, составляет 1%. Подставляем эти данные в формулу:

$$n = \frac{2\,325 \times 25\,000}{25\,000 + 2\,325} = \frac{58\,125\,000}{27\,325} = 2\,127 \text{ (человек).}$$

При повторном типическом отборе получаются следующие результаты:

1) с вероятностью 0,997 ( $t=3$ ) средний вклад всех вкладчиков находится в пределах  $370 \pm 15,2$  руб.;

2) с вероятностью 0,954 ( $t=2$ ) доля вкладчиков с размером вклада до 310 руб. находится в пределах  $50 \pm 2,15\%$ ;

3) необходимая численность выборки при определении среднего вклада составляет 2052 человека;

4) необходимая численность выборки при определении доли вкладчиков с размером вклада до 310 руб. равна 2325 человек.

**Задача № 129. 1.** При типической выборке с непропорциональным отбором единиц генеральная средняя, как и при других способах отбора, равна выборочной средней плюс-минус предельная ошибка выборки. Однако формулы и выборочной средней, и ошибки выборки имеют свои особенности.

Выборочная средняя определяется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i N_i}{\sum N_i},$$

где  $\tilde{x}_i$  — среднее значение признака типической группы,  
 $N_i$  — объем типической группы.

Средняя ошибка выборки (при повторном отборе) определяется по следующим формулам:

а) при определении среднего значения признака — по формуле:

$$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2}{m_i} N_i^2};$$

б) при определении доли признака — по формуле:

$$\mu = \frac{1}{N} \sqrt{\sum \frac{w_i(1-w_i)}{m_i} N_i^2},$$

где  $N$  — объем генеральной совокупности;  
 $m_i$  — объем выборки в каждой группе;  
 $\sigma_i^2$  — дисперсия признака в группе.

Для нахождения выборочной средней и ошибки выборки составим расчетную таблицу:

Разряд $x$	Общий объем выборки $m$	в том числе типические группы		$x m_1$	$x m_2$	$x^2 m_1$	$x^2 m_2$
		1 $m_1$	II $m_2$				
1	10	10	—	10	—	10	—
2	28	23	5	46	10	92	90
3	22	14	8	42	24	126	72
4	19	2	17	8	68	32	272
5	15	1	14	5	70	25	350
6	6	—	6	—	36	—	216
Итого	100	50	50	111	208	285	930

Средний разряд I типической группы будет:  $\tilde{x}_1 = \frac{111}{50} = 2,22$ ;

II типической группы:  $\tilde{x}_2 = \frac{208}{50} = 4,16$ . Выборочный средний разряд составляет:

$$\bar{x} = \frac{2,22 \times 600 + 4,16 \times 400}{600 + 400} = \frac{1\,332 + 1\,664}{1\,000} = \frac{2\,996}{1\,000} = 3,$$

Дисперсия I типической группы равна:

$$\sigma_1^2 = \frac{285}{50} - 2,22^2 = 5,7 - 4,93 = 0,77.$$

Дисперсия II типической группы равна:

$$\sigma_2^2 = \frac{930}{50} - 4,16^2 = 18,6 - 17,31 = 1,29.$$

Средняя ошибка выборки при определении среднего значения признака составит:

$$\begin{aligned} \mu &= 0,001 \sqrt{\frac{0,77}{50} \times 600^2 + \frac{1,29}{50} \times 400^2} = \\ &= 0,001 \sqrt{\frac{277\,200}{50} + \frac{206\,400}{50}} = 0,001 \sqrt{\frac{483\,600}{50}} = \\ &= 0,001 \sqrt{9\,672} = 0,001 \times 98,3 \approx 0,1. \end{aligned}$$

Давая  $t$  те или иные значения, находим с помощью таблиц  $F_t$  предельную ошибку выборки. Так, с вероятностью 0,683 ( $t=1$ ) можно утверждать, что средний разряд рабочих цеха находится в пределах  $3 \pm 0,1$  и т. д.

2. Наиболее точные результаты даст выборка, при которой из общего числа рабочих (100 человек), подлежащих выборке, из I типической группы будет взято:

$$n_1 = \frac{100 \times 600 \times 0,77}{600 \times 0,77 + 400 \times 1,29} = \frac{52\ 620}{526,2 + 454,4} = \frac{52\ 620}{980,6} = 54 \text{ (человека)}$$

и из II типической группы — соответственно:

$$n_2 = \frac{100 \times 400 \times 1,29}{980,6} = \frac{45\ 440}{980,6} = 46 \text{ (человек).}$$

3. Доля рабочих высокой квалификации в I типической группе составляет:  $\omega_1 = \frac{1}{5} \times 100 = 2\%$ ; во II типической группе:  $\omega_2 = \frac{20}{5} \times 100 = 40\%$ . Выборочная доля рабочих высокой квалификации по цеху будет равна:

$$\omega = \frac{2 \times 600 + 40 \times 400}{600 + 400} = \frac{1\ 200 + 16\ 000}{1\ 000} = \frac{17\ 200}{1\ 000} = 17,2\%$$

Средняя ошибка выборки при определении доли составит:

$$\mu = 0,001 \sqrt{\frac{2 \times 98}{50} \times 600^2 + \frac{40 \times 60}{50} \times 400^2}$$

$$= 0,001 \sqrt{3,92 \times 600^2 + 48 \times 400^2} = 0,001 \sqrt{1\ 411\ 200 + 7\ 680\ 000}$$

$$= 0,001 \sqrt{9\ 091\ 200} = 0,001 \times 3\ 015 = 3,0\%$$

Давая  $t$  те или иные значения, находим с помощью таблиц  $\Phi_t$  предельную ошибку выборки. Так, с вероятностью 0,683 ( $t=1$ ) можно утверждать, что доля рабочих высокой квалификации в целом по цеху колеблется в пределах  $17,2 \pm 3,0\%$ , и т. д.

4. Наиболее точные результаты даст выборка, при которой из общего числа рабочих (100 человек), подлежащих выборке, из I типической группы будет взято:

$$n_1 = \frac{100 \times 600 \sqrt{2 \times 98}}{600 \sqrt{2 \times 98} + 400 \sqrt{40 \times 60}} = \frac{60\ 000 \sqrt{196}}{600 \sqrt{196} + 400 \sqrt{2\ 400}} = \frac{60\ 000 \times 14}{840\ 000} = \frac{600 \times 14 \times 400 \times 48,99}{8\ 400 + 19\ 596} = \frac{840\ 000}{27\ 996} = 30 \text{ (человек);}$$

из II типической группы — соответственно:

$$n_2 = \frac{100 \times 400 \sqrt{40 \times 60}}{27\ 996} = \frac{1\ 959\ 592}{27\ 996} = 70 \text{ (человек).}$$

**Задача № 130.** 1. Средняя ошибка серийной бесповторной выборки с разными сериями определяется по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_s^2}{s} \left[ 1 - \frac{s}{S} \right]},$$

где  $S$  — общее количество равных по численности серий;  
 $s$  — число отобранных серий;  
 $\sigma_s^2$  — дисперсия признака, характеризующая межсерийную колеблемость средних и определяемая по формуле:

$$\sigma_s^2 = \frac{\sum (\bar{x}_s - \bar{x}_s)^2}{s},$$

где  $\bar{x}_s$  — средние показатели серий;

$\bar{x}_s$  — межсерийная средняя.

Средний вес детали в 5 отобранных ящиках составляет:

$$\bar{x}_s = \frac{50 + 49 + 53 + 53 + 55}{5} = \frac{260}{5} = 52 \text{ (г).}$$

Межсерийная дисперсия равна:

$$\sigma_s^2 = \frac{(50-52)^2 + (49-52)^2 + (53-52)^2 + (53-52)^2 + (55-52)^2}{5} = \frac{4+9+1+1+9}{5} = \frac{24}{5} = 4,8.$$

Средняя ошибка выборки будет:

$$\mu = \sqrt{\frac{4,8}{5} \times 0,95} = \sqrt{0,96 \times 0,95} = 0,95.$$

Следовательно, средний вес детали в ящиках, поступивших на склад, с вероятностью 0,954 ( $t=2$ ) будет заключен в пределах:

$$\bar{x}_s = 52 \pm 1,9 \text{ (г).}$$

2. Из формулы предельной ошибки средней имеем:  $1 = 0,95t$ . Отсюда  $t = 1,05$ . Это значение  $t$  соответствует вероятности 0,7063.

3. Объем выборки при исчислении выборочной средней методом серийной выборки с равновеликими сериями определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \sigma_s^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma_s^2}.$$

При заданной вероятности (0,683)  $t=1$ . Межсерийная дисперсия, как уже известно, равна 4,8 и предельная ошибка выборки, по условию задачи, равна 0,7 г. Подставляем эти значения в формулу и получаем:

$$n = \frac{1 \times 4,8 \times 100}{0,7^2 \times 100 + 4,8} = \frac{480}{53,8} = 9 \text{ (ящиков).}$$

**Задача № 134.** 1. Вероятность отклонений выборочной средней от генеральной в малых выборках определяется при помощи интеграла Стюдента:

$$P[|t| > t_\alpha] = 2[1 - S(t_\alpha)],$$



$$t_{\Phi} = \frac{\bar{x} - \tilde{x}}{\mu_{м.в.}}$$

$$\mu_{м.в.} = \frac{\sigma_{м.в.}}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_{м.в.} = \sigma \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

Произведем необходимые расчеты:

$x$	50	45	46	51	47	43	49	51	54	46	$\Sigma x = 500$
$x^2$	3 600	2 025	2 116	2 616	2 209	2 304	2 401	2 601	2 916	2 116	$\Sigma x^2 = 25 204$

Так как  $n=10$ , то  $\tilde{x} = \frac{500}{10} = 50$  и  $\bar{x} - \tilde{x} = |5|$ .

$$\sigma_0^2 = \overline{(x)^2} - (\bar{x})^2 = \frac{25 204}{10} - (50)^2 = 2520,4 - 2 500 = 20,4;$$

$$\sigma_0 = 4,52;$$

$$\sigma_{м.в.} = \sigma \sqrt{\frac{n}{n-1}} = 4,52 \sqrt{\frac{10}{9}} = 4,52 \times 1,05 = 4,75.$$

Вычисляем среднюю ошибку малой выборки ( $\mu_{м.в.}$ ):

$$\mu_{м.в.} = \frac{\sigma_{м.в.}}{\sqrt{n}} = \frac{4,75}{\sqrt{10}} = \frac{4,75}{3,16} = 1,5.$$

Определяем нормированное отклонение малой выборки ( $t_{\Phi}$ ):

$$t_{\Phi} = \frac{\bar{x} - \tilde{x}}{\mu_{м.в.}} = \frac{5}{1,5} = 3,333.$$

Полученное выражение подставляем в интеграл-Стьюдента:

$$P[|t| > 3,33] = 2[1 - S(3,33)].$$

Табличное значение  $S$  при  $t_{\Phi} = 3,33$  и  $n=9$  (так как число единиц в выборке равно 10) равно 0,995. (См. таблицу значений  $S_t$  на стр. 81.)

Тогда

$$P[|t| > 3,33] = 2(1 - 0,995) = 2 \times 0,005 = 0,01.$$

Следовательно, вероятность отклонений генеральной средней от выборочной средней по абсолютной величине на значение, превышающее 5 минут, очень мала.

2. Предельная ошибка малой выборки определяется по формуле:

$$\Delta_{м.в.} = t_{\Phi} \cdot \mu_{м.в.}$$

Известно, что  $P=0,95$  и  $\mu_{м.в.}=1,5$ . Находим  $t_{\Phi}$ :

$$2 \cdot S(t_{\Phi}) - 1 = 0,95; \quad 2 \cdot S(t_{\Phi}) = 1,95;$$

$$S(t_{\Phi}) = 0,975.$$

По таблице находим (см. таблицу значений  $S_t$  ниже)  $t_{\Phi} = 2,3$ . Тогда

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm t_{\Phi} \cdot \mu_{м.в.}$$

$$\bar{x} = 50 \pm 2,3 \times 1,5 = 50 \pm 3,4.$$

Следовательно, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что генеральная средняя колеблется в пределах от 46,6 до 53,4 минуты. Вероятности  $\Phi_t$  для некоторых значений  $t$ :

$t$	$\Phi_t$	$t$	$\Phi_t$	$t$	$\Phi_t$	$t$	$\Phi_t$	$t$	$\Phi_t$
0,63	0,471	1,05	0,705	1,28	0,800	1,96	0,950	2,58	0,990
1,00	0,683	1,20	0,770	1,50	0,866	2,00	0,954	2,80	0,995
1,04	0,702	1,25	0,789	1,64	0,899	2,08	0,962	3,00	0,997

Некоторые значения  $S(t)$  в распределении Стьюдента при  $n=8-10$ .

$t$	0,0	0,5	1,0	2,0	2,3	3,0	3,2	3,3	4,0
$S(t)$	0,500	0,715	0,823	0,962	0,977	0,993	0,995	0,995	0,998

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗИ

**Задача № 136.** Грузооборот за год по четырем районам области характеризуется следующими данными (млн. т): район А отправил всего грузов 240, в том числе в район А—80, в район Б—60, в район В—90 и в район Г—10; район Б отправил всего грузов 250, в том числе в район А—70, в район Б—90, в район В—50 и в район Г—40; район В отправил всего грузов 310, в том числе в район А—50, в район Б—40, в район В—190 и в район Г—30; район Г отправил всего грузов 200, в том числе в район А—20, в район Б—90, в район В—40 и в район Г—50.

Для выявления внутрирайонных и межрайонных связей построите шахматную балансовую таблицу.

Определите по каждому району: 1) удельный вес вывоза в другие районы в общем объеме вывоза; 2) удельный вес ввоза из других районов в общем объеме ввоза; 3) процент использования местных ресурсов и 4) процент удовлетворения потребности собственными (местными) ресурсами.

**Задача № 137.** Грузооборот за год по пяти районам области составил (млн. т): район А отправил всего грузов 500, в том числе в район А—150, в район Б—120, в район В—100, в район Г—80 и в район Д—50;

район Б отправил всего грузов 540, в том числе в район А—70, в район Б—180, в район В—140, в район Г—110 и в район Д—40; район В отправил всего грузов 460, в том числе в район А—60, в район Б—90, в район В—130, в район Г—100 и в район Д—80; район Г отправил всего грузов 660, в том числе в район А—80, в район Б—100, в район В—140, в район Г—180 и в район Д—160; район Д отправил всего грузов 510, в том числе в район А—50, в район Б—80, в район В—90, в район Г—120 и в район Д—170.

Для выявления внутрирайонных и межрайонных связей построите шахматную балансовую таблицу.

Определите по каждому району: 1) удельный вес вывоза в другие районы в общем объеме вывоза; 2) удельный вес ввоза из других районов в общем объеме ввоза; 3) процент использования местных ресурсов и 4) процент удовлетворения потребности собственными (местными) ресурсами.

**Задача № 138.** Имеются следующие данные о топливно-энергетических ресурсах СССР в 1971 г. (млн. т условного топлива): производство (добыча) топлива—1284,9; выработка гидроэлектроэнергии—15,5; импорт—19,5; прочие поступления—36,5; остаток на начало года—114,9. Соответствующие данные для 1960 г.: 692,8; 6,3; 10,7; 32,7; 94,0. Распределены эти ресурсы в 1971 г. были следующим

образом (млн. т условного топлива): израсходовано на выработку электроэнергии и теплоэнергии—475,0; на производственно-технологические и прочие нужды (включая потери при хранении и транспортировке)—694,5; экспорт составил 180,9; остаток на конец года—120,9. Соответствующие данные для 1960 г.: 221,2; 456,8; 59,8; 98,7.

Для изучения народнохозяйственных связей составьте двойные таблицы балансового типа: 1) для 1971 г. и 2) для 1960 г.

Произведите сравнительный анализ динамики структуры топливно-энергетических ресурсов СССР и их распределения за рассматриваемый период времени.

**Задача № 139.** Промышленность страны поставила для народного хозяйства продукции на 62 000 млн. руб. (в ценах потребления), в том числе (млн. руб.): для промышленности—45 400, строительства—8900, сельского и лесного хозяйства—4200, транспорта и связи—2130, торговли, заготовок сельскохозяйственной продукции и материально-технического снабжения—1250, прочих отраслей материального производства—120.

Сельское хозяйство и лесное хозяйство поставили народному хозяйству продукции на 22 000 млн. руб. (в ценах потребления), в том числе (млн. руб.): промышленности—13 600, строительству—40, сельскому и лесному хозяйству—8320, транспорту и связи—30, прочим отраслям материального производства—10.

Транспорт и связь поставили народному хозяйству продукции на 8 000 млн. руб. (в ценах потребления), в том числе (млн. руб.): промышленности—7200, строительству—20, сельскому и лесному хозяйству—530, транспорту и связи—40, торговле, заготовкам и материально-техническому снабжению—150, прочим отраслям материального производства—60.

Торговля, заготовки и материально-техническое снабжение поставили народному хозяйству продукции на 7 000 млн. руб. (в ценах потребления), в том числе (млн. руб.): промышленности—5 050, сельскому и лесному хозяйству—1 940, прочим отраслям материального производства—10.

Прочие отрасли материального производства поставили народному хозяйству продукции на 1 000 млн. руб. (в ценах потребления), в том числе (млн. руб.): промышленности—750, строительству—240, сельскому и лесному хозяйству—10.

Для выявления межотраслевых производственных связей в народном хозяйстве страны составьте шахматную балансовую таблицу. Дайте краткую характеристику межотраслевым производственным связям в народном хозяйстве, исчислите коэффициенты прямых затрат продукции данной отрасли на один рубль продукции других отраслей.

**Задача № 140.** Работа двух автотранспортных предприятий за отчетный год характеризуется следующими данными:

Показатели	Автотранспортные предприятия	
	№ 1	№ 2
1. Среднегодовое (среднесписочное) число машин . . . . .	250	200
2. Средняя фактическая грузоподъемность одной машины — т . . . . .	2,0	2,34
3. Машинно-часы в движении — тыс. . . . .	400	360
4. Общий пробег — тыс. км . . . . .	8 000	8 100
5. в том числе с грузом — тыс. км. . . . .	4 800	5 670

Проанализируйте, в каком из автотранспортных предприятий выше интенсивность использования грузового автопарка. Для этого составьте систему средних, характеризующих зависимость среднегодовой выработки одной среднесписочной машины от факторов, под влиянием которых она формируется: 1) среднего времени нахождения в пути, 2) средней скорости, 3) доли полезного пробега (с грузом) и 4) средней фактической грузоподъемности одной машины.

**Задача № 141.** Работа двух автотранспортных предприятий за отчетный год характеризуется следующими данными:

Показатели	Автотранспортные предприятия	
	№ 1	№ 2
Среднегодовое (среднесписочное) число машин . . . . .	300	400
Машинно-часы в движении — тыс. . . . .	510	720
Общий пробег — тыс. км . . . . .	10 200	12 960
в том числе с грузом — тыс. км. . . . .	6 120	9 072
Средняя грузоподъемность одной машины по пор- ме — т . . . . .	2,5	2,5
Коэффициент использования грузоподъемности . . . . .	0,84	0,80

Для анализа интенсивности использования грузового автотранспорта составьте систему средних, характеризующих зависимость среднегодовой выработки на одну среднесписочную машину от факторов, под влиянием которых она сформировалась.

Проанализируйте, как могла бы возрасти средняя годовая выработка на одну машину по каждому предприятию, если бы на обоих предприятиях были достигнуты высшие значения показателей-факторов средней годовой выработки.

**Задача № 142.** Имеются следующие данные о работе двух промышленных предприятий одной отрасли за отчетный год:

	Промышленные предприятия	
	№ 1	№ 2
Выпуск товарной продукции — тыс. руб. . . . .	5 000	5 500
Среднесписочное число рабочих — человек . . . . .	800	860
Отработано за год рабочими человеко-дней — тыс. . . . .	180,0	189,2
Отработано за год рабочими человеко-часов — тыс. . . . .	1422,0	1475,8

Проанализируйте, на каком из двух предприятий лучше использовано рабочее время. Для этого составьте систему средних, характеризующих зависимость среднегодовой выработки на одного среднесписочного рабочего от факторов, под влиянием которых она формируется: 1) средней часовой выработки, 2) средней продолжительности рабочего дня (часов), 3) средней продолжительности рабочего года (дней).

Рассмотрите, как могла бы возрасти средняя выработка на одного среднесписочного рабочего за год по каждому предприятию, если бы на обоих предприятиях были достигнуты высшие значения показателей-факторов средней годовой выработки.

**Задача № 143.** По данным задачи № 26 составьте групповую аналитическую таблицу, характеризующую зависимость заработной платы рабочих завода (в среднем на одного рабочего) от их квалификации. Укажите вид связи (прямая или обратная).

Изобразите графически с помощью ломаной кривой в прямоугольной системе координат зависимость средней заработной платы от квалификации (разряда) рабочих.

**Задача № 144.** По данным задачи № 26 для выявления связи между квалификацией рабочих и их общим производственным стажем составьте групповую аналитическую таблицу. Укажите вид связи (прямая или обратная).

Изобразите графически эту связь с помощью ломаной кривой в прямоугольной системе координат.

**Задача № 145.** По данным задачи № 26 составьте комбинационную аналитическую таблицу для выявления связи между заработной платой рабочих и факторами, формирующими заработную плату.

Произведите выбор группировочных признаков-факторов, установив по каждому фактору число групп и размеры интервалов.

Проанализируйте, в какой мере на результативный признак оказывают воздействие совместно все признаки-факторы и каждый отдельно.

**Задача № 146.** Имеются следующие данные об основных показателях группы промышленных предприятий одной отрасли за отчетный год:

Нене- ды за- волов	Среднего- довая ста- новит производ- ственных фондов (млн. руб.)	Средне- статисти- ческое число ра- ботающих (человек)	Выпуск продукции (млн. руб.)	Номе- ра за- волов	Среднего- довая сто- имость ос- новных производ- ственных фондов (млн. руб.)	Средне- статисти- ческое число ра- ботающих (человек)	Выпуск продукции (млн. руб.)	
1	10,6	2 730	30,3	26	7,7	2 090	19,0	
2	6,0	2 100	20,0	27	4,1	2 300	19,5	
3	5,9	3 000	16,1	28	8,1	2 190	18,7	
4	9,0	2 000	19,0	29	12,4	3 300	35,7	
5	4,7	1 210	8,2	30	7,0	1 590	3,4	
6	3,5	990	7,0	31	2,0	730	9,3	
7	4,0	1 000	6,0	32	2,4	1 200	8,4	
8	4,3	950	7,2	33	2,5	980	7,2	
9	7,3	1 910	13,5	34	3,2	750	7,5	
10	1,3	600	4,2	35	4,2	850	10,5	
11	2,8	800	4,0	36	4,2	625	5,0	
12	5,8	1 240	9,6	37	3,0	512	3,7	
13	1,8	452	3,2	38	1,9	2 170	24,1	
14	2,4	630	5,8	39	8,8	1,2	505	3,8
15	3,1	1 060	7,1	40	9,1	1 800	16,9	
16	1,5	670	3,9	41	10,1	1 890	18,2	
17	6,5	1 750	10,8	42	5,2	1 660	9,0	
18	10,2	2 080	23,4	43	7,2	1 710	11,3	
19	1,4	532	2,9	44	3,3	561	4,9	
20	2,6	880	6,6	45	4,9	920	5,5	
21	1,6	422	2,7	46	2,7	501	3,4	
22	8,5	3 100	33,0	47	3,4	770	4,6	
23	2,8	978	7,1	48	3,5	2 200	17,6	
24	1,7	820	4,4	49	6,6	2 300	17,0	
25	2,9	494	2,8	50				

Для анализа влияния технической оснащенности предприятий на объем выпуска продукции и производительность труда (выработку продукции на одного работающего) составьте групповую аналитическую таблицу. Определите число групп предприятий по величине стоимости основных производственных фондов и размеры интервалов.

По каждой группе подсчитайте: количество предприятий; среднестатистическую численность работающих; объем продукции, произведенной всеми предприятиями; объем продукции, который приходится в среднем на одно предприятие; выработку продукции — в среднем на одного работающего.

Изобразите с помощью ломаных кривых в прямоугольной системе координат зависимость объема продукции предприятий и производительности труда от размеров основных производственных фондов предприятий. Проанализируйте полученный результат.

**Задача № 147.** По данным задачи № 146 для изучения влияния размера предприятий по численности работающих на объем выпуска продукции и производительность труда составьте групповую

аналитическую таблицу. Определите число групп предприятий по численности работающих и размеры интервалов.

По каждой группе подсчитайте: количество предприятий; среднестатистическую численность работающих; объем продукции, произведенной всеми предприятиями; объем продукции, который приходится в среднем на одно предприятие; выработку продукции — в среднем на одного работающего.

Изобразите с помощью ломаных кривых в прямоугольной системе координат зависимость объема продукции предприятий и производительности труда работающих от размера предприятий. Проанализируйте полученный результат.

**Задача № 148.** По данным задачи № 146 составьте комбинационную аналитическую таблицу для выявления влияния на объем выпуска продукции: а) технической оснащенности предприятий и б) размеров предприятий по численности работающих.

Установите по каждому фактору-признаку число групп и размеры интервалов. Проанализируйте полученный результат.

**Задача № 149.** По данным задачи № 146 составьте комбинационную аналитическую таблицу для выявления влияния на производительность труда работающих: а) технической оснащенности предприятий и б) размеров предприятий по численности работающих.

Установите по каждому фактору-признаку число групп и размеры интервалов. Проанализируйте полученный результат.

**Задача № 150.** Составьте макет групповой аналитической таблицы для изучения зависимости величины надоя молока от процента породистых коров в стаде.

**Задача № 151.** Составьте макет комбинационной статистической таблицы для изучения влияния на урожайность пшеницы: а) количества внесенных минеральных удобрений и б) процента гибридных семян.

**Задача № 152.** По данным задачи № 143 для характеристики связи между заработной платой рабочих и их квалификацией исчислите: 1) линейное уравнение регрессии заработной платы рабочих по квалификации и 2) коэффициент эластичности.

Определите смысл параметров уравнения регрессии.

**Задача № 153.** По данным задачи № 144 для характеристики связи между квалификацией рабочих и их общим производственным стажем исчислите: 1) линейное уравнение регрессии квалификации рабочих по общему производственному стажу и 2) коэффициент эластичности.

Проанализируйте полученный результат и определите смысл параметров уравнения регрессии.

**Задача № 154.** По данным задачи № 146 для анализа влияния технической оснащенности предприятий на объем продукции исчислите: 1) линейное уравнение регрессии объема продукции по технической оснащенности и 2) коэффициент эластичности.

Определите смысл параметров уравнения регрессии.

**Задача № 155.** По данным задачи № 146 для анализа влияния размера предприятий по численности работающих на производи-

тельность труда исчислите: 1) линейное уравнение регрессии производительности труда по численности работающих и 2) коэффициент эластичности.

Проанализируйте полученный результат и определите смысл параметров уравнения регрессии.

**Задача № 156.** По приведенным ниже данным, полученным по группе однородных предприятий, рассчитайте уравнение прямой регрессии между годовым объемом товарной продукции, который приходится в среднем на одно предприятие, и размерами предприятий по стоимости основных производственных фондов:

	Группы предприятий по размеру основных производственных фондов (млн. руб.)					Итого
	1,5—4,5	4,5—7,5	7,5—10,5	10,5—13,5	13,5—16,5	
	Годовой объем товарной продукции на одно предприятие — млн. руб.	3	7	10	15	
Число предприятий	8	6	5	4	2	25

Определите, каким должен быть годовой объем товарной продукции предприятия, у которого в планируемом году основные производственные фонды составят: а) 5 млн. руб., б) 17 млн. руб.

Изобразите графически данную корреляционную зависимость. Нанесите на один чертеж данные, приведенные в условии, а также полученные путем выравнивания с помощью уравнения регрессии.

**Задача № 157.** Для выявления использования сборных конструкций на производительность труда были собраны следующие данные по однопитным строительным организациям (СМУ) района:

	Группы предприятий по степени использования сборных конструкций (в процентах)				
	23—30	30—40	40—50	50—60	60—70
Количество подрядных организаций	3	6	8	5	3
Выработка одного работника на строительномонтажных работах — руб.	5 000	5 400	5 600	5 900	6 200

Полагая, что среднегодовая численность работников у данных строительных организаций примерно одинакова, исчислите уравнение прямой регрессии между выработкой работников и степенью использования сборных конструкций в строительстве. Объясните смысл параметров этого уравнения.

Определите выработку, которая будет приходиться в среднем на одного работника, если по строительной организации данной

группы планом предусмотрено довести степень использования сборных конструкций: а) до 33%, б) до 72%.

Изобразите графически рассматриваемую связь, нанеся на один чертеж данные, приведенные в условии, а также полученные путем выравнивания с помощью уравнения регрессии.

**Задача № 158.** В результате комбинационной группировки 100 рабочих по общему стажу работы и месячной заработной плате получена следующая корреляционная таблица:

Группы рабочих по общему стажу работы (лет)	Группы рабочих по размеру заработной платы (руб.)						Итого
	100—120	120—140	140—160	160—180	180—200	200—220	
0—5	5	6	14	7	10	2	32
5—10		3	4	7	10	4	26
10—15		1	2	6	5	4	18
15—20				4	1	6	12
20—25				1	3	1	8
25—30					1	2	4
<b>Итого</b>	5	10	20	25	20	15	100

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями исчислите: 1) уравнение прямой регрессии между заработной платой и трудовым стажем рабочих; 2) коэффициент корреляции; 3) среднюю ошибку коэффициента корреляции; 4) коэффициент детерминации и 5) коэффициент эластичности.

Проанализируйте полученный результат.

**Задача № 159.** Имеются следующие данные о распределении отработанного основными рабочими-сдельщиками времени по разрядам рабочих и работ (тыс. чел.-час.):

Разряды рабочих	Разряды работ						Итого
	1	2	3	4	5	6	
1	3	1					4
2	2	7	5	1			15
3		2	19	6	3		30
4			1	20	9	2	32
5				3	8	1	12
6						7	7
<b>Итого</b>	5	10	25	30	20	10	100

Для анализа соответствия сложности работы квалификации рабочих исчислите: 1) уравнение прямой регрессии разрядности работы по квалификации рабочих; 2) коэффициент корреляции;

3) среднюю ошибку коэффициента корреляции; 4) коэффициент детерминации и 5) коэффициент эластичности.

Объясните смысл коэффициента регрессии. Оцените тесноту связи между сложностью работы и квалификацией рабочих, а также надежность коэффициента корреляции.

**Задача № 160.** В результате социологического обследования были получены следующие данные о распределении ткачих по числу оконченных классов средней школы и размеру средней часовой выработки суровой ткани:

Число оконченных классов средней школы	Число ткачих (в процентах к итогу) со средней часовой выработкой (тыс. утичных вытей)					Итого
	10-30	30-50	50-70	70-90	90-110	
4	5	9	3			17
5	6	8	10			24
6		6	14	3		25
7			10	4		14
8			5	6	1	12
9			2	5	1	8
<b>Итого</b>	<b>11</b>	<b>23</b>	<b>44</b>	<b>18</b>	<b>4</b>	<b>100</b>

Для характеристики влияния образования на производительность труда исчислите: 1) уравнение прямой регрессии производительности труда по образованию; 2) коэффициент корреляции; 3) среднюю ошибку коэффициента корреляции; 4) коэффициент детерминации и 5) коэффициент эластичности.

Проанализируйте полученные результаты и изобразите графически исходные данные (точечная диаграмма) и найденную прямую.

**Задача № 161.** В результате выборочного изучения связи между урожайностью пшеницы и сроками ее уборки после достижения полной спелости были получены следующие данные:

Срок уборки (дней)	1	2	3	4
Урожайность (ц с 1 га)	27	23	22	20

Для оценки влияния своевременной уборки на высоту урожайности исчислите индекс корреляции при условии, что связь между результативным и факторным признаками достаточно точно выражается уравнением гиперболы:

$$y_x = a_0 + \frac{1}{x} a_1$$

**Задача № 162.** В результате изучения по группе однородных промышленных предприятий влияния текучести рабочих кадров на производительность труда были получены следующие данные:

Показатели	Номера заводов									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Процент текучести рабочих тыс. человек	10	12	14	18	20	22	25	27	28	30
Процент выполнения плана по производительности труда	1,0	1,8	2,2	2,4	1,5	1,1	1,9	2,6	3,0	2,5
	119	116	108	110	96	93	91	90	95	92

Для оценки тесноты связи между выполнением плана по производительности труда и текучестью рабочих кадров исчислите индекс корреляции, полагая, что связь между результативным и факторным признаками достаточно точно выражается уравнением гиперболы.

**Задача № 163.** Распределение 30 однотипных предприятий по годовому объему продукции и затратам на один рубль товарной продукции представлено в следующей таблице:

Группы предприятий по размеру годового объема продукции (млн. руб.)	Число предприятий, имеющих затраты на один рубль товарной продукции (коп.)				
	75-85	85-91	91-97	97-99	итого
3-7	—	—	4	6	10
7-13	1	5	8	—	14
13-27	5	1	—	—	6
<b>Итого</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>30</b>

Для оценки влияния объема производства на затраты на рубль товарной продукции исчислите индекс корреляции, полагая, что связь между результативным и факторным признаками достаточно точно выражается уравнением гиперболы.

**Задача № 164.** В результате специально организованного исследования были получены следующие данные о соотношениях среднегодовой стоимости основных производственных фондов и годового объема продукции по группе однородных промышленных предприятий:

Номера заводов	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов (млн. руб.)	Объем продукции (млн. руб.)	Номера заводов	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов (млн. руб.)	Объем продукции (млн. руб.)
1	4,0	4,0	11	8,6	13,0
2	4,2	4,5	12	9,1	14,0
3	4,8	5,0	13	9,8	16,0
4	5,0	5,7	14	10,0	17,0
5	5,9	7,0	15	11,0	18,3
6	6,3	8,0	16	11,5	20,0
7	6,6	8,5	17	12,0	23,0
8	7,0	9,5	18	12,7	24,5
9	7,4	10,0	19	13,2	26,0
10	8,1	12,0	20	13,8	30,0

Для определения соотношения между рассматриваемыми признаками найдите уравнение регрессии объема продукции по среднегодовой стоимости основных производственных фондов, если линейной регрессии служит полулогарифмическая кривая

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 \log x$$

**Задача № 165.** При изучении влияния механизации труда на величину дневной выработки на операции по формовке бетона были получены следующие данные:

Группы рабочих по величине дневной выработки (куб. м)	Число рабочих с уровнем механизации труда (в процентах)				
	20-40	40-60	60-80	80-100	итого
2-4	6	14	2		22
4-6	2	12	6		20
6-8		1	2	5	8
Итого	8	27	10	5	50

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями найдите уравнение регрессии производительности труда рабочих по уровню механизации труда, если линейной регрессии служит полулогарифмическая кривая

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 \log x$$

Указание к задачам № 164 и 165. Для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$  уравнения регрессии по способу наименьших квадратов составляется и совместно решается следующая система уравнений:

$$a_1 \sum m + a_1 \sum m \log x = \sum my;$$

$$a_1 \sum m \log x + a_1 \sum m (\log x)^2 = \sum my \log x.$$

**Задача № 166.** По 14 опытным участкам имеются следующие данные о соотношении между урожайностью пшеницы и количеством внесенных минеральных удобрений:

Номера участков	Внесено минеральных удобрений (ц на 1 га)	Урожайность (ц с 1 га)	Номера участков	Внесено минеральных удобрений (ц на 1 га)	Урожайность (ц с 1 га)
1	1	10	8	8	23
2	2	13	9	9	22
3	3	15	10	10	23
4	4	16	11	11	28
5	5	19	12	12	30
6	6	18	13	13	32
7	7	21	14	14	38

Для оценки влияния количества внесенных минеральных удобрений на урожайность пшеницы исчислите индекс корреляции при условии, что связь между результативным и факторным признаками достаточно точно выражается уравнением параболы второго порядка:

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

**Задача № 167.** Для характеристики зависимости между производительностью труда сборщиков винограда и площадью виноградников в колхозах по приводимым данным исчислите индекс корреляции, если линейной регрессии служит парабола второго порядка:

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

	Группы колхозов по общей площади виноградников (тыс. га)					
	0-0,2	0,2-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0	итого
Количество сборщиков — в процентах к итогу	5	15	40	30	10	100
Получено винограда на одного сборщика — ц	2	3	4	6	9	

Изобразите графически в прямоугольной системе координат исходные данные и найденную параболу.

**Задача № 168.** Для анализа влияния расхода кормов на удои коров исчислите по приводимым данным индекс корреляции, если линейной регрессии служит парабола второго порядка:

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

Расход концентратов на одну корову (тис. кормовых единиц)	Количество коров с годовым удоем молока (тис. кг)				
	до 3,0	3,0—4,0	4,0—5,0	5,0—6,0	итого
0,5—1,5	11	10	4		25
1,5—2,5	4	31	5		40
2,5—3,5		9	16	5	30
3,5—4,5			2	3	5
Итого	15	50	27	8	100

**Задача № 169.** По 50 гастрономическим магазинам области имеются следующие данные о размерах годового объема товарооборота и уровнях издержек обращения:

Группы магазинов по объему товарооборота (млн. руб.) x	Число магазинов с уровнем издержек обращения (в процентах) y				
	4—6	6—8	8—10	11—12	итого
0,5—1,5			2	5	7
1,5—2,5		5	5		10
2,5—3,5		8	3		13
3,5—6,5	3	11	1	2	17
6,5—13,5	2	1			3
Итого	5	25	11	9	50

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями исчислите: 1) теоретическое корреляционное отношение, если линией регрессии служит гипербола; 2) эмпирическое корреляционное отношение.

Определите теоретические значения уровней издержек обращения при объеме товарооборота: 1) 4 млн. руб. и 2) 10 млн. руб.

Исследуйте степень близости теоретического и эмпирического корреляционных отношений.

**Задача № 170.** Распределение 30 одноотрасльных предприятий по годовому объему продукции и размерам прибыли представлено в следующей таблице:

Группы предприятий по размеру годового объема продукции (млн. руб.) x	Число предприятий, имеющих прибыль с каждого рубля товарной продукции (коп.) y				
	1—3	3—9	9—15	15—25	итого
3—7	4	4	2		10
7—13		8	5	1	14
13—27		1	1	4	6
Итого	4	13	8	5	30

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями исчислите: 1) теоретическое корреляционное отношение, если линией регрессии служит парабола второго порядка; 2) эмпирическое корреляционное отношение.

Исследуйте степень близости теоретического и эмпирического корреляционных отношений.

**Задача № 171.** В результате изучения связи между общим производственным стажем и квалификацией рабочих была получена следующая корреляционная таблица:

Группы рабочих по общему производственному стажу работы (лет)	Численность рабочих (в процентах), имеющих разряды						итого
	1	2	3	4	5	6	
До 5	15	18	1	1			35
5—10	1	9	15	3	1		29
10—20		1	5	8	5		19
20 и более				4	8	5	17
Итого	16	28	21	16	14	5	100

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями исчислите: 1) теоретическое корреляционное отношение, если линией регрессии служит прямая линия; 2) эмпирическое корреляционное отношение.

Исследуйте степень близости теоретического и эмпирического корреляционных отношений.

**Задача № 172.** По данным задачи № 146 определите силу связи между технической оснащенностью промышленных предприятий и производительностью труда работающих, для чего исчислите линейный коэффициент корреляции и эмпирическое корреляционное отношение.

Исследуйте степень близости линейного коэффициента корреляции и эмпирического корреляционного отношения.

**Задача № 173.** По данным задачи № 147 определите влияние размера промышленных предприятий по численности работающих на объем выпуска продукции, для чего исчислите индекс корреляции, если линией регрессии служит парабола второго порядка, и эмпирическое корреляционное отношение.

Исследуйте степень близости индекса корреляции и эмпирического корреляционного отношения.

**Задача № 174.** По группе однородных промышленных предприятий имеются следующие данные об объеме продукции, величине основных производственных фондов и численности работающих:



Основные производственные фонды (млн. руб.)	9,0	5,4	8,0	12,9	1,0	1,4	0,5	0,6	0,9	1,2	4,0	6,0
Численность работников (тыс. человек)	2,0	2,9	2,2	4,0	0,6	0,9	0,5	0,7	0,8	0,4	2,0	3,0
Объем продукции (млн. руб.)	10,2	10	9,9	22,0	2,0	3,4	1,7	2,6	1,0	2,2	6,0	9,0

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями (при условии, что линейной регрессии между результативным и факторными признаками, а также между факторными признаками служит прямая, не проходящая через начало осей координат) необходимо:

- 1) составить уравнения регрессии: а) между объемом продукции и величиной основных производственных фондов, б) между объемом продукции и численностью работающих;
- 2) построить уравнение множественной регрессии объема продукции по величине основных производственных фондов и численности работающих;
- 3) найти показатели силы связи между каждой парой показателей;
- 4) исчислить совокупный показатель силы связи между объемом продукции, величиной основных производственных фондов и численностью работающих;
- 5) исчислить частные показатели силы связи между: а) объемом продукции и размерами основных производственных фондов — при исключении влияния численности работающих, б) объемом продукции и численностью работающих — при исключении влияния основных производственных фондов.

Проанализируйте полученные результаты. Определите смысл параметров уравнения множественной регрессии и их отличие от параметров уравнения парной регрессии.

**Задача № 175.** По группе однородных машиностроительных предприятий получены следующие данные о трудоемкости уборки помещений механических цехов, убираемой площади и весе убираемой стружки:

Площадь (м <sup>2</sup> )	Вес стружки (кг)	Трудоемкость (чел.-часов)	Площадь (м <sup>2</sup> )	Вес стружки (кг)	Трудоемкость (чел.-часов)
500	165	6,4	420	180	5,5
300	265	6,3	435	200	6,4
330	270	6,4	310	200	6,3
325	260	6,4	380	220	6,0
245	280	6,2	400	185	5,6
375	230	6,4	390	200	6,0

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями (при условии, что линейной регрессии между результативным и факторными признаками, а также между факторными признаками служит прямая, не проходящая через начало осей координат) необходимо:

- 1) составить уравнение прямой регрессии: а) трудоемкости по убираемой площади; б) трудоемкости по весу убираемой стружки;
- 2) найти линейное уравнение множественной регрессии трудоемкости по убираемой площади и весу убираемой стружки;
- 3) определить парные линейные коэффициенты корреляции между: а) трудоемкостью и убираемой площадью; б) трудоемкостью и весом убираемой стружки; в) весом убираемой стружки и убираемой площадью;
- 4) вычислить совокупный коэффициент корреляции трудоемкости по убираемой площади и весу убираемой стружки;
- 5) найти частные линейные коэффициенты корреляции, характеризующие силу связи между: а) трудоемкостью уборки помещений и убираемой площадью (при исключении влияния веса убираемой стружки), б) трудоемкостью уборки помещений и весом убираемой стружки (при исключении влияния убираемой площади).

Проанализируйте полученные результаты. Определите смысл параметров уравнения множественной регрессии и их отличие от параметров уравнения парной регрессии.

**Задача № 176.** В результате проведенного опыта были получены следующие данные о средней величине урожая пшеницы при различных сроках ее уборки после достижения полной спелости и различной степени засоренности посевов:

Срок уборки (дней)	1	5	9	1	5	9	1	5	9	1	5	9
Засоренность посевов (баллов)	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3
Урожайность (ц с 1 га)	30	25	20	29	23	17	27	20	13	24	16	8

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями необходимо:

- 1) произвести выбор формы связи для парной и множественной регрессии;
- 2) составить уравнения регрессии между: а) урожайностью пшеницы и сроками ее уборки, б) урожайностью пшеницы и засоренностью посевов;
- 3) построить уравнение множественной регрессии, характеризующее зависимость урожайности пшеницы от сроков ее уборки и засоренности посевов;
- 4) найти показатели силы связи между: а) урожайностью пшеницы и сроками ее уборки, б) урожайностью пшеницы и засорен-

ностью посевов; в) сроками уборки пшеницы и засоренностью посевов;

5) исчислить совокупный показатель регрессии урожайности пшеницы по срокам ее уборки и засоренности посевов;

6) рассчитать частные показатели регрессии, характеризующие силу связи между: а) урожайностью пшеницы и сроками ее уборки при исключении влияния засоренности посевов, б) урожайностью пшеницы и засоренностью посевов при исключении влияния сроков уборки.

Определите смысл параметров уравнения множественной регрессии и их отличие от параметров уравнения парной регрессии.

**Задача № 177.** В результате социологического обследования на одной из новостроек были получены следующие данные (человек):

Образование	Довольны своей работой	Не довольны своей работой	Итого
Высшее и законченное среднее	250	50	300
Незаконченное среднее	400	300	700
Итого	650	350	1000

Найдите коэффициент ассоциации между уровнем образования и удовлетворенностью выполняемой работой.

**Задача № 178.** В результате выборочного обследования 50 колхозов области с целью изучения влияния минеральных удобрений на урожайность кукурузы были получены следующие данные:

Степень удобрения	Число колхозов с урожайностью		
	высокой	низкой	итого
Хорошая	23	7	30
Плохая	2	18	20
Итого	25	25	50

Найдите коэффициент ассоциации.

**Задача № 179.** По данным переписей населения СССР за 1926, 1939, 1959 и 1970 гг. распределение населения по одной из областей по полу и грамотности было следующим (в процентах к итогу):

Год проведения переписи	Мужчины	Женщины	Итого
<b>1926</b>			
Грамотные	32	23	55
Неграмотные	15	30	45
Итого	47	53	100
<b>1939</b>			
Грамотные	44	43	87
Неграмотные	4	9	13
Итого	48	52	100
<b>1959</b>			
Грамотные	44	53	97
Неграмотные	1	2	3
Итого	45	55	100
<b>1970</b>			
Грамотные	46	54	100
Неграмотные	0	0	0
Итого	46	54	100

Найдите коэффициенты ассоциации отдельно за 1926, 1939, 1959 и 1970 гг. Проанализируйте процесс культурного роста населения области за рассматриваемый период.

**Задача № 180.** В результате выборочного изучения влияния количества внесенного минерального удобрения на размер урожайности сахарной свеклы были получены следующие данные:

Урожайность	Количество участков со степенью удобрения			
	слабой	средней	хорошей	итого
Низкая	8	11	1	20
Средняя	13	41	6	60
Высокая	1	7	12	20
Итого	22	59	19	100

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями найдите коэффициент взаимной сопряженности.

**Задача № 181.** Для изучения влияния зависимости между расходом воды и ее уровнем в реке было проведено 100 ежедневных наблюдений, которые дали следующий результат:

Уровень реки	Количество наблюдений при расходе воды			
	малом	среднем	большом	итого
Низкий . . . . .	55	5	—	60
Средний . . . . .	25	3	2	30
Высокий . . . . .	—	2	8	10
<b>Итого . . . . .</b>	<b>80</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>100</b>

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями найдите коэффициент взаимной сопряженности.

**Задача № 182.** В результате выборочного исследования связи между урожайностью пшеницы и сроками уборки урожая после наступления полной спелости зерна были получены следующие данные:

Срок уборки	Всего Участков	в том числе из них получен урожай		
		высокий	средний	низкий
Своевременно . . . . .	45	30	13	2
С небольшим опозданием . . . . .	35	10	18	7
С сильным опозданием . . . . .	20	—	5	15
<b>Итого . . . . .</b>	<b>100</b>	<b>40</b>	<b>36</b>	<b>24</b>

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями исчислите коэффициент взаимной сопряженности.

**Задача № 183.** Для участия в первенстве факультета по шахматам была укомплектована команда из студентов I-го курса в составе 10 человек. Порядок распределения досок между игроками соответствовал силе их игры в шахматы, а в успеваемости по высшей математике (в оценке кафедры) места между членами команды разделились следующим образом:

Доски	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Успеваемость по высшей математике	3	2	1	7	9	4	10	5	8	6

Для оценки тесноты связи между силой игры в шахматы и успеваемостью по высшей математике исчислите коэффициент корреляции рангов.

**Задача № 184.** В аспирантуру по специальности «Статистика» на 4 места было подано 10 заявлений. По результатам вступительных экзаменов по политической экономии и статистике поступившие распределились так:

Номера в порядке очередности сдачи экзаменов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Места, определенные в результате сдачи экзамена:										
по политической экономии . . . . .	3	4	6	7	10	8	2	1	5	9
по статистике . . . . .	2	3	5	10	9	6	1	4	7	8

Для оценки тесноты связи между знаниями по политической экономии и знаниями по статистике у поступивших в аспирантуру исчислите коэффициент корреляции рангов.

**Задача № 185.** По группе однородных строительных организаций имеются данные о соответствии между расходами по эксплуатации строительных машин и основной заработной платой (тыс. руб.):

Строительные организации	Расходы по эксплуатации машин	Основная заработная плата	Строительные организации	Расходы по эксплуатации машин	Основная заработная плата
1	627	1682	6	411	1420
2	337	1145	7	228	1070
3	452	1042	8	352	1313
4	450	1405	9	267	903
5	275	1130	10	401	938

Охарактеризуйте связь между рассматриваемыми показателями с помощью коэффициента Фехнера.

**Задача № 186.** По группе однородных торговых предприятий получены следующие данные о соотношении между издержками обращения и величиной товарооборота (тыс. руб.):

Объем товарооборота	370	485	410	525	450	570	615	625	545	650
Издержки обращения	25	31	26	34	28	35	27	38	29	37

Охарактеризуйте связь между рассматриваемыми показателями с помощью коэффициента Фехнера.

**Задача № 187.** По данным задачи № 175 охарактеризуйте связь между размером убираемой площади помещений и трудоемкостью уборки при помощи коэффициентов корреляции рангов и Фехнера.

Сравните полученные результаты с линейным и частным линейным коэффициентами корреляции, полученными при решении задачи № 175.

**Задача № 188.** По данным задачи № 175 охарактеризуйте связь между весом убираемой стружки и трудоемкостью уборки при помощи коэффициентов корреляции рангов и Фехнера.

Сравните полученные результаты с линейным и частным линейным коэффициентами корреляции, полученными при решении задачи № 175.

**Задача № 189.** По данным задачи № 174 охарактеризуйте связь между основными производственными фондами и объемом продукции при помощи коэффициентов корреляции рангов и Фехнера.

Сравните полученные результаты с линейным и частным линейным коэффициентами корреляции, полученными при решении задачи № 174.

**Задача № 190.** По данным задачи № 174 охарактеризуйте связь между численностью работающих и объемом продукции при помощи коэффициентов корреляции рангов и Фехнера.

Сравните полученные результаты с линейным и частным линейным коэффициентами корреляции, полученными при решении задачи № 174.

#### Задача № 136.

#### Решения типовых задач

Районы вывоза	Районы ввоза				
	А	Б	В	Г	Всего
А	80	60	90	10	240
Б	70	90	50	40	250
В	50	40	190	30	310
Г	20	90	40	50	200
Итого	220	280	370	130	1000

1. Удельные веса вывоза в другие районы в общем объеме вывоза определяем по формуле:

$$K_{\text{вывоза}} = \frac{\text{объем вывоза в другие районы}}{\text{общий объем вывоза}} \cdot 100.$$

Значит,  $K_{\text{вывоза}}$  составит:

$$\text{по району А: } \frac{60+90+10}{240} \times 100 = \frac{160}{240} \times 100 = 66,7\% ;$$

$$\text{по району Б: } \frac{70+50+40}{250} \times 100 = \frac{160}{250} \times 100 = 64\% ;$$

$$\text{по району В: } \frac{50+40+30}{310} \times 100 = \frac{120}{310} \times 100 = 38,7\% ;$$

$$\text{по району Г: } \frac{20+90+40}{200} \times 100 = \frac{150}{200} \times 100 = 75\% .$$

2. Удельные веса ввоза из других районов в общем объеме ввоза находим по формуле:

$$K_{\text{ввоза}} = \frac{\text{объем ввоза из других районов}}{\text{общий объем ввоза}} \cdot 100.$$

Значит,  $K_{\text{ввоза}}$  составит:

$$\text{по району А: } \frac{70+50+20}{220} \times 100 = \frac{140}{220} \times 100 = 63,6\% ;$$

$$\text{по району Б: } \frac{60+40+90}{280} \times 100 = \frac{190}{280} \times 100 = 67,9\% ;$$

$$\text{по району В: } \frac{90+50+40}{370} \times 100 = \frac{180}{370} \times 100 = 48,7\% ;$$

$$\text{по району Г: } \frac{10+40+30}{130} \times 100 = \frac{80}{130} \times 100 = 61,5\% .$$

3. Процент использования местных ресурсов рассчитываем по формуле:

$$\frac{\text{внутрирайонные поставки}}{\text{общий объем вывоза}} \cdot 100 = 100\% - K_{\text{вывоза}} .$$

В результате расчета получим: по району А:  $100\% - 66,7\% = 33,3\%$ ; по району Б:  $100\% - 64\% = 36\%$ ; по району В:  $100\% - 38,7\% = 61,3\%$  и по району Г:  $100\% - 75\% = 25\%$ .

4. Процент удовлетворения потребности собственными (местными) ресурсами находим по формуле:

$$\frac{\text{внутрирайонные поставки}}{\text{общий объем ввоза}} \cdot 100 = 100\% - K_{\text{ввоза}} .$$

В результате расчета получим: по району А:  $100\% - 63,6\% = 36,4\%$ ; по району Б:  $100\% - 67,9\% = 32,1\%$ ; по району В:  $100\% - 48,7\% = 51,3\%$  и по району Г:  $100\% - 61,5\% = 38,5\%$ .

**Задача № 140.** Используя приведенные в условии задачи данные, составим следующую таблицу:

	Автотранспортные предприятия	
	№ 1	№ 2
На одну среднесписочную машину:		
среднее время нахождения в пути — часов (стр. 3: стр. 1)	1 600	1 800
средняя скорость — км/час (стр. 4: стр. 3)	20	22,5
доля полезного пробега с грузом (стр. 5: стр. 4)	0,6	0,7

Средняя годовая выработка одной среднесписочной машины: предприятие № 1:  $1\ 600 \times 20 \times 0,6 \times 2,0 = 38\ 400$  (ткм),

предприятие № 2:  $1\ 800 \times 22,5 \times 0,7 \times 2,34 = 67\ 473$  (ткм).

Средняя годовая выработка на одну среднесписочную машину на предприятии № 2 выше, чем на предприятии № 1 на 29 073 ткм ( $67\ 473 - 38\ 400$ ), или на 75,7% ( $\frac{67\ 473}{38\ 400} - 100 = 75,7$ ). Объясняется

это более интенсивным использованием машинного парка. Как видно из расчетной таблицы, все показатели-факторы, формирующие среднюю годовую выработку автомашин, на предприятии № 2 выше, чем на предприятии № 1.

**Задача № 143.** Произведем группировку рабочих по разрядам. Результат группировки представлен в групповой аналитической таблице зависимости заработной платы от квалификации рабочих:

Разряды	Число рабочих	Месячная заработная плата (руб.)	
		всей группы	в среднем на одного рабочего
1	16	1 833	114,6
2	28	3 554	126,9
3	21	2 890	137,6
4	16	2 381	148,8
5	14	2 446	174,7
6	5	896	179,2
Итого	100	14 000	140,0

Таблица показывает прямую зависимость между квалификацией и средней заработной платой: чем выше квалификация, тем выше и средняя заработная плата. При возрастании квалификации рабочих на пять разрядов средняя месячная заработная плата возрастает на 64,6 руб. ( $179,2 - 114,6$ ). Следовательно, в среднем увеличение квалификации на один разряд вызывает прирост средней заработной платы на 12,9 руб. ( $64,6 : 5$ ).

Для графического изображения этой зависимости откладываем в прямоугольной системе координат по оси абсцисс значения группировочного признака-фактора (разряды), а по оси ординат — средние значения зависимого признака (заработную плату). Вершины ординат (сами ординаты на графике можно не показывать соединяются отрезками прямых линий, образуя ломаную кривую (см. рис. 5).

Если значения группировочного признака-фактора выражены не дискретно, а в виде интервалов, то значения зависимого признака наносятся на ординатах, проходящих через середину интервалов.

**Задача № 145.** Возраст рабочих, их общий производственный стаж, стаж непрерывной работы на данном предприятии и квалификация могут рассматриваться как признаки-факторы, формиру-

ющие уровень заработной платы рабочих. Наряду с рассмотрением влияния каждого из перечисленных факторов на уровень заработной платы, большое значение имеет определение комплексного, взаимосвязанного влияния нескольких факторов.

В зависимости от целей и задач исследования происходит выбор признаков-факторов, определение числа групп и размеров интервалов. Рассмотрим влияние на уровень заработной платы рабочих следующих факторов: общий производственный стаж и квалификация.

Образом по квалификации шесть групп рабочих по числу разрядов, а по общему стажу работы — четыре группы: до 5 лет, от 5 до 10 лет, от 10 до 20 лет, свыше 20 лет. Возможен и иной подход, образование иного числа групп в иных границах интервалов, что определяется конкретными задачами группировки.

Путем комбинационной группировки составляем вспомогательную таблицу для подсчета по каждой группе и подгруппе числа рабочих и сумм заработной платы:

Общий производственный стаж (лет)	Разряды						Итого
	1	2	3	4	5	6	
До 5	15 1 723	18 2 304	1 142	1 152			35 4 321
5—10	1 110	9 1 119	15 2 061	3 456	1 148		29 3 894
10—20		1 131	5 687	8 1 185	5 924		19 2 927
20 и более				4 588	8 1 374	5 896	17 2 858
Всего	16 1 833	28 3 554	21 2 890	16 2 381	14 2 446	5 896	100 14 000

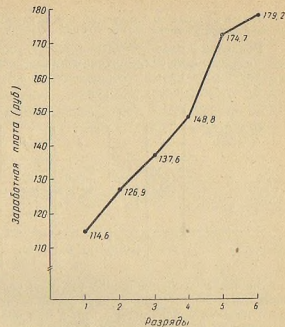


Рис. 5. Зависимость заработной платы от квалификации рабочих (ломаная прогрессия).

Подставив найденные значения сумм в систему нормальных уравнений, получим:

$$100 a_0 + 299 a_1 = 14\,000;$$

$$299 a_0 + 1\,103 a_1 = 44\,737.$$

В результате совместного решения данной системы уравнений определяем параметры:  $a_0 = 98,84$  и  $a_1 = 13,77$ , после чего искомое уравнение примет следующий вид:  $y_x = 98,84 + 13,77 x$ .

Подставляя в найденное уравнение соответствующие значения  $x$  (разряды), находим теоретические значения результирующего признака  $y_x$  (заработная плата):

$$\bar{y}_{x_1} = 98,84 + 13,77 = 112,61 \text{ (руб);}$$

$$\bar{y}_{x_2} = 98,84 + 27,54 = 126,38 \text{ (руб)}$$

и т. д.

Из уравнения регрессии следует: с повышением квалификации рабочих на один разряд месячная заработная плата возрастает в среднем на 13 р. 77 к. Именно коэффициент  $a_1$  выступает как коэффициент регрессии и характеризует тесноту связи между факторным и результирующим признаками, а параметр  $a_0$  как свободный член уравнения имеет только расчетное значение.

2. Коэффициент эластичности определяется по формуле:

$$\varepsilon = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

где  $a_1$  — коэффициент регрессии;

$\bar{x}$  — среднее значение факторного признака;

$\bar{y}$  — среднее значение результирующего признака.

Для данной задачи  $a_1 = 13,77$ ;  $\bar{x} = 299 : 100 = 2,99$  и  $\bar{y} = 14000 : 100 = 140$ . Подставим эти значения в формулу и получим:

$$\varepsilon = 13,77 \times \frac{2,99}{140} = 0,29.$$

Это означает, что при увеличении квалификации рабочих на 1% месячная заработная плата возрастает в среднем на 0,29%.

**Задача № 158.** 1. Обозначим общий производственный стаж рабочих через  $x$ , а их месячную заработную плату — через  $y$ . Тогда уравнение прямой регрессии между заработной платой и стажем рабочих будет:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x.$$

Для нахождения параметров этого уравнения необходимо решить следующую систему нормальных уравнений:

$$a_0 \sum m + a_1 \sum mx = \sum my;$$

$$a_0 \sum mx + a_1 \sum mx^2 = \sum mxy.$$

**Примечание.** В верхнем левом углу каждой клеточки таблицы показано число рабочих, в нижнем правом — сумма заработной платы.

Разделив по каждой группе и подгруппе сумму заработной платы на число рабочих, получаем размер средней заработной платы, приходящейся на одного рабочего. Искомая аналитическая таблица будет иметь следующий вид:

Общий производственный стаж (лет)	Заработная плата по разрядам (руб.)						В среднем
	1	2	3	4	5	6	
До 5	114,9	128,0	142,0	152,0			123,5
5—10	110,0	124,3	137,4	152,0	148,0		134,3
10—20		131,0	137,4	148,1	184,8		154,0
20 и более				147,0	171,8	179,2	168,1
В среднем	114,6	126,9	137,6	148,8	174,7	179,2	140,0

Значение комбинационной таблицы состоит в том, что она позволяет проследить зависимость результирующего показателя от каждого из двух признаков-факторов, при более или менее полном устранении влияния другого фактора. Так, нижняя строка показывает зависимость заработной платы от квалификации — при элиминировании влияния общего производственного стажа, а последняя графа — зависимость заработной платы от общего производственного стажа — при элиминировании влияния квалификации.

**Задача № 152.** 1. Обозначив месячную заработную плату через  $y$ , а разряды рабочих через  $x$ , получаем следующее линейное уравнение регрессии заработной платы рабочих по квалификации:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x.$$

Для нахождения неизвестных параметров  $a_0$  и  $a_1$  составляем по способу наименьших квадратов систему нормальных уравнений:

$$a_0 \sum m + a_1 \sum mx = \sum my;$$

$$a_0 \sum mx + a_1 \sum mx^2 = \sum mxy.$$

Для выполнения вычислений составляем расчетную таблицу:

$x$	$m$	$\bar{y}_x$	$mx$	$m\bar{y}_x$	$mx^2$	$mxy$	$\bar{y}_x$
1	16	114,6	16	1833	16	1833,6	112,61
2	28	126,9	56	3554	112	7106,4	126,38
3	21	137,6	63	2890	189	8668,8	140,15
4	16	148,8	64	2381	256	9523,2	153,92
5	14	174,7	70	2446	350	12229,0	167,69
6	5	179,2	30	896	180	5376,0	181,46
Итого	100	—	299	14000	1103	44737,0	—

Для выполнения вычислений составим расчетную таблицу:

$y \backslash x$	110	130	150	170	190	210	230	Итого	
2,5	275 1 375 5	325 1 950 6	375 5 250 14	425 2 975 7					11 550 32
7,5		975 2 925 3	1 125 4 500 4	1 275 8 925 7	1 425 14 250 10	1 575 3 150 2			33 750 26
12,5		1 625 1	1 875 3 750 2	2 125 12 750 6	2 375 11 875 5	2 625 10 500 4			40 500 18
17,5			2 975 11 900 4	3 325 1	3 675 22 050 6	4 025 1			41 300 12
22,5			3 825 1	4 275 12 825 3	4 725 1	5 175 15 525 3			36 900 8
27,5				5 225 1	5 775 11 550 2	6 325 1			23 100 4
Итого	1 375 5	6 500 10	13 500 20	40 375 25	47 500 20	51 975 15	25 875 5	187 100	100

Примечание. В левом верхнем углу каждой клеточки таблицы показано произведение  $x \cdot y$ , а в нижнем правом углу  $m$  — частота такого сочетания, в середине — произведение  $x \cdot y$  на частоту  $m$  (при значениях частоты, равном единице, произведение  $x \cdot y = m \cdot x \cdot y$ , и поэтому произведение  $m \cdot x \cdot y$  не показывается).

Из этой таблицы определяется величина  $\Sigma mxy$ , равная 187100. Для получения остальных величин, входящих в систему нормальных уравнений, составим расчетные таблицы, введя в них одновременно и величины, необходимые для расчета коэффициента корреляции. Произведем расчет вспомогательных величин по факторному признаку.

$x$	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	Итого
$m_x$	32	26	18	12	8	4	100
$m_x \cdot x$	80	195	225	210	180	110	1 000
$m_x \cdot x^2$	200	1 462,5	2 812,5	3 675	4 050	3 025	15 225

Затем рассчитаем вспомогательные величины по результативному признаку:

$y$	110	130	150	170	190	210	230	Итого
$m_y$	5	10	20	25	20	15	5	100
$m_y \cdot y$	550	1 310	3 000	4 250	3 800	3 150	1 150	17 200
$m_y \cdot y^2$	60 500	169 000	450 000	722 500	722 000	661 500	264 500	3 050 000

Подставим найденные значения в систему нормальных уравнений и получим:

$$100 a_0 + 1 000 a_1 = 17 200;$$

$$1 000 a_0 + 15 225 a_1 = 187 100.$$

В результате совместного решения уравнений находим:  $a_0 = 143,1$  и  $a_1 = 2,89$ . Искомое уравнение прямой регрессии примет вид:

$$\bar{y}_x = 143,1 + 2,89x.$$

Это уравнение показывает, что между общим производственным стажем и заработной платой рабочих имеется прямая связь: с увеличением стажа на один год размер месячной заработной платы возрастает в среднем на 2 р. 89 к. ( $a_1$ ).

2. Коэффициент корреляции исчисляется по формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\Sigma mxy}{\Sigma m} - \frac{\Sigma mx}{X} \cdot \frac{\Sigma my}{\Sigma m} = \bar{y}_x - \bar{y} \cdot \bar{x}.$$

Для нахождения значения знаменателя в формуле коэффициента корреляции исчислим среднее квадратическое отклонение величин факторного признака по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \text{ где } \overline{x^2} = \frac{\Sigma mx^2}{\Sigma m},$$

а результативного — соответственно по формуле:

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}, \text{ где } \overline{y^2} = \frac{\Sigma my^2}{\Sigma m}.$$

Подставим найденные величины в формулу коэффициента корреляции и получим:

$$r = \frac{\frac{187 100}{100} - \frac{1 000}{100} \times \frac{17 200}{100}}{\sqrt{\left[ \frac{15 225}{100} - \left( \frac{1 000}{100} \right)^2 \right] \times \left[ \frac{3 050 000}{100} - \left( \frac{17 200}{100} \right)^2 \right]}}$$

$$= \frac{1871 - 10 \times 172}{\sqrt{(152,25 - 100) \times (30500 - 29594)}} = \frac{1871 - 1720}{\sqrt{52,25 \times 916}} = \frac{151}{\sqrt{47861}} = \frac{151}{218,7} = 0,69$$

Полученное значение коэффициента корреляции указывает на наличие достаточно тесной линейной связи между общим производственным стажем и заработной платой рабочих.

Если имеются равные интервалы отдельно по факторному и по результативному признакам, как, например, в данной задаче, нахождение коэффициента корреляции целесообразно производить с помощью так называемой рабочей формулы:

$$r = \frac{\sum m_{xy} \sum m_x x' y' - \sum m_x x' \sum m_y y'}{\sqrt{[\sum m_{xy} \sum m_x (x')^2 - (\sum m_x x')^2] [\sum m_{xy} \sum m_y (y')^2 - (\sum m_y y')^2]}}$$

где  $x' = \frac{x - x_0}{h_x}$  и  $y' = \frac{y - y_0}{h_y}$  — условные варианты признаков при равных интервалах;

$m_x$ ,  $m_y$  и  $m_{xy}$  — частоты групп и подгрупп по  $x$  и  $y$ .

Так, для рассматриваемой задачи:  $x_0 = 12,5$ ,  $h_x = 5$ ,  $y_0 = 170$  и  $h_y = 20$ . Тогда корреляционная решетка будет иметь следующий вид:

$x \backslash y$	7	9	11	0	+1	+2	+3	$m_x$	$m_x x'$	$m_x (x')^2$	$m_{xy} x' y'$
-2	6 30 5	4 24 6	2 28 14	7				32	-64	128	82
-1		2 6 3	1 4	7	-1 10	-2 -4 2		26	-26	26	-4
0			1 2	6	5	4		18	0	0	0
+1				4	1 12 6	2 3		12	12	12	16
+2					2 6 3	4 18 3	6	8	16	32	28
+3					3 12 2	6 9	9	4	12	36	24
$m_y$	5	10	20	25	20	15	5	100	-50	234	146
$m_y y'$	-15	-20	-20	0	20	30	15	10			
$m_y (y')^2$	45	40	20	0	20	60	45	230			

Искомый коэффициент корреляции составит:

$$r = \frac{100 \times 146 - (-50) \times 10}{\sqrt{[100 \times 234 - (-50)^2] \times [100 \times 230 - 10^2]}} = \frac{15100}{\sqrt{(23400 - 2500) \times (23000 - 100)}} = \frac{15100}{\sqrt{20900 \times 22900}} = \frac{15100}{\sqrt{478610000}} = \frac{15100}{21870} = 0,69.$$

3. Средняя ошибка коэффициента корреляции определяется по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$$

где  $r$  — коэффициент корреляции;

$n$  — объем совокупности.

Подставим в эту формулу полученные данные:

$$\sigma_r = \frac{1 - 0,69^2}{\sqrt{100}} = \frac{1 - 0,48}{10} = \frac{0,52}{10} = 0,052.$$

Отношение коэффициента корреляции к его погрешности равно 13 (0,69 / 0,052), следовательно, можно считать, что полученный коэффициент корреляции достаточно точно выражает степень связи рассматриваемых показателей.

Коэффициент корреляции, уменьшенный на трехкратную величину погрешности, дает гарантийный минимум, а увеличенный на трехкратную величину погрешности — соответственно гарантийный максимум. Так, в данной задаче гарантийный минимум составляет 0,534 (0,69 - 3 × 0,052), а гарантийный максимум равен 0,846 (0,69 + 3 × 0,052). Это означает, что для рассматриваемого примера можно ожидать, что не меньше 28,5% (0,534 × 0,534 × 100) вариаций месячной заработной платы рабочих вызвано вариацией величины общего производственного стажа.

4. Коэффициент детерминации рассчитывается по формуле:

$$d = r^2 = 0,476.$$

5. Коэффициент эластичности равен:

$$\varepsilon = 2,89 \times \frac{10}{172} = \frac{28,9}{172} = 0,17.$$

Задача № 161. Обозначив сроки уборки (дней) через  $x$ , а урожайность ( $t$  с 1 га) через  $y$ , получаем следующее уравнение регрессии (если линией регрессии служит гиперболой):

$$y_x = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{x}$$



Для нахождения неизвестных параметров  $a_0$  и  $a_1$  составляем по способу наименьших квадратов систему двух нормальных уравнений с двумя неизвестными:

$$na_0 + a_1 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y;$$

$$a_0 \Sigma \frac{1}{x} + a_1 \Sigma \frac{1}{x^2} = \Sigma \frac{y}{x}.$$

Для отыскания входящих в состав этих уравнений величин, а также величин, входящих в формулу индекса корреляции, составляем вспомогательную таблицу:

x	1	2	3		Итого
$\frac{y}{x}$	27	23	22	20	92
$\frac{1}{x}$	1,00	0,50	0,33	0,25	2,08
$(\frac{1}{x})^2$	1,0000	0,2500	0,1089	0,0625	1,4214
$\frac{y}{x}$	27,00	11,50	7,33	5,00	50,83
$\tilde{y}_x$	27,2	22,8	21,3	20,6	91,9
$y - \tilde{y}_x$	4	0	-1	-3	0
$(y - \tilde{y}_x)^2$	16	0	1	9	26
$y - \tilde{y}_x$	-0,2	0,2	0,7	-0,6	—
$(y - \tilde{y}_x)^2$	0,04	0,04	0,49	0,36	0,93

На основании данных таблицы записываем:

$$4a_0 + 2,08a_1 = 92;$$

$$2,08a_0 + 1,4214a_1 = 50,83.$$

В результате совместного решения этих уравнений получаем:  $a_0 = 18,4$  и  $a_1 = 8,8$ . Откуда искомое уравнение принимает вид:

$$\tilde{y}_x = 18,4 + 8,8 \frac{1}{x}.$$

Из этого уравнения следует, что растягивание сроков уборки приводит к снижению урожайности.

Индекс корреляции определяется по формуле:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{y(x)}^2}{\sigma_y^2}},$$

где  $\sigma_{y(x)}^2$  — остаточная дисперсия, мера колеблемости эмпирических значений  $y$  около соответствующих точек теоретической линии связи, равная:

$$\sigma_{y(x)}^2 = \frac{\Sigma (y - \tilde{y}_x)^2}{n};$$

$\sigma_y^2$  — общая дисперсия, мера колеблемости эмпирических значений  $y$  около средней арифметической этих значений, равная:

$$\sigma_y^2 = \frac{\Sigma (y - \bar{y})^2}{n}.$$

Для рассматриваемой задачи  $\sigma_{y(x)}^2 = 0,235$ , а  $\sigma_y^2 = 6,5$ .

$$\text{Следовательно, } R = \sqrt{1 - \frac{0,235}{6,5}} = \sqrt{0,965} = 0,98.$$

Найденное значение индекса корреляции указывает на наличие очень тесной связи между урожайностью и сроками уборки.

**Задача № 166.** Уравнение параболы второго порядка  $\tilde{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$  содержит три параметра:  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ . Для нахождения этих параметров по способу наименьших квадратов составляется следующая система нормальных уравнений:

$$na_0 + a_1 \Sigma x + a_2 \Sigma x^2 = \Sigma y;$$

$$a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 + a_2 \Sigma x^3 = \Sigma xy;$$

$$a_0 \Sigma x^2 + a_1 \Sigma x^3 + a_2 \Sigma x^4 = \Sigma x^2 y.$$

Для нахождения параметров уравнений, а также величин, входящих в формулу индекса корреляции, составляется вспомогательная таблица:

x	y	x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	xy	x <sup>4</sup>	x <sup>2</sup> y	$\tilde{y}_x$	$y - \tilde{y}_x$	$(y - \tilde{y}_x)^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	
1	10	1	1	10	1	10	13,2	-3,2	10,24	-12	144	
2	13	4	8	26	16	52	13,6	-0,6	0,36	-9	81	
3	15	9	27	45	81	135	14,3	0,7	0,49	-7	49	
4	16	16	64	64	256	256	15,2	0,8	0,64	-6	36	
5	19	25	125	95	625	475	16,3	2,7	7,29	-3	9	
6	18	36	216	108	1296	648	17,6	0,4	0,16	-4	16	
7	21	49	343	147	2401	1029	19,2	1,8	3,24	-1	1	
8	23	64	512	184	4096	1472	21,1	1,9	3,61	1	1	
9	22	81	729	198	6561	1782	23,1	-1,1	1,21	0	0	
10	23	100	1000	230	10000	2300	25,4	-2,4	5,76	1	1	
11	28	121	1331	308	14641	3388	27,9	0,1	0,01	6	36	
12	30	144	1728	360	20736	4320	30,7	-0,7	0,49	8	64	
13	32	169	2197	416	28561	5408	33,7	-1,7	2,89	10	100	
14	38	196	2744	532	38416	7448	36,9	1,1	1,21	16	256	
Итого	105	308	1015	11025	2723	127687	28723	308,2	—	37,60	—	794

Подставив найденные значения в систему нормальных уравнений получим:

$$14a_0 + 105a_1 + 1015a_2 = 308;$$

$$105a_0 + 1015a_1 + 11025a_2 = 2723;$$

$$1015a_0 + 11025a_1 + 127687a_2 = 28723.$$

В результате совместного решения этих уравнений определяют параметры:  $a_0=13,05$ ,  $a_1=0,065$  и  $a_2=0,117$ , после чего искомое уравнение регрессии  $y$  по  $x$  принимает вид:

$$\tilde{y}_x = 13,05 + 0,065x + 0,177x^2.$$

Подставляя значения  $x$ , равные 1, 2 и т. д., получаем теоретические значения точек параболы: 13,2; 13,6 и т. д.

Для нахождения индекса корреляции определяем остаточную дисперсию:  $\sigma^2_{\tilde{y}(x)} = 37,60 : 14 = 2,69$  и общую дисперсию результативного признака:  $\sigma^2_y = 794 : 14 = 56,72$ . Тогда

$$R = \sqrt{1 - \frac{2,69}{56,72}} = \sqrt{1 - 0,0474} = \sqrt{0,9526} = 0,976.$$

**Задача № 169.** 1. Теоретическое корреляционное отношение определяется по формуле:

$$\eta_T = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y_{\text{т.т.}}}}{\sigma^2_y}};$$

где  $\sigma^2_{\tilde{y}_x}$  — дисперсия, вычисленная для теоретических значений результативного признака по формуле:

$$\sigma^2_{\tilde{y}_x} = \frac{\sum m(y_{\text{т.т.}} - \bar{y})^2}{\sum m};$$

$\sigma^2_y$  — дисперсия, вычисленная для эмпирических значений результативного признака по формуле:

$$\sigma^2_y = \frac{\sum m(y - \bar{y})^2}{\sum m}.$$

Для рассматриваемой задачи  $\sigma^2_{\tilde{y}(x)} = 3,1137$  и  $\sigma^2_y = 3,2384$ , откуда:

$$\eta_T = \sqrt{\frac{3,1137}{3,2384}} = \sqrt{0,96} = 0,98.$$

2. Эмпирическое корреляционное отношение определяется по формуле:

$$\eta_{\text{э}} = \sqrt{\frac{\bar{\delta}^2_{\text{э}}}{\sigma^2_y}};$$

где  $\bar{\delta}^2_{\text{э}}$  — средний квадрат отклонений эмпирической линии регрессии от линии общей средней, равный:

$$\bar{\delta}^2_{\text{э}} = \frac{\sum m(\bar{y}_i - \bar{y})^2}{\sum m}.$$

где  $\bar{y}_i$  — точки эмпирической линии регрессии  $y$  по  $x$  (групповые средние).

Для нахождения элементов, входящих в формулу эмпирического корреляционного отношения, составим вспомогательную таблицу:

$x \backslash y$	5	7	9	11	$m_x$	$m_x y$	$\bar{y}_x$	$\bar{y}_x - \bar{y}$	$(\bar{y}_x - \bar{y})^2$	$m_x (\bar{y}_x - \bar{y})^2$
1			18	55	73	10,43	2,47	6,1009	42,7063	
2	35	45			80	8,00	0,04	0,0016	0,0160	
3	56	27	22		105	8,01	0,05	0,0025	0,0325	
5	15	77	9	22	123	7,235	-0,725	0,5256	8,9352	
10	10	7			17	5,67	-2,29	5,2441	15,7323	
$m_y$	5	25	11	9	50	398	—	—	—	67,4223
$m_{xy}$	25	175	99	99	398	—	—	—	—	—
$m_{y^2}$	125	1225	891	1089	3330	—	—	—	—	—

После этого производим расчет эмпирического корреляционного отношения:

$$\bar{\delta}^2_{\text{э}} = \frac{67,4223}{50} = 1,348 \text{ и } \sigma^2_y = \frac{3330}{50} = \left(\frac{398}{50}\right)^2 = 66,6 - 63,36 = 3,24,$$

$$\eta_{\text{э}} = \sqrt{\frac{1,348}{3,24}} = \sqrt{0,416} = 0,645.$$

Эмпирическое корреляционное отношение значительно отличается от теоретического.

**Задача № 174.** 1. а) Линейное корреляционное уравнение связи между объемом продукции и размерами основных производственных фондов имеет вид:

$$\bar{y}_x = 0,542 + 1,47x;$$

это уравнение показывает, что возрастание размера основных производственных фондов на 1 млн. руб. вызывает рост объема продукции на 1470 тыс. руб.;

б) линейное корреляционное уравнение связи между объемом продукции и численностью работающих имеет вид:

$$\bar{y}_o = -1,167 + 4,7v$$

это уравнение показывает, что возрастание численности работающих на 1 тыс. человек вызывает рост объема продукции на 4700 тыс. руб.

2. Линейное уравнение множественной корреляции может быть представлено в виде:

$$\bar{y}_{xv} = a_0 + a_1x + a_2v$$

где  $a_0$  — свободный член уравнения,

$x$  и  $v$  — первый и второй факторные признаки,

$a_1$  и  $a_2$  — коэффициенты пропорциональности между  $y$  и соответственно  $x$  и  $v$ .

Для нахождения неизвестных параметров  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  по способу наименьших квадратов составляем систему нормальных уравнений:

$$a_0n + a_1\Sigma x + a_2\Sigma v = \Sigma y$$

$$a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 + a_2\Sigma xv = \Sigma xy$$

$$a_0\Sigma v + a_1\Sigma xv + a_2\Sigma v^2 = \Sigma yv$$

Построим расчетную таблицу для отыскания величин, входящих в состав системы нормальных уравнений и в формулы коэффициентов корреляции:

$x$	$v$	$y$	$x^2$	$xv$	$xv$	$v^2$	$vy$	$y^2$	
4,0	2,0	6,0	16,00	8,00	24,00	4,00	12,00	36,00	
6,0	3,0	9,0	36,00	18,00	54,00	9,00	27,00	81,00	
9,0	2,0	10,2	81,00	18,00	91,80	4,00	20,40	104,04	
5,4	2,9	10,0	29,16	15,66	54,00	8,41	29,00	100,00	
8,0	2,2	9,9	64,00	17,60	79,20	4,84	21,78	98,01	
12,0	4,0	22,0	144,00	48,00	264,00	16,00	88,00	484,00	
1,0	0,6	2,1	1,00	0,60	2,00	0,36	1,20	4,00	
1,4	0,9	3,4	1,96	1,26	4,76	0,81	3,06	11,56	
0,5	0,5	1,7	0,25	0,25	0,85	0,25	0,85	2,89	
0,6	0,7	2,6	0,36	0,42	1,56	0,49	1,82	6,76	
0,9	0,8	1,0	0,81	0,72	0,90	0,64	0,80	1,00	
1,2	0,4	2,2	1,44	0,48	2,64	0,16	0,88	4,84	
Итого	50	20,0	80,0	375,98	123,99	579,71	48,96	203,79	934,10

Подставляем данные таблицы в систему нормальных уравнений:

$$12a_0 + 50a_1 + 20a_2 = 80,0$$

$$50a_0 + 375,98a_1 + 123,99a_2 = 579,71$$

$$20a_0 + 128,99a_1 + 48,96a_2 = 206,79$$

В результате совместного решения этих уравнений определяют параметры:  $a_0 = -0,522$ ;  $a_1 = 0,925$  и  $a_2 = 2,0$ ;

искомое уравнение множественной корреляции принимает вид:

$$\bar{y}_{xv} = -0,522 + 0,925x + 2,0v$$

3. а) Линейный коэффициент корреляции между объемом продукции и основными производственными фондами составляет:  $r_{yx} = 0,94$ ; б) линейный коэффициент корреляции между объемом продукции и численностью работающих будет:  $r_{yv} = 0,92$ ; в) линейный коэффициент корреляции между основными производственными фондами и численностью работающих равен:  $r_{xv} = 0,89$ .

4. Совокупный коэффициент корреляции определяется по формуле:

$$R_{y_{xv}} = \sqrt{\frac{r_{yx}^2 + r_{yv}^2 - 2r_{yx}r_{yv}r_{xv}}{1 - r_{xv}^2}}$$

где  $r_{yx}$  — линейный коэффициент корреляции между результативным и первым факторным признаками;  
 $r_{yv}$  — линейный коэффициент корреляции между результативным и вторым факторным признаками;  
 $r_{xv}$  — линейный коэффициент корреляции между первым и вторым факторным признаками.

Подставляем в формулу значения коэффициентов корреляции и получаем:

$$R_{y_{xv}} = \sqrt{\frac{0,94^2 + 0,92^2 - 2 \times 0,94 \times 0,92 \times 0,89}{1 - 0,89^2}} = 0,954$$

5. Частные коэффициенты множественной корреляции определяются по формулам:

$$r_{y(xv)} = \frac{r_{yx} - r_{xv}r_{yv}}{\sqrt{(1 - r_{xv}^2)(1 - r_{yv}^2)}}$$

для измерения силы связи между  $y$  и  $x$ , исключая влияние  $v$ ;

$$r_{y(vx)} = \frac{r_{yv} - r_{xv}r_{yx}}{\sqrt{(1 - r_{xv}^2)(1 - r_{yx}^2)}}$$

для измерения силы связи между  $y$  и  $v$ , исключая влияние  $x$ .

Тогда

$$a) r_{y(xv)} = \frac{0,94 - 0,89 \times 0,92}{\sqrt{(1 - 0,7921)(1 - 0,8464)}} = 0,68$$

$$б) r_{y(vx)} = \frac{0,9200 - 0,89 \times 0,94}{\sqrt{(1 - 0,7921)(1 - 0,8836)}} = 0,54$$

Частные коэффициенты множественной корреляции намного ниже соответствующих коэффициентов парной корреляции.

Задача № 177. Коэффициент ассоциации определяется по формуле:

$$A = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — частоты соответствующих комбинаций признаков.  
Для данной задачи  $A$  равно:

$$A = \frac{250 \times 300 - 50 \times 400}{\sqrt{300 \times 700 \times 650 \times 350}} = \frac{75\,000 - 20\,000}{218\,632} = \frac{55\,000}{218\,632} = +0,25.$$

Задача № 180. Коэффициент взаимной сопряженности определяется по формуле:

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}},$$

где  $\varphi^2$  — показатель средней квадратической сопряженности. Эта величина получается путем вычитания единицы из суммы отношений квадратов частот каждой клетки приведенной ниже корреляционной таблицы к произведению частот соответствующего столбца и строки:

Урожайность	Количество участков со степенью удобрения					Итого
	слабой	средней		Итого		
Низкая	8	11	1	20	0,255	20
	64	121	1	—		
	2,999	2,031	0,053	5,103		
Средняя	13	41	6	60	0,634	60
	169	1 681	36	—		
	7,682	28,492	1,895	38,069		
Хорошая	1	7	12	20	0,423	20
	1	49	144	—		
	0,046	0,830	7,581	8,457		
Итого	22	59	19	100		1,312

Тогда

$$C = \sqrt{\frac{0,312}{1,312}} = \sqrt{0,2378} = 0,488.$$

Задача № 183. Коэффициент корреляции рангов Спирмена определяется по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где  $d = R_x - R_y$ , т. е. разности между рангами взаимосвязанных признаков  $x$  и  $y$  у отдельных единиц совокупности;

$n$  — число взаимосвязанных пар значений  $x$  и  $y$ .

Для выполнения вычислений составляем расчетную таблицу:

Первые ранги		$d$	$d^2$	Вторые ранги		$d$	$d^2$
по уровню игры в шахматы $x$	по успеваемости $y$			по уровню игры в шахматы $x$	по успеваемости $y$		
1	3	-2	4	6	4	2	4
2	2	0	0	7	10	-3	9
3	1	2	4	8	5	3	9
4	7	-3	9	9	8	1	1
5	9	-4	16	10	6	4	16
Итого							72

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \times 72}{10(100 - 1)} = 1 - \frac{432}{990} = 1 - 0,44 = 0,56.$$

Задача № 186. Коэффициент Фехнера определяется по формуле:

$$K = \frac{C - H}{C + H},$$

где  $C$  — число случаев совпадения знаков отклонений;

$H$  — число случаев несовпадения этих знаков.

Для выполнения вычислений составим расчетную таблицу:

Расходы по эксплуатации машины (тыс. руб.) $x$	$x - \bar{x}$	Основная заработная плата (тыс. руб.) $y$	$y - \bar{y}$
627	247	1 682	479
337	-43	1 145	- 58
452	72	1 024	-179
450	70	1 405	202
275	-105	1 130	- 73
411	31	1 420	117
228	-152	1 070	-133
352	-28	1 313	110
267	-113	903	-300
401	21	938	-255
Итого 3 600		12 030	
В среднем 380		1 203	

Тогда

$$K = \frac{7-3}{7+3} = \frac{4}{10} = +0,4.$$

## ГЛАВА VII

### РЯДЫ ДИНАМИКИ

**Задача № 191.** Укажите, к какому виду относятся ряды, характеризующие динамику:

- 1) численности населения (по состоянию на начало каждого года);
- 2) уровня производства электроэнергии;
- 3) годового объема добычи нефти;
- 4) числа родившихся по годам;
- 5) размера основных фондов (по состоянию на конец каждого года);
- 6) производства продукции по кварталам;
- 7) жилищного фонда (по состоянию на 1 января каждого года);
- 8) ввода в действие жилых домов по годам;
- 9) численности студентов (по состоянию на начало каждого учебного года);
- 10) среднегодового сбора зерна по пятилетиям;
- 11) тракторного парка (по состоянию на конец каждого года);
- 12) средней мощности одного трактора (по состоянию на конец каждого года);
- 13) поставок тракторов сельскому хозяйству по пятилетиям;
- 14) средней мощности одного трактора, поставленного сельскому хозяйству (по годам);
- 15) поголовья коров (на конец каждого года);
- 16) поголовья коров в среднем на один колхоз (на начало каждого года);
- 17) поголовья коров в расчете на 100 га сельскохозяйственных угодий (на начало каждого года);
- 18) удельного веса колхозов и совхозов в общем производстве сельскохозяйственных продуктов по годам;
- 19) производства продукции на душу населения по годам;
- 20) средней урожайности зерновых с 1 га по пятилетиям;
- 21) численности врачей на 10 тыс. человек населения (по состоянию на конец каждого года);
- 22) среднемесячной (среднесписочной) численности рабочих;
- 23) удельного веса поголовья скота в колхозах в общем поголовье скота (на конец каждого года);
- 24) числа посещений кинотеатров по годам;
- 25) числа посещений кинотеатров в среднем на одного человека по годам.

**Задача № 192.** Имеются следующие данные о производстве промышленной продукции в СССР (см. табл. на стр. 121).

1. Для сравнения абсолютных и относительных скоростей роста производства по пятилетиям и десятилетиям по каждому виду

Годы	Сталь (млн. т)	Нефть* (млн. т)	Газ природный (млрд. м <sup>3</sup> )	Электроэнер- гия (млрд. квт-ч)	Минеральные удобрения (в усл.дн. единиц— млн.т)	Химические волокна (тыс. т)
1955	45	71	9	170	10	110
1960	65	148	45	292	14	211
1965	91	243	128	507	31	407
1966	97	265	143	545	36	458
1967	102	288	157	588	40	511
1968	107	309	169	639	43	554
1969	110	328	181	689	46	584
1970	116	353	198	740	55	623
1975 (план)	146	496	320	1 065	90	1 065

\*) За указанные годы, кроме 1975 г., приводятся данные о добыче нефти вместе с газовым конденсатом; добыча нефти без газового конденсата составила: в 1965 г.—2,42 млн. т., 1970 г.—4,9 млн. т.

продукции исчислите абсолютные приросты, а также темпы роста и прироста: а) за 1956—1960, 1961—1965, 1966—1970 и 1971—1975 гг.; б) за 1956—1965 и 1966—1975 гг.

Изложите сопоставляемые показатели динамики в виде таблиц и определите:

- 1) в каком пятилетии и десятилетии рост происходил (должен происходить) с наибольшей абсолютной скоростью и в каком — с наибольшей относительной скоростью;
- 2) есть ли отчетливые тенденции в изменении абсолютных приростов и темпов роста на протяжении четырех пятилетий и каковы эти тенденции.

II. Для характеристики общих итогов и перспектив развития производства определите, на сколько единиц в абсолютном выражении и во сколько раз увеличилось (должно увеличиться) производство каждого вида продукции в 1970 и 1975 гг. по сравнению: а) с 1955 г.; б) с 1960 г. Исчисленные показатели изложите в виде таблиц.

III. Для изучения особенностей погодовой динамики по каждому виду продукции исчислите абсолютные приросты и темпы прироста в каждом году восьмой пятилетки (1966—1970 гг.) по сравнению с предыдущим годом. Изложите исчисленные показатели в виде таблиц и определите:

- 1) в каком году имел место наибольший и в каком наименьший: а) абсолютный прирост, б) относительный прирост;
- 2) есть ли отчетливые тенденции в изменении ценных абсолютных приростов и темпов прироста на протяжении 1966—1970 гг. и каковы эти тенденции.

IV. Используя приведенные ниже данные о численности населения СССР, построьте ряды динамики производства каждого вида продукции на душу населения.

**Определите:**

1) в каком пятилетии рост производства продукции на душу населения происходил с наибольшей абсолютной скоростью и в каком с наибольшей относительной скоростью;

2) есть ли отчетливые тенденции изменения абсолютных приростов и темпов роста производства продукции на душу населения на протяжении трех пятилетий и каковы эти тенденции.

**V. Изобразите графически:**

1) с помощью линейных диаграмм: уровни общего производства каждого вида продукции в 1965—1970 гг. и 1975 гг.; темпы роста общего производства двух видов продукции в 1965, 1970 и 1975 гг. по сравнению с 1960 г. (на одном графике для обоих видов продукции);

2) с помощью квадратных (или круговых) диаграмм — производство каждого вида продукции в 1955, 1965 и 1975 гг.;

3) с помощью прямоугольных диаграмм (знаков Варзара) — производство каждого вида продукции на душу населения, численность населения и общее производство продукции в 1955 и 1970 гг. (по каждому виду продукции прямоугольники расположите так, чтобы совпали их нижние левые вершины).

**Задача № 193.** Имеются данные о поголовье продуктивного скота в СССР (на 1 января; млн. голов):

Годы	Крупный рогатый скот			Свиньи		
	все категории хозяйств	в том числе		все категории хозяйств	в том числе	
		колхозы, совхозы и другие государственные хозяйства	личные подсобные хозяйства населения		колхозы, совхозы и другие государственные хозяйства	личные подсобные хозяйства населения
1951	57,1	32,3	24,8	24,4	15,9	8,5
1956	58,8	31,0	27,8	34,0	17,1	16,9
1961	75,8	52,8	23,0	58,7	43,3	15,4
1965	87,2	62,1	25,1	62,8	38,4	14,4
1966	93,4	65,5	27,9	59,6	41,4	18,2
1967	97,1	67,8	29,3	58,0	41,5	16,5
1968	97,2	68,7	28,5	50,9	37,3	13,6
1969	95,7	68,4	27,3	49,0	36,2	12,8
1970	95,2	70,2	25,0	55,1	42,3	13,8
1971	99,2	74,3	24,9	67,5	50,9	16,6

1. По каждому виду скота и по каждой категории хозяйств составьте направления, а также абсолютные и относительные скорости изменения поголовья по пятилетиям и десятилетиям. Изложите сопоставляемые показатели динамики в виде таблиц и определите:

1) в каком пятилетии поголовье росло с наибольшей и в каком с наименьшей абсолютной скоростью;

2) в каком пятилетии поголовье росло с наибольшей и в каком с наименьшей относительной скоростью;

3) есть ли отчетливые тенденции в изменении абсолютных и относительных приростов поголовья на протяжении четырех пятилетий;

4) в каком десятилетии поголовье росло с более высокой абсолютной скоростью и в каком с более высокой относительной скоростью.

II. Для изучения особенностей погодовой динамики поголовья по каждому виду скота и по каждой категории хозяйств определите за каждый год (1965—1970 гг.):

1) на сколько миллионов голов и на сколько процентов увеличилось (или уменьшилось) поголовье за год;

2) в каком году произошло наибольшее абсолютное увеличение поголовья по сравнению с предыдущим годом и в каком наибольшее относительное увеличение;

3) в каком году произошло наибольшее абсолютное снижение поголовья по сравнению с предыдущим годом и в каком наибольшее относительное снижение.

III. В целях сравнения динамики поголовья скота в разных категориях хозяйств составьте по ним направления, а также абсолютные и относительные приросты поголовья скота каждого вида (за каждое пятилетие, каждое десятилетие и в целом за 20 лет).

Определите, в какой категории хозяйств поголовье скота росло с более высокой абсолютной скоростью и в какой категории с более высокой относительной скоростью.

IV. Составьте динамику поголовья крупного рогатого скота с динамикой поголовья свиней за каждое пятилетие, каждое десятилетие и в целом за 20 лет (отдельно по каждой категории хозяйств и в целом по обеим категориям). Определите, поголовье какого вида скота росло (или уменьшалось) более быстро.

V. Постройте ряды динамики, характеризующие изменения удельных весов каждой из двух категорий хозяйств в общем поголовье скота данного вида. Проанализируйте изменения удельных весов по пятилетиям и укажите, есть ли отчетливые тенденции в этих изменениях и каковы эти тенденции.

**VI. Изобразите графически:**

1) динамику общего поголовья скота данного вида и поголовья скота в каждой из двух категорий хозяйств за все перечисленные годы (по каждому виду скота на отдельном графике);

2) удельные веса поголовья в каждой из двух категорий хозяйств в общем поголовье скота данного вида в 1951, 1961 и 1971 гг.;

3) удельные веса поголовья в каждой из двух категорий хозяйств в общем поголовье скота данного вида в 1951 и 1971 гг. и абсолютный размер поголовья за те же годы (по каждому виду скота на отдельном графике).

**Задача № 194. А.** Имеются следующие данные о производстве синтетических смол и пластических масс в СССР:

Годы	Произведено (тыс. т)	Изменение по сравнению с предыдущим годом (цепные показатели)			
		абсолютный прирост (тыс. т)	темп роста (в процентах)	темп прироста (в процентах)	абсолютное значение 1% прироста (тыс. т)
1955	803	×	×	×	×
1956		168	114,7	16,0	14,53
1957					
1958					
1959					
1970	220				

Б. В соответствии с пятилетним планом на 1971—1975 гг. производство синтетических смол и пластических масс должно составить (тыс. т): в 1971 г. — 1785; в 1972 г. — 1992; в 1973 г. — 2277; в 1974 г. — 2759; в 1975 г. — 3533.

1. Для изучения особенностей погодной динамики производства исчислите отсутствующие в таблице сведения за 1966—1970 гг. и укажите:

1) в каком году рост производства происходил с наибольшей абсолютной скоростью и в каком с наибольшей относительной скоростью;

2) есть ли отчетливые тенденции в изменении абсолютных и относительных приростов производства и каковы эти тенденции.

II. Исчислите соответствующие плановые показатели за 1971—1975 гг. и определите:

1) в каком году запланирован наибольший и в каком наименьший абсолютный прирост;

2) в каком году предусматривается планом наибольший и в каком наименьший относительный прирост;

3) есть ли отчетливые тенденции в изменении абсолютных и относительных плановых приростов и каковы эти тенденции.

III. Для сравнения предусмотренного планом роста производства в 1971—1975 гг. и фактического роста в 1966—1970 гг. определите и сопоставьте по пятилеткам, на сколько тысяч тонн и на сколько процентов увеличилось (должно увеличиться по плану) производство за первые два года пятилетки, за три, за четыре года и за всю пятилетку.

✓ **Задача № 195.** Имеются следующие данные о численности научных работников в СССР (см. табл. на стр. 125).

1. Исчислите отсутствующие в таблице сведения за 1965—1970 гг.

2. Определите, в каком трехлетии (1965—1967 гг. или 1968—1970 гг.) был более высокий абсолютный и в каком — относительный прирост численности научных работников.

Годы	Численность научных работников (на конец года; тыс. человек)	Изменение за год (цепные показатели)			
		абсолютный прирост (тыс. человек)	темп роста (коэффициент)	темп прироста (в процентах)	абсолютное значение 1% прироста (тыс. человек)
1955	665	53		8,1	7,12
1965					
1957					
1968		1,069			
1969		1,073			
1970			5,1		

**Задача № 196.** Динамика валового сбора сельскохозяйственных культур в колхозе характеризуется следующими данными:

Годы	Темп прироста валового сбора по сравнению с предыдущим годом (в процентах)			
	озимая пшеница	сахарная свекла	подсолнечник	
1966	+20	-10	+ 5	
1967	- 5	+14	+10	
1968	+ 7	+30	-10	
1969	+ 2	-25	+16	
1970	+20	+10	+10	

2. Рассчитайте, на сколько центнеров повысился валовой сбор каждой культуры за пятилетку, если известно, что в 1965 г. было собрано: озимой пшеницы — 40 тыс. ц, сахарной свеклы — 30 тыс. ц; подсолнечника — 1600 ц.

3. Изобразите годовые темпы прироста валового сбора с помощью столбчатых диаграмм.

✓ **Задача № 197.** Валовой сбор зерна в колхозе в 1965 г. по сравнению с 1960 г. уменьшился на 1 тыс. ц, или на 5%, в 1970 г. по сравнению с 1965 г. возрос на 40%, а в 1971 г. по сравнению с 1970 г. — на 1,5%.

Определите уровни валового сбора зерна в 1960, 1965, 1970 и 1971 гг. и изобразите их с помощью линейной диаграммы.

✓ **Задача № 198.** На 1 ноября в списке бригады № 1 числилось 27 работников. С 6 ноября в состав бригады вошли еще 5 человек, с 16 ноября 2 человека выбыли, а с 20 ноября бригада пополнилась еще 5 работниками.

В бригаде № 2 на 1 ноября числилось 38 человек, а с 11 ноября в состав бригады вошли еще 3 человека.

1. Определите, в какой бригаде и на сколько среднесписочная численность работников в ноябре была больше (в абсолютном выражении и в процентах).

2. Изобразите динамику численности работников каждой бригады с помощью ступенчатой диаграммы.

**Задача № 199.** В колхозе «Рассвет» на 1 января было 14 тракторов общей мощностью 490 л. с., 1 марта колхоз приобрел 4 тра-

гора общей мощностью 300 л. с., с 1 ноября в связи с износом выбыли 2 трактора общей мощностью 60 л. с. В колхозе «Заря» на 1 января было 12 тракторов общей мощностью 427 л. с., 1 октября колхоз приобрел еще 2 трактора общей мощностью 92 л. с.

Определите, в каком колхозе и на сколько больше численность и общая мощность тракторов в целом за год (в абсолютном выражении и в процентах).

**Задача № 200.** В колхозе им. Чапаева на 1 января была одна электростанция мощностью 30 квт. С 1 октября была введена в действие еще одна электростанция мощностью 60 квт. В колхозе им. Шорса в течение всего года действовала одна электростанция мощностью 50 квт.

Определите, в каком из колхозов и на сколько больше мощность электростанций в целом (в среднем) за год (в киловаттах и в процентах).

**Задача № 201.** На 1 января 1973 г. остаток по вкладу № 1 составлял 250 руб., по вкладу № 2 — 200 руб. В течение I квартала произошли следующие изменения величины остатков вкладов (руб.).

Вклады	Дата							
	11/1	21/1	26/1	10/II	25/II	2/III	17/III	22/III
№ 1	+30	×	-60	+40	×	-30	×	+70
№ 2	×	+50	×	-30	+50	×	-20	×

1. Сопоставьте средние остатки вкладов за I квартал.

2. Изобразите динамику остатков вкладов с помощью линейной диаграммы (ступенчатая кривая).

**Задача № 202.** На 1 сентября в колхозе им. Горького находилось на откорме 400 голов свиней, в колхозе «Россия» — 500 голов. В течение сентября поголовье свиней на откорме изменялось следующим образом:

	Дата				
	6/IX	11/IX	21/IX	26/IX	29/IX
Колхоз им. Горького . . .	+100	×	-30	+100	×
Колхоз «Россия» . . . . .	×	-140	+90	×	-150

1. Определите, в каком из колхозов и на сколько поголовье свиней на откорме в сентябре было больше (в абсолютном выражении и в процентах).

2. Изобразите графически динамику поголовья свиней на откорме.

**Задача № 203.** Жилищный фонд поселка характеризуется следующими данными (тыс. м<sup>2</sup>):

	Весь фонд	в том числе обще- стvenный
На 1 января 1970 г.	50,2	30,1
• 1 июля 1970 г.	51,0	30,6
• 1 ноября 1970 г.	51,9	31,2
• 1 января 1971 г.	52,8	31,8
• 1 июля 1971 г.	53,9	32,5
• 1 ноября 1971 г.	55,0	33,2
• 1 января 1972 г.	55,8	33,8

Определите, на сколько квадратных метров и на сколько процентов возрос средний размер жилищного фонда в 1971 г. по сравнению с 1970 г.

**Задача № 204.** На 1 января на складе было 12 т материала А и 15 т материала Б. Поступление и выбытие материалов характеризуется следующими данными (т):

Месяцы	Материал А		Материал Б		Месяцы	Материал А		Материал Б	
	поступле- ние	выбы- тие	поступле- ние	выбы- тие		поступле- ние	выбы- тие	поступле- ние	выбы- тие
Январь	8	5	5	8	Апрель	10	6	8	6
Февраль	10	4	4	6	Май	8	8	10	5
Март	5	8	7	5	Июнь	6	10	8	8

1. Постройте ряд динамики наличия (остатков) каждого материала за начало месяца.

2. Исчислите среднемесячный размер поступления, выбытия и остатков каждого материала за I и II кварталы, а также за полугодие.

**Задача № 205.** Численность специалистов с высшим и средним образованием в колхозах и совхозах двух районов составляла (человек):

	I район	II район
На 1 января 1971 г.	120	100
• 1 апреля 1971 г.	126	110
• 1 декабря 1971 г.	146	140
• 1 января 1972 г.	150	150

Сопоставьте среднегодовую численность специалистов по двум районам. Определите, в каком районе и на сколько средняя численность специалистов была больше (в абсолютном выражении и в процентах).

**Задача № 206.** Имеются следующие данные о товарных за-

пасах торгового предприятия (тыс. руб.):

Годы	На 1 января	На 1 апреля	На 1 июля	На 1 октября
1969	34	37	40	36
1970	36	40	42	39
1971	40	41	44	40
1972	48	...	...	...



Определите, на сколько рублей и на сколько процентов возросла средняя сумма товарных запасов в 1971 г. по сравнению с 1969 г.

**Задача № 207.** По фабрике имеются следующие данные:

Периоды	Среднесписочная численность работников (человек)	Среднемесячный выпуск продукции (тыс. руб.)
Первое полугодие	500	250
III квартал	554	280
Октябрь	578	300

Определите за три квартала и за 10 месяцев: а) среднесписочную численность работающих; б) среднемесячный выпуск продукции; в) выработку продукции на одного среднесписочного работника; г) среднемесячную выработку продукции на одного среднесписочного работника.

**Задача № 208.** По колхозу имеются следующие данные:

Периоды	Среднее поголовье коров	Средний удой молока от одной коровы (кг)
I полугодие	324	1100
III квартал	340	800
Октябрь	336	200
Ноябрь	330	150
Декабрь	326	120

Определите в целом за год: а) среднее поголовье коров; б) средний удой молока от одной коровы; в) среднемесячный удой молока от одной коровы.

**Задача № 209.** I. Используя данные задачи № 192, с целью сравнения средних скоростей роста исчислите и сопоставьте по пятилетиям и десятилетиям среднегодовые абсолютные и относительные веса поголовья каждой из двух категорий хозяйств в общем поголовье скота данного вида. Укажите, есть ли отчетливые тенденции в их изменении по пятилетиям и каковы эти тенденции.

II. Для сравнения средних скоростей роста производства различных видов продукции сопоставьте среднегодовые темпы прироста: а) за каждое пятилетие и десятилетие; б) за 1956—1970 гг. и за 1956—1975 гг. За каждый период исчислите коэффициенты опережения.

III. Сопоставьте среднегодовые скорости роста производства различных видов продукции на душу населения и исчислите коэффициенты опережения за каждое пятилетие и за весь период.

IV. Исползуя данные задачи № 194, определите: а) в какие годы восьмой пятилетки абсолютная и относительная скорости роста производства были выше, чем соответствующая средняя скорость за 1966—1970 гг.; б) в какие годы девятой пятилетки планом предусмотрена более высокая абсолютная и относительная скорость роста, чем в среднем за 1971—1975 гг.;

в) предусмотрено ли планом на 1971—1975 гг. увеличение среднегодовой абсолютной и относительной скорости роста по сравнению с предыдущей пятилеткой (исчислите коэффициенты ускорения).

**Задача № 210.** I. Используя данные задачи № 193, с целью предварительного изучения средних скоростей изменения поголовья скота исчислите и сопоставьте по пятилетиям и десятилетиям среднегодовые абсолютные и относительные приросты поголовья по каждому виду скота и каждой категории хозяйств.

II. Для определения коэффициентов опережения сопоставьте по категориям хозяйств, а также по видам скота средние скорости изменения поголовья, исчисленные на основе средних уровней.

III. Исползуя данные задачи № 196, определите: а) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличился среднегодовой валовой сбор каждой культуры в 1968—1970 гг. по сравнению с предыдущим трехлетием; б) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличивался среднегодовой валовой сбор в среднем ежегодно; в) среднегодовой сбор каких культур увеличивался опережающими темпами (исчислите коэффициенты опережения). Результаты изложите в виде таблиц.

**Задача № 213.** Имеются данные о производстве тканей в СССР:

Изложите сопоставляемые показатели в виде таблиц и графиков и определите:

1) коэффициенты ускорения (или замедления), показывающие, во сколько раз средняя скорость в данном пятилетии (десятилетии) больше (или меньше), чем в предыдущем;

2) есть ли отчетливые тенденции в изменении среднегодовых абсолютных и относительных приростов и каковы эти тенденции.

IV. Для определения коэффициентов опережения сопоставьте по категориям хозяйств, а также по видам скота средние скорости изменения поголовья, исчисленные на основе средних уровней.

1) среднее поголовье за каждое пятилетие и десятилетие, а также за два последних трехлетия;

2) на сколько голов и на сколько процентов увеличивалось (или уменьшалось) среднее поголовье в среднем ежегодно: а) в каждом пятилетии по сравнению с предыдущим; б) во втором десятилетии по сравнению с первым; в) в последнем трехлетии по сравнению с предыдущим;

3) коэффициенты ускорения (или замедления) средних скоростей, исчисленных на основе средних уровней;

4) есть ли отчетливые тенденции в изменении средних скоростей по пятилетиям и каковы эти тенденции.

III. Для определения коэффициентов опережения сопоставьте по категориям хозяйств, а также по видам скота средние скорости изменения поголовья, исчисленные на основе средних уровней.

IV. Исползуя данные задачи № 194, определите: а) в какие годы восьмой пятилетки абсолютная и относительная скорости роста производства были выше, чем соответствующая средняя скорость за 1966—1970 гг.; б) в какие годы девятой пятилетки планом предусмотрена более высокая абсолютная и относительная скорость роста, чем в среднем за 1971—1975 гг.;

в) предусмотрено ли планом на 1971—1975 гг. увеличение среднегодовой абсолютной и относительной скорости роста по сравнению с предыдущей пятилеткой (исчислите коэффициенты ускорения).

**Задача № 211.** Используя данные задачи № 194, определите:

1) в какие годы восьмой пятилетки абсолютная и относительная скорости роста производства были выше, чем соответствующая средняя скорость за 1966—1970 гг.;

2) в какие годы девятой пятилетки планом предусмотрена более высокая абсолютная и относительная скорость роста, чем в среднем за 1971—1975 гг.;

3) предусмотрено ли планом на 1971—1975 гг. увеличение среднегодовой абсолютной и относительной скорости роста по сравнению с предыдущей пятилеткой (исчислите коэффициенты ускорения).

**Задача № 212.** Используя данные задачи № 196, определите:

1) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличился среднегодовой валовой сбор каждой культуры в 1968—1970 гг. по сравнению с предыдущим трехлетием;

2) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличивался среднегодовой валовой сбор в среднем ежегодно;

3) среднегодовой сбор каких культур увеличивался опережающими темпами (исчислите коэффициенты опережения).

Результаты изложите в виде таблиц.

**Задача № 213.** Имеются данные о производстве тканей в СССР:

Ткань	1965 г. в про-центах к 1960 г.	Прирост за 1966—1970 гг.	
		млн. м	в про-центах к 1966 г.
Хлопчатобумаж-ные	113,66	653	11,875
Шерстяные	106,15	177	37,98
Льняные	106,20	159	29,01
Шелковые	118,67	345	43,07

видов за каждую пятилетку, а также в словую характеристику опережающего роста производства одних тканей по сравнению с другими.

Результаты изложите в виде таблц.

✓ **Задача № 214.** В 1965 г. по сравнению с 1960 г. производительность общественного труда в СССР возросла на 29%, а национальный доход — на 32%. В 1970 г. по сравнению с 1965 г. производительность общественного труда повысилась на 37%, а национальный доход — на 41%.

Определите:

1) коэффициенты ускорения среднегодовых темпов прироста производительности труда и национального дохода в восьмой пятилетке по сравнению с предыдущей;

2) коэффициенты опережения, характеризующие соотношение среднегодовых темпов прироста национального дохода и производительности труда в каждой пятилетке и в целом за десять лет.

✓ Результаты изложите в виде таблц.

✓ **Задача № 215.** Имеются следующие данные:

Страны	Сколько лет потребовалось для удвоения		
	национального дохода	производства промышленной продукции	основных производственных фондов
США	20	18	22
Англия	более 30	22	19
ФРГ	почти 10	более 11	10
СССР	10	8,5	8

на 33% против 30%, предусмотренных Директивами XXIII съезда КПСС, и 19% в предыдущем пятилетии (1961—1965 гг.).

Определите:

1) во сколько раз ускорился среднегодовой относительный прирост в 1966—1970 гг. по сравнению с 1961—1965 гг.;

1. По каждому виду тканей определите, как изменились в 1966—1970 гг. по сравнению с 1961—1965 гг. среднегодовые абсолютная и относительная скорости роста производства. Дайте числовую характеристику их ускорения (или замедления).

2. Сопоставьте среднегодовые скорости роста производства тканей различных видов в целом за 10 лет. Дайте числовую характеристику опережающего роста производства одних тканей по сравнению с другими.

2) во сколько раз фактический среднегодовой относительный прирост в 1966—1970 гг. опережал прирост, предусмотренный Директивами XXIII съезда партии.

**Задача № 217.** Население района А в границах соответствующих лет составляло: на 15 января 1959 г. — 46,2 тыс. человек, на 1 января 1965 г. — 46,0 тыс. человек, на 15 января 1970 г. — 81,2 тыс. человек. В 1961 г. часть территории района А, на которой по переписи 1959 г. проживало 5,2 тыс. человек, отошла к району Б. В 1968 г. к району А была присоединена территория, население которой на 15 января 1959 г. составляло 29,0 тыс. человек, а на 1 января 1965 г. — 31,2 тыс. человек.

Постройте ряд динамики численности населения района А в границах 1970 г. и определите, когда население района росло быстрее: до начала 1965 г. или после.

**Задача № 218.** Имеются данные по двум районам области, в которых ряд колхозов, по решению общих собраний колхозников, был преобразован в совхозы:

Сомкните ряды динамики по каждому району и по сопоставимому у 1972 г. кругу колхозов определите, в каком районе абсолютный прирост и темп прироста оплаты труда за весь период более высокие.

**Задача № 219.** Производство продукции машиностроения и металлообработки в СССР характеризуется следующими данными:

Годы	Выдано колхозникам денег в продуктах в расчете на 1 отработанный человеко-день (1972)			
	I район		II район	
	все колхозы, действовавшие в течение всего года	сопоставимый с 1972 г. круг колхозов	все колхозы, действовавшие в течение всего года	сопоставимый с 1972 г. круг колхозов
1960	1,80	2,80	2,20	3,24
1965	2,52	3,92	2,97	4,54
1970	3,60	4,48	4,32	5,04
1972	4,48	4,48	5,04	5,04

Продукция	1965 г.	1970 г.	1975 г. (план)
Продукция машиностроения и металлообработки — млрд. руб.	49	85	146
Автомобили — тыс. шт.	616	916	2 100
в том числе легковые — тыс. шт.	201	344	1 260
Машины и оборудование для легкой и пищевой промышленности — млн. руб.	508	771	1 576
Сельскохозяйственные машины — млн. руб.	1 496	2 114	3 702
Тракторы: тыс. шт.	354	458	575
млн. л. с.	21,0	29,8	53,3
Комбайны зерноуборочные — тыс. шт.	86	99	138

Дайте сравнительную характеристику достигнутого и намеченого на девятую пятилетку роста производства различных видов продукции. В процессе анализа определите:

1) по каким видам продукции в девятой пятилетке предусмотрено наибольшее увеличение по сравнению с восьмой пятилеткой: а) среднегодовой абсолютной скорости роста производства, б) среднегодовой относительной скорости;

2) производство каких видов продукции в среднем ежегодно росло (будет расти) опережающими темпами по сравнению со всей продукцией машиностроения и металлообработки: а) в восьмой пятилетке, б) в девятой пятилетке, в) в целом за десять лет.

Составляемые показатели изложите в виде таблиц.

**Задача № 220.** Производство некоторых видов промышленной продукции в СССР характеризуется следующими данными:

Продукция	1967 г.	1970 г.
Химические волокна — тыс. т.	511	623
Автомобили грузовые — тыс. шт.	437	525
Автомобили легковые — тыс. шт.	251	344
Бумага — тыс. т.	3 801	4 185
Хлопчатобумажные ткани:		
млн. пог. м.	7 414	7 482
млн. м <sup>2</sup> .	5 916	6 152
Шелковые ткани:		
млн. пог. м.	1 080	1 241
млн. м <sup>2</sup> .	938	1 146
Радиоприемники и радиолы — тыс. шт.	6 400	7 800

1. Дополните приведенные сведения данными за 1972 г. (см. в газетах за январь 1973 г. «Сообщение ЦСУ СССР» или в журнале «Вестник статистики» статистические материалы).

2. По каждому виду продукции определите, ускорился или замедлился рост производства в 1971—1972 гг. по сравнению с 1968—1970 гг.: а) в абсолютном выражении, б) в относительном выражении. Исчислите коэффициенты ускорения (замедления).

3. Сопоставьте среднегодовые скорости роста производства различных видов продукции: а) в 1968—1970 гг.; б) в 1971—1972 гг.; в) в 1968—1972 гг. Исчислите коэффициенты опережения.

Составляемые показатели изложите в виде таблиц.

**Задача № 221.** Городской жилищный фонд в СССР характеризуется следующими данными (на конец года; млн. м<sup>2</sup> общей площади жилищ):

Годы	Весь городской жилищный фонд	в том числе	
		общественно-вещной	находящийся в личной собственности граждан
1950	513	340	173
1960	938	583	375
1965	1 238	806	432
1970	1 529	1 072	457

Проанализируйте состав и динамику жилищного фонда и дайте сравнительную характеристику динамики двух его секторов. В процессе анализа определите:

1) каковы тенденции изменения удельных весов каждого сектора в общем размере жилищного фонда;

2) в какие годы жилищный фонд (весь и в каждом секторе) рос наиболее быстро: а) в абсолютном выражении; б) в относительном выражении;

3) в каком секторе в каждом периоде была наиболее высокая: а) средняя абсолютная скорость роста; б) средняя относительная скорость.

Исчислите коэффициенты ускорения (замедления) средней скорости и коэффициенты опережения.

Изобразите динамику и состав жилищного фонда графически.

**Задача № 222.** Парк тракторов, грузовых автомашин и зерноуборочных комбайнов в сельском хозяйстве СССР составлял (на конец года; тыс. шт.):

Годы	Тракторы		Грузовые автомобили (включая автоцистерны)	Комбайны зерноуборочные	
	в физических единицах	в пересчете на 15-сильные		всего	в том числе самоходные
1950	595	933	283	211	35
1960	1 122	1 985	778	497	233
1965	1 613	3 032	982	520	487
1970	1 977	4 343	1 206	623	604

Проанализируйте динамику парка тракторов, автомобилей и комбайнов. Сопоставьте абсолютные и относительные скорости роста парка машин за различные периоды и исчислите коэффициенты ускорения (замедления). Сопоставьте скорости роста парка машин разных видов и исчислите коэффициенты опережения.

Результаты изложите в виде таблиц. Изобразите динамику парка машин графически.

**Задача № 223.** Производство продуктов земледелия в СССР характеризуется следующими данными (млн. т.):

Годы	Зерно	Хлопосырцев	Сахарная свекла	Подсолнечник	Картофель
1960	126	4,3	58	4,0	84
1961	131	4,5	51	4,8	84
1962	140	4,3	47	4,8	70
1963	108	5,2	44	4,3	72
1964	152	5,3	81	6,1	94
1965	121	5,7	72	5,4	89
1966	171	6,0	74	6,2	88
1967	148	6,0	87	6,6	95
1968	170	6,0	94	6,7	102
1969	162	5,7	71	6,4	92
1970	187	6,9	78	6,1	97
1971	181	7,1	72	5,7	93

I. С целью выявления и числовой характеристики основной тенденции динамики по каждому виду продукции:

- 1) замените годовые уровни производства среднегодовыми уровнями за укрупненные периоды (3—6 лет);
- 2) определите среднегодовые абсолютные и относительные скорости изменения средних уровней;
- 3) произведите сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней и исчислите абсолютные и относительные приросты сглаженных уровней;
- 4) произведите аналитическое выравнивание ряда динамики (в целом за весь период или по отдельным этапам);
- 5) изобразите графически: а) фактические уровни ряда, б) звенья скользящей средней, в) уровни, полученные при аналитическом выравнивании;
- 6) определите, есть ли отчетливая тенденция в изменении цепных абсолютных приростов; дайте числовую характеристику этой тенденции, выравняв цепные приросты по прямой.

II. Сравните среднегодовые относительные скорости роста производства различных видов продукции, исчисленные на базе средних уровней за 1960—1965 гг. и 1966—1971 гг.; вычислите коэффициенты опережения.

**Задача № 224.** Производство продуктов животноводства в СССР характеризуется следующими данными:

Годы	Мясо (в убойном весе, млн. т)	Молоко (млн. т)	Яйца (млрд. шт.)	Шерсть (тис. т)	Годы	Мясо (в убойном весе, млн. т)	Молоко (млн. т)	Яйца (млрд. шт.)	Шерсть (тис. т)
1960	8,7	62	27,4	357	1966	10,7	76	31,7	371
1961	8,7	63	29,3	366	1967	11,5	80	33,9	395
1962	9,5	64	30,1	371	1968	11,6	82	35,7	415
1963	10,2	61	28,5	373	1969	11,8	82	37,2	390
1964	8,3	63	26,7	341	1970	12,3	83	40,7	419
1965	10,0	73	29,1	357	1971	13,3	83	45,1	429

I. По каждому виду продукции для выявления и числовой характеристики основной тенденции динамики:

- 1) исчислите средние уровни за укрупненные периоды и определите среднегодовые абсолютные и относительные скорости их изменения;
- 2) произведите сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней и исчислите абсолютные и относительные приросты сглаженных уровней;
- 3) произведите аналитическое выравнивание ряда динамики (в целом за весь период или по отдельным этапам);
- 4) изобразите графически: а) фактические уровни ряда, б) звенья скользящей средней, в) уровни, полученные при аналитическом выравнивании.

II. Сравните среднегодовые относительные скорости роста производства различных видов продукции, исчисленные на базе сред-

них уровней за шесть первых и за шесть последних лет; вычислите коэффициенты опережения.

III. По каждому виду продукции, используя данные за 1965—1970 гг. и предполагая, что уровень 1971 г. неизвестен, найдите его уровень экстраполяции:

- 1) на основе среднего абсолютного прироста;
- 2) на основе аналитического выравнивания уровней ряда;
- 3) на основе аналитического выравнивания цепных абсолютных приростов.

Определите относительное отклонение экстраполированного уровня от фактического.

**Задача № 225.** Имеются данные об урожайности сельскохозяйственных культур в СССР (д с л га):

Годы	Зерно	Хлопок-сырец	Сахарная свекла (фабричная)	Подсолнечник	Годы	Зерно	Хлопок-сырец	Сахарная свекла (фабричная)	Подсолнечник
1961	10,7	19,3	164	11,2	1966	13,7	24,3	195	12,2
1962	10,9	18,0	152	10,9	1967	12,1	24,5	230	13,8
1963	8,3	21,0	120	9,7	1968	14,0	24,3	265	13,7
1964	11,4	21,5	199	13,1	1969	13,2	22,5	211	13,3
1965	9,5	23,2	188	11,1	1970	15,6	25,1	237	12,8

1. Проанализируйте динамику урожайности. В процессе анализа составьте по каждой культуре среднюю урожайность за 1961—1965 и 1966—1970 гг.; исчислите среднегодовой темп прироста средней урожайности; выявите основную тенденцию путем сглаживания с помощью скользящей средней и путем аналитического выравнивания. Изобразите исходные данные и выявленную тенденцию графически.

2. Дайте сравнительную характеристику динамики урожайности различных культур, сопоставив среднегодовые темпы прироста средней урожайности и выявленные основные тенденции.

**Задача № 226.** Добыча топлива в СССР характеризуется следующими данными (в пересчете на условное топливо; млн. т):

Годы	Всего	в том числе			
		нефть	газ	уголь	прочие виды
1950	311	54	7	206	44
1955	480	101	11	311	57
1960	693	212	54	373	54
1965	967	346	150	413	58
1970	1 249	504	236	451	58

1. По каждому виду топлива и в целом по всем видам проанализируйте, как изменялась среднегодовая скорость роста (абсолютная и относительная) по пятилетиям и десятилетиям.

Определите:

- 1) в каком пятилетии (десятилетии) добыча росла наиболее быстро и в каком наиболее медленно: а) в абсолютном выражении; б) в относительном выражении;
- 2) коэффициенты ускорения (или замедления) средних скоростей роста;
- 3) есть ли отчетливые тенденции в изменении средних скоростей роста и каковы эти тенденции.

II. Дайте сравнительную характеристику среднегодовых скоростей роста добычи различных видов топлива. За каждое пятилетие, десятилетие, а также за весь период исчислите коэффициенты опережения.

III. Проанализируйте динамику структуры добычи топлива. Определите, есть ли отчетливые тенденции в ее изменении и каковы они.

IV. Изобразите динамику объема и структуры добычи топлива с помощью словесных диаграмм.

Задача № 227. Пассажироборот транспорта общего пользования в СССР характеризуется следующими данными (млрд. пассажиро-километров):

Годы	Все виды транспорта	в том числе			
		железнодорожный	морской и речной	автомобильный	воздушный
1960	250	171	5,6	61	12
1961	268	177	5,8	69	16
1962	298	190	5,9	82	20
1963	319	192	6,1	95	26
1964	340	195	6,0	108	31
1965	367	202	6,4	121	45
1966	408	219	6,8	137	38
1967	448	234	6,9	153	54
1968	492	254	7,2	169	62
1969	523	261	7,2	183	72
1970	549	266	7,0	198	78

1. По каждому виду транспорта и в целом по всем видам определите, ускорилась или замедлилась и во сколько раз средняя скорость роста пассажирооборота (абсолютная и относительная) в 1966—1970 гг. по сравнению с предыдущим пятилетием.

2. Дайте сравнительную характеристику среднегодовых скоростей роста пассажирооборота различных видов транспорта. За каждое пятилетие и в целом за весь период исчислите коэффициенты опережения.

3. Проанализируйте изменение удельных весов различных видов транспорта в общем размере пассажирооборота. Определите, есть ли отчетливые тенденции в их изменении и каковы эти тенденции.

4. Изобразите динамику размера и состава пассажирооборота графически.

5. По каждому виду транспорта и в целом по всем видам определите предполагаемый уровень 1971 г. путем экстраполяции: а) на основе среднего абсолютного прироста, б) на основе среднего темпа роста, в) на основе аналитического выравнивания цепных абсолютных приростов.

Определите относительное отклонение экстраполированного уровня от фактического (см. «Народное хозяйство СССР. 1922—1972 гг.»).

Задача № 228. Имеются следующие данные о выработке электроэнергии (тыс. квт·ч):

Месяцы	I электростанция		II электростанция		III электростанция	
	1970 г.	1971 г.	1970 г.	1971 г.	1970 г.	1971 г.
Январь	110	135	166	188	172	210
Февраль	103	126	154	174	160	200
Март	109	134	166	180	170	200
Апрель	102	124	147	162	156	190
Май	91	113	139	154	140	176
Июнь	86	108	132	148	130	164
Июль	88	110	137	158	144	160
Август	89	114	140	162	155	172
Сентябрь	94	120	144	164	160	190
Октябрь	100	126	150	173	170	228
Ноябрь	110	140	158	180	178	250
Декабрь	118	150	167	194	184	260

1. Измерьте по каждой электростанции относительную глубину сезонных колебаний выработки электроэнергии. При расчете индексов сезонности для выявления основной тенденции используйте: а) сглаживание ряда динамики с помощью 12-месячной скользящей средней, центрированной на седьмом месяце, б) аналитическое выравнивание ряда по прямой.

2. Изобразите сезонную волну графически с помощью линейной и радиальной диаграмм.

3. Используя в качестве обобщающего показателя сезонности среднее линейное отклонение, определите, на какой электростанции сезонные колебания являются наиболее сильными и на какой — наиболее слабыми.

Задача № 229. По колхозу имеются следующие данные (см. табл. на стр. 138).

1. Измерьте и изобразите графически относительную глубину сезонных колебаний: а) поголовья коров, валового надоя и надоя молока от одной коровы, б) поголовья кур-несушек, общего производства яиц и выхода яиц на одну курицу-несушку.

2. Используя в качестве обобщающего показателя сезонности среднее линейное отклонение, охарактеризуйте сравнительную силу сезонных колебаний поголовья коров и кур-несушек, их продуктивности и общего производства молока и яиц.

Месяцы	Поголовье коров на начало месяца		Валовой издой молока (т)		Поголовье кур-несушек на начало месяца		Получено яиц (тыс. штук)	
	1971 г.	1972 г.	1971 г.	1972 г.	1971 г.	1972 г.	1971 г.	1972 г.
	Январь	474	505	70,5	75,2	2 060	2 000	4,1
Февраль	472	502	71,7	77,6	1 880	1 900	9,5	8,9
Март	476	512	85,1	94,6	1 760	1 820	14,2	14,9
Апрель	484	522	90,2	97,8	1 660	1 720	20,7	22,7
Май	494	530	118,3	127,7	1 580	1 640	24,5	27,0
Июнь	518	548	145,3	153,3	1 480	1 540	24,2	25,6
Июль	516	547	140,2	150,6	1 400	1 440	20,4	21,6
Август	514	545	129,7	143,3	1 320	1 400	14,1	16,2
Сентябрь	512	545	107,2	120,7	1 240	1 300	9,1	10,6
Октябрь	512	538	88,5	104,1	1 360	1 360	7,4	8,0
Ноябрь	508	530	77,3	89,8	1 600	1 500	4,3	6,8
Декабрь	504	526	76,0	84,0	2 000	1 920	4,2	4,0
Январь (1973 г.)		524				2 040		

### Решения типовых задач

**Задача № 192.** (на примере производства нефти). I. Абсолютный прирост ( $\Pi$ ) характеризует абсолютную скорость роста и показывает, на сколько единиц увеличился (или уменьшился) сравниваемый уровень ( $V_{cp}$ ) по сравнению с базисным ( $V_0$ ):

$$\Pi = V_{cp} - V_0$$

Так, абсолютный прирост за 1956—1960 гг. (т. е. в 1960 г. по сравнению с 1955 г.) равен:

$$\Pi_{1956-1960} = V_{1960} - V_{1955} = 148 - 71 = 77 \text{ (млн. т);}$$

прирост за 1961—1965 гг. составляет:

$$\Pi_{1961-1965} = V_{1965} - V_{1960} = 243 - 148 = 95 \text{ (млн.т) и т.д.}$$

Темп роста ( $T_p$ ) показывает, во сколько раз сравниваемый уровень увеличился по сравнению с базисным (или какую часть его составляет):

$$T_p = V_{cp} : V_0$$

Так, в девятой пятилетке (1971—1975 гг.) производство нефти (без газового конденсата) должно возрасти в 1,42 раза:

$$V_{1975} : V_{1970} = 496 : 349 = 1,42.$$

Темп прироста (относительный прирост) характеризует относительную скорость роста. Выраженный в процентах темп прироста показывает, на сколько процентов увеличился (или уменьшился) сравниваемый уровень по сравнению с базисным, принятым за 100%.

Темп прироста ( $T_{np}$ ) рассчитывается путем деления абсолютного прироста за соответствующий период на базисный уровень

( $T_{np} = \Pi : V_0$ ) или как разность между соответствующим темпом роста и единицей (или 100%):

$$T_{np} = T_p - 1, \text{ или } T_{np}(\%) = T_p(\%) - 100\%.$$

Так, темп прироста за 1956—1960 гг. равен:

$$T_{np(1956-1960)} = \Pi_{1956-1960} : V_{1955} = 77 : 71 = 1,08, \text{ или } 108\%.$$

Темп прироста в девятой пятилетке должен составить:

$$142\% - 100\% = 42\%.$$

Показатели динамики роста производства нефти в СССР по пятилетиям изложим в виде таблицы:

Периоды	Длина периода (лет)	Абсолютный прирост (млн. т)	Темп роста (в процентах)	Темп прироста (в процентах)
1956—1960	5	77	208	108
1961—1965	5	95	164	64
1966—1970	5	110	145	45
1971—1975*	5	147	142	42
1956—1965	10	172	342	242
1966—1975*	10	254	205	105

\* Без газового конденсата.

Следовательно, с наибольшей абсолютной скоростью производство нефти будет расти в 1971—1975 гг., а наибольшая относительная скорость имела место в 1956—1960 гг. При этом абсолютные приросты систематически увеличиваются, а темпы роста постепенно снижаются. Такая же картина наблюдается и при сравнении двух десятилетий.

Решение задачи по пунктам II и III производится аналогично.

IV. Производство продукции

### Рост производства нефти на душу населения в СССР

Годы	Производство нефти на душу населения (кг)	Абсолютный прирост за 5 лет (кг)	Темп прироста за 5 лет (в процентах)
1955	362		
1960	692	330	91
1965	1 052	360	52
1970	1 453	401	38

Так, производство нефти на душу населения в 1955 г. составляло:  $71 : 196 = 0,362$  (т), или 362 (кг), а в 1960 г. — соответственно 692 (кг). Исчислив абсолютные приросты и темпы прироста по пятилетиям, изложим результаты в виде таблицы.

**Задача № 193.** При решении этой задачи нужно иметь в виду, что все уровни приведены по состоянию на начало соответствующего года (на 1 января). Поэтому для определения, например, абсолютного прироста за 1966 г. нужно из уровня на начало 1967 г. вычесть уровень на начало 1966 г.; при исчислении абсолютного прироста за пять лет (1961—1965 гг.) нужно вычесть из уровня на начало следующего пятилетия, т. е. на начало 1966 г., уровень на начало данного пятилетия, т. е. на начало 1961 г. Темпы роста за эти периоды исчисляются путем деления соответствующих уровней.

**Задачи № 194 и 195.** Решение каждой из этих задач целесообразно начать с определения отсутствующих в таблицах уровней. Для этого необходимо использовать данные об уровне предыдущего года и об одном из показателей динамики. Так, в задаче № 195 для определения уровня на конец 1966 г. исходим из того, что в 1967 г. каждый процент прироста составлял 7,12 тыс. человек. Следовательно, базисный уровень, т. е. уровень на конец 1966 г., принимаемый за 100%, составил 712 тыс. человек (т. е. в 100 раз больше абсолютного значения 1% прироста).

Зная уровень на конец 1966 г. и темп роста в 1967 г. (8,1%), найдем уровень на конец 1967 г.:  $712 \times 1,081 = 770$  (тыс. человек).

**Задача № 196** (на примере подсолнечника). Используя взаимосвязь ценных и базисных темпов роста, найдем темп роста валового сбора в 1970 г. по сравнению с 1965 г.:

$$\frac{Y_{1968}}{Y_{1965}} \cdot \frac{Y_{1967}}{Y_{1966}} \cdot \frac{Y_{1968}}{Y_{1967}} \times \\ \times \frac{Y_{1969}}{Y_{1968}} \cdot \frac{Y_{1970}}{Y_{1969}} = \frac{Y_{1970}}{Y_{1965}};$$

$$\frac{Y_{1970}}{Y_{1965}} = 1,05 \times 1,1 \times 0,9 \times 1,16 \times 1,1 = 1,326 \text{ или } 132,6\%.$$

Зная валовой сбор в 1965 г., найдем сбор подсолнечника в 1970 г.:

$$Y_{1970} = Y_{1965} T_D = 1600 \times 1,326 = 2122 \text{ (ц).}$$

Следовательно, в 1970 г. по сравнению с 1965 г. валовой сбор подсолнечника увеличился на 522 ц, или на 32,6%.

**Задача № 198.** Для определения среднего уровня моментного показателя при наличии исчерпывающих данных о его изменении используется формула средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum Y_i t_i}{\sum t_i},$$

где  $Y$  — уровни, сохранявшиеся без изменения в течение определенного времени ( $t$ ).

Тогда по бригаде № 1 имеем:

Дни месяца	Число работников (человек)	Длина периода (дней)	Число человеко-дней, шт
1—5	27	5	135
6—15	32	10	320
16—19	30	4	120
20—30	35	11	385
Итого . .	—	30	960

Отсюда

$$\bar{y} = \frac{960}{30} = 32 \text{ (человека).}$$

**Задача № 203.** Для определения среднего уровня моментного показателя при наличии данных о его величине на отдельные даты с неравными промежутками времени между ними используется формула средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{Y}_i t_i}{\sum t_i},$$

где  $\bar{Y}_i$  — средние уровни за промежутки времени между двумя соседними датами;

$t_i$  — продолжительность соответствующих промежутков времени.

Промежуточные средние уровни ( $\bar{Y}_i$ ) рассчитываются по формуле простой средней арифметической.

Тогда средний размер общественного жилищного фонда за первое полугодие 1970 г. равен:  $(30,1 + 30,6) : 2 = 30,35$ ; за июль — октябрь 1970 г. —  $(30,6 + 31,2) : 2 = 30,9$ ; за ноябрь — декабрь 1970 г. —  $(31,2 + 31,8) : 2 = 31,5$ .

Отсюда средний уровень за 1970 г. составит (промежутки времени измеряются в месяцах):

$$\bar{Y}_{1970} = \frac{30,35 \times 6 + 30,9 \times 4 + 31,5 \times 2}{12} = 30,7 \text{ (тыс м}^2\text{).}$$

**Задача № 206.** Если промежутки времени между датами равны, то средний уровень моментного ряда динамики исчисляется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{0,5Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1} + 0,5Y_n}{n-1},$$

где  $Y_1$  и  $Y_n$  — уровни соответственно на начало и на конец периода, за который исчисляется средний уровень;

$n$  — число всех уровней;

$(n-1)$  — длина всего периода, выраженная числом равных промежутков времени между датами.

Так, средняя сумма товарных запасов за 1969 г. составит:

$$\bar{Y}_{1969} = \frac{34 \times 0,5 + 37 + 40 + 36 + 36 \times 0,5}{4} = 37 \text{ (тыс. руб.).}$$

**Задачи № 207, 208.** Среднее значение средних уровней моментных и периодических показателей исчисляется как средняя арифметическая взвешенная, в которой в качестве весов принимается продолжительность соответствующих периодов:

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{Y}_i t_i}{\sum t_i}$$

**Задача № 209** (на примере производства нефти). 1. Среднегодовой абсолютный прирост показывает, на сколько единиц увеличивался (или уменьшался) уровень по сравнению с предыдущим в среднем ежегодно. Среднегодовой абсолютный прирост ( $\bar{\Pi}$ ) исчисляется по формуле:

$$\bar{\Pi} = \frac{\sum \Pi}{s}$$

где  $\Pi$  — приросты по сравнению с предыдущим годом (целные приросты);  $s$  — число приростов, или по формуле:

$$\bar{\Pi} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1}$$

где (применительно к периодическому ряду динамики):

$Y_n$  — уровень последнего года периода, за который делается расчет;

$Y_1$  — уровень последнего года предыдущего периода (базисный уровень);

$(n-1)$  — длина периода, за который делается расчет (для среднегодового прироста — в годах), численно равная разности между «хронологическими номерами» уровней в числителе формулы.

Тогда среднегодовой абсолютный прирост производства нефти за восьмью пятилетку (1966—1970 гг.) составил:

$$\bar{\Pi}_{1966-1970} = \frac{\sum \Pi}{s} = \frac{22+23+21+19+25}{5} = 22 \text{ (млн. т.)}, \text{ или}$$

$$\bar{\Pi}_{1966-1970} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1} = \frac{Y_{1970} - Y_{1965}}{1970-1965} = \frac{353-243}{5} = 22 \text{ (млн. т.)}$$

Для определения среднегодового относительного прироста (среднегодового темпа прироста) нужно предварительно найти среднегодовой темп роста ( $\bar{T}_p$ ), который рассчитывается по следующим формулам:

$$\bar{T} = \sqrt[s]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_s}$$

где  $T_i$  — темпы роста по сравнению с предыдущим годом (целные темпы роста),  $s$  — число темпов, или по формуле:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}}$$

где смысл  $Y_n$ ,  $Y_1$  и  $(n-1)$  тот же, что и в соответствующей формуле  $\bar{\Pi}$ .

Тогда среднегодовой темп роста производства нефти за восьмью пятилетку составил:

$$\bar{T}_p = \sqrt[5]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_5} = \sqrt[5]{1,09 \times 1,09 \times 1,07 \times 1,06 \times 1,08}$$

Логарифмируя, получим:

$$\lg \bar{T}_p = (\lg 1,09 + \lg 1,09 + \lg 1,07 + \lg 1,06 + \lg 1,08) : 5 = (0,0374 + 0,0374 + 0,0294 + 0,0253 + 0,0334) : 5 = 0,0326$$

Путем потенцирования найдем:

$$\bar{T}_p = 1,077, \text{ или } 107,7\%$$

По второй формуле средний темп роста за тот же период исчисляется так:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} = \sqrt[5]{\frac{Y_{1970}}{Y_{1965}}} = \sqrt[5]{\frac{353}{243}}$$

$$\lg \bar{T}_p = (\lg 353 - \lg 243) : 5 = (2,5478 - 2,3586) : 5 = 0,0324$$

Тогда:

$$\bar{T}_p = 1,077$$

Средний темп прироста ( $T_{пр}$ ) получается путем вычитания единицы (или 100%) из среднего темпа роста:

$$\bar{T}_{пр} = 1,077 - 1 = 0,077, \text{ или } 7,7\%$$

Расчет средних темпов роста и прироста значительно упрощается, если пользоваться специальными таблицами<sup>1</sup>.

Полученные результаты о среднегодовом абсолютном приросте и среднегодовых темпах прироста производства нефти в СССР изложим в виде таблицы:

Периоды	Длина периода (лет)	Общее производство		Производство на душу населения	
		$\bar{\Pi}$ (млн. т.)	$\bar{T}_{пр}$ (%)	$\bar{\Pi}$ (кг)	$\bar{T}_{пр}$ (%)
1956—1960 гг.	5	15,4	15,8	66	13,8
1961—1965 гг.	5	19,0	10,4	72	8,7
1966—1970 гг.	5	22,0	7,8	80	6,7
1971—1975* гг.	5	29,4	7,3	...	...

\* Без газового конденсата.

Следовательно, как общее производство нефти, так и производство нефти на душу населения в абсолютном выражении росло ускоренно. Коэффициенты абсолютного ускорения роста общего производства нефти равны: 1961—1965 гг. — 1,23 (19,0:15,4); 1966—1970 гг. — 1,16 (22:19); 1971—1975 гг. — 1,34.

Напротив, среднегодовая относительная скорость постепенно замедляется. Так, для общего производства коэффициенты замед-

<sup>1</sup> Айрапетов М. Таблицы исчисления среднегодовых темпов роста, прироста и снижения. М., «Статистика», 1971 г.



ления равны: 1961—1965 гг.—1,52(15,8; 10,4); 1966—1970 гг.—1,33(10,4; 7,8); 1971—1975 гг.—1,07.

II. По различным видам продукции можно сравнивать только относительные приросты (скорости). Так, исчислив средние годовые темпы прироста производства нефти и газа по пятилетиям, найдем коэффициенты опережения:

Периоды	Среднегодовой темп прироста (в процентах)		Коэффициент опережения (во сколько раз производство газа росло в среднем ежегодно быстрее, чем производство нефти)
	нефть	газ	
1956—1960 гг.	15,8	38,0	2,41
1961—1965 гг.	10,4	23,3	2,24
1966—1970 гг.	7,8	9,1	1,17
1971—1975 гг.	7,3	10,1	1,38

**Задача № 210.** I. Для расчета среднегодового абсолютного прироста ( $\bar{П}$ ) и среднегодовых темпов роста ( $\bar{T}_p$ ) целесообразно использовать формулы:

$$\bar{П} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1}, \quad \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}}$$

где (применительно к моментным рядам динамики):

$Y_1$  — уровень на начало периода, за который делается расчет;

$Y_n$  — уровень на конец этого периода (или уровень на начало следующего периода);

$(n-1)$  — длина периода.

Рассчитаем среднегодовой абсолютный прирост поголовья свиней в личных подсобных хозяйствах населения за 1961—1965 гг.:

$$\bar{П}_{1961-1965} = \frac{Y_{\text{нач.1966}} - Y_{\text{нач.1961}}}{1966-1961} = \frac{18,2-15,4}{5} = 0,56 \text{ (млн. голов)}.$$

II. Поскольку поголовье скота то увеличивается, то уменьшается, более точную характеристику средних скоростей дают показатели, исчисленные на базе средних уровней:

$$\bar{П} = \frac{\bar{Y}_{\text{за } t \text{ сравниваемых лет}} - \bar{Y}_{\text{за } t \text{ базисных лет}}}{t};$$

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \sqrt[t]{\frac{\bar{Y}_{\text{за } t \text{ сравниваемых лет}}}{\bar{Y}_{\text{за } t \text{ базисных лет}}}} - 1.$$

Поэтому при сравнении среднего поголовья скота за 1961—1965 гг. и за 1956—1960 гг. будем иметь:

$$\bar{П}_{\bar{Y}} = \frac{\bar{Y}_{1961-1965} - \bar{Y}_{1956-1960}}{5}$$

$$\bar{T}_{\text{пр}}(\bar{Y}) = \sqrt[5]{\frac{\bar{Y}_{1961-1965}}{\bar{Y}_{1956-1960}}} - 1.$$

При расчете средних уровней за 1961—1965 гг. и за 1961—1970 гг. следует использовать формулу:

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{Y}_i t_i}{\sum t_i}.$$

Например, рассчитаем поголовье свиней в хозяйствах населения:

$$\bar{Y}_{1961-1965} = \frac{\sum \bar{Y}_i t_i}{\sum t_i} = \frac{15,4+14,4}{2} \times 4 + \frac{14,4+18,2}{2} \times 1}{5} = 15,18 \approx 15,2 \text{ (млн. голов)}.$$

III. Для определения удельного веса скота по какой-либо категории хозяйств в общем поголовье скота в среднем за тот или иной период нужно среднее поголовье скота в данной категории хозяйств за этот период разделить на среднее поголовье скота во всех категориях хозяйств за тот же период.

**Задача № 213.** Для исчисления среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста нужно использовать формулы:

$$\bar{П} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1}; \quad \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}}$$

где  $(Y_n - Y_1)$  и  $(Y_n : Y_1)$  — соответственно абсолютный прирост и темп роста за весь период.

**Задача № 215.** Среднегодовые темпы роста находим по формуле:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}};$$

где для всех стран  $Y_n : Y_1 = 2$ , а  $(n-1)$  — число лет, потребовавшихся для удвоения.

**Задачи № 223 и 224.** I. Среднегодовые абсолютные и относительные скорости изменения средних уровней ( $\bar{П}_{\bar{Y}}$  и  $\bar{T}_{\text{пр}}(\bar{Y})$ ) исчисляются по формулам, приведенным в решении задачи № 210.

II. В задаче № 224 экстраполируемый (неизвестный) уровень 1971 г. исчисляется так.

1) На основе среднего абсолютного прироста  $\bar{П}_{1966-1970}$  — по формуле  $Y'_{71} = Y_{70} + \bar{П}$ .

Тогда для динамики производства яиц получим:

$$\bar{П}_{1966-1970} = \frac{40,7-29,1}{5} = 2,3 \text{ (млрд. шт.)}.$$

Тогда:

$$Y'_{71} = 40,7 + 2,3 = 43,0 \text{ (млрд. шт.)}.$$

Относительное отклонение значения  $Y_{71}^1$  от  $Y_{71}$  равно:

$$\frac{Y_{71}^1 - Y_{71}}{Y_{71}} \times 100 = \frac{43,0 - 45,1}{45,1} \times 100 = -4,7\%$$

2. На основе аналитического выравнивания уровней ряда — путем подстановки в уравнение прямой или кривой значения  $t$ , соответствующего 1971 г.

Так, при выравнивании ряда динамики производства яиц (начиная с 1965 г) по прямой получим следующее уравнение:

$$\hat{Y}_t = 34,7 + 1,09t$$

где значения  $t$  равны:

Год	1965	1966	1967	1968	1969	1970
$t$	-5	-3	-1	1	3	5

Следовательно, для 1971 г.

$$t = 7. \text{ Тогда}$$

$$\hat{Y}_{71} = 34,7 + 1,09 \times 7 = 42,3$$

(млрд. шт.).

Относительное отклонение от фактического уровня 1971 г. составляет 6,2%.

3. На основе выравнивания цепных абсолютных приростов:

$$Y_{71}^{\wedge} = Y_{70} + \hat{\Pi}_{71}$$

где  $\hat{\Pi}_{71}$  — прирост в 1971 г., экстраполированный путем аналитического выравнивания цепных приростов.

Так, цепные приросты производства яиц выравниваем по параболе второго порядка:

Год	$\Pi$	$t$	$\Pi t$	$t^2$	$\Pi t^2$	$t^3$
1966	2,6	-2	-5,2	4	10,4	16
1967	2,2	-1	-2,2	1	2,2	1
1968	1,8	0	0	0	0	0
1969	1,5	1	1,5	1	1,5	1
1970	3,5	2	7,0	4	14,0	16
Итого	11,6		1,1	10	28,1	34

Тогда:

$$a_1 = -\frac{\sum \Pi t}{\sum t^2} = \frac{1,1}{10} = 0,11; \quad \begin{cases} 5a_0 + 10a_2 = 11,6; \\ 10a_0 + 34a_2 = 28,1. \end{cases}$$

откуда  $a_0 = 1,62$ ,  $a_2 = 0,35$ ;  
уравнение параболы имеет вид:

$$\hat{\Pi}_t = 1,62 + 0,11t + 0,35t^2$$

Для 1971 г.  $t = 3$ . Поэтому

$$\hat{\Pi}_{71} = 1,62 + 0,11 \times 3 + 0,35 \times 9 = 5,1;$$

$$Y_{71}^{\wedge} = 40,7 + 5,1 = 45,8 \text{ (млрд. шт.).}$$

Относительное отклонение составляет 1,6%.

**Задача № 230.** Имеются следующие данные об объеме продажи и ценах по одному из колхозных рынков района:

Товары	Продано (кг)		Цена за 1 кг (руб.)	
	$Q_0$ базисный период	$Q_1$ отчетный период	$P_0$ базисный период	$P_1$ отчетный период
Мясо . . . . .	8 000	9 000	2,0	1,8
Творог . . . . .	2 500	2 000	1,3	1,4
Картофель . . . . .	22 000	25 000	0,3	0,3

Вычислите:

- 1) индивидуальные индексы физического объема товарооборота, цен и товарооборота в фактических ценах;
- 2) сводные индексы физического объема товарооборота, цен и товарооборота в фактических ценах;
- 3) сумму экономии или дополнительных затрат покупателей при покупке товаров за счет изменения цен по каждому продукту в отдельности и в целом по всем продуктам.

**Задача № 231.** Имеются данные об объеме продажи и ценах на одном из колхозных рынков:

Товары	Продано (кг) $Q$		$P$ Цена за 1 кг (руб.)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Свинина . . . . .	50	100	2,4	2,0
Говядина . . . . .	350	500	2,0	1,8

Определите:

- 1) изменение товарооборота в фактических ценах по мясу (в процентах);
- 2) изменение физического объема реализации по каждому виду товаров, а также по мясу в целом;
- 3) изменение цены по каждому виду товаров, а также по мясу в целом;
- 4) размер экономии покупателей при покупке мяса за счет снижения цен по каждому виду товара, а также по всему мясу в целом.

**Задача № 232.** Имеются следующие данные о ценах и количестве товаров, проданных на колхозном рынке за I, II и III кварталы:

Товары	Продано			Цена за единицу (руб.)		
	I	II	III	I	II	III
Творог — кг	2 000	4 000	5 000	1,20	0,90	0,80
Молоко — л	5 000	8 000	9 500	0,35	0,25	0,20
Сметана — кг	2 500	5 000	6 000	1,80	1,60	1,50

Определите индивидуальные и сводные индексы физического объема товарооборота и цен (цепные и базисные).

Рассчитайте сумму экономии, которую получит население за счет снижения цен во II и III кварталах по сравнению с I кварталом, а также в III квартале — по сравнению со вторым: а) по каждому товару; б) по всем товарам вместе.

**Задача № 233.** Имеются данные о реализации фруктов на одном из колхозных рынков района:

Товары	Базисный период		Отчетный период	
	продало (т)	объем товарооборота (тыс. руб.)	продало (т)	объем товарооборота (тыс. руб.)
Яблоки	100	30,0	140	35,0
Груши	50	25,0	80	32,0
Виноград	30	24,0	60	36,0

Определите:

1) увеличение физического объема товарооборота по каждому виду фруктов и в целом по всем видам (в процентах);

2) снижение цены по каждому товару и в целом по всем товарам (в процентах);

3) сводный индекс товарооборота в фактических ценах;

4) сумму экономии или дополнительных затрат населения за счет изменения цен при покупке фруктов: по каждому виду и в целом по всем фруктам.

**Задача № 234.** Имеются данные о продаже телевизоров в одном из универсамов города в феврале и марте соответственно до снижения государственных розничных цен на эти товары и после снижения:

Товары	Продано (штук)		Товарооборот в ценах соответствующих периодов (тыс. руб.)	
	февраль	март	февраль	март
	«Сигнал-2»	15	30	4 770
«Березка-2»	12	20	3 960	5 400
«Ладога»	10	25	3 300	5 375
«Восход»	14	26	4 634	6 266

Определите:

1) индивидуальные и сводный индексы цен;

2) рост физического объема реализации телевизоров по каждой марке, а также в целом (в процентах);

3) изменение товарооборота в фактических ценах по телевизорам;

4) сумму экономии населения в результате снижения розничных цен при покупке телевизоров: по каждой марке и в целом.

**Задача № 235.** Имеются данные о средних ценах и выручке от реализации картофеля по одному из районов города:

	Средняя цена за 1 кг (коп.)		Товарооборот в ценах соответствующих периодов (тыс. руб.)	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
в государственной торговле	10	10	130	170
на колхозном рынке	30	25	210	200

Определите:

1) индивидуальные индексы цен;

2) индивидуальные и сводный индексы физического объема товарооборота и сводный индекс товарооборота в фактических ценах;

3) средние цены на картофель в отчетном и базисном годах, а также динамику средней цены;

4) влияние на динамику средней цены изменения цен, а также изменения удельного веса государственной торговли и колхозного рынка в общем объеме продажи картофеля.

**Задача № 236.** Имеются следующие данные о товарообороте в действующих ценах и изменении цен:

Товарные группы	Товарооборот в ценах соответствующих периодов (тыс. руб.)		Снижение (-) или повышение (+) цен (в процентах к базисному периоду)
	базисный период	отчетный период	
A	500	650	-15
B	550	575	+5

Определите: а) общий индекс цен; б) общий индекс товарооборота; в) общий индекс физического объема товарооборота.

Рассчитайте сумму экономии (или дополнительных затрат), которую получают покупатели за счет изменения цен при покупке товаров по каждой товарной группе и в целом по обеим товарным группам.

**Задача № 237.** Имеются данные об объеме товарооборота за отчетный период и индивидуальных индексах цен:

Товары	Товарооборот отчетного периода (млн. руб.)	Индивидуаль- ные индексы цен
А	640	0,80
Б	84	1,05
В	160	1,00

Определите:

- 1) изменение цены в целом по этим видам товаров;
- 2) сумму экономии (или дополнительных затрат), которую получит население при покупке товаров: по каждому виду и в целом по всем товарам за счет изменения цен;

3) изменение физического объема товарооборота, если в отчетном периоде в целом по всем товарам товарооборот увеличился на 22% по сравнению с базисным.

**Задача № 238.** По одному из магазинов имеются следующие данные о товарообороте в фактических ценах и изменении физического объема реализации овощей:

Товары	Товарооборот в ценах соответствующих периодов (руб.)		Увеличение (+) или уменьшение (-) количества проданных овощей (в процентах к базисному периоду)
	базисный период	отчетный период	
Картофель . . . . .	16 000	15 360	+20
Морковь . . . . .	7 000	6 600	+10
Свекла . . . . .	26 000	22 230	- 5
Лук . . . . .	56 000	56 000	без изменения

*Handwritten notes:*  
 $\frac{15360}{16000} = 0,96$   
 $\frac{6600}{7000} = 0,94$   
 $\frac{22230}{26000} = 0,85$   
 $\frac{56000}{56000} = 1$   
 $\frac{15360}{16000} = 0,96$   
 $\frac{6600}{7000} = 0,94$   
 $\frac{22230}{26000} = 0,85$   
 $\frac{56000}{56000} = 1$

Определите:

- 1) индексы физического объема товарооборота: а) индивидуальные; б) в целом по всем товарам;
- 2) индекс товарооборота в фактических ценах в целом по всем товарам;
- 3) индекс цен в целом по всем товарам.

**Задача № 239.** За пять лет физический объем продукции растениеводства вырос на 50%, продукции животноводства — на 25%.

Определите, на сколько процентов возрастала в среднем ежегодно вся продукция колхоза, если известно, что в отчетном году стоимость продукции растениеводства составила 60%, а животноводства — 40% общей суммы продукции колхоза.

**Задача № 240.** Физический объем продажи мяса увеличился в отчетном периоде в государственной торговле на 30%, а на колхозном рынке — на 15%. В общем объеме реализации в базисном периоде доля государственной торговли составила 55%, доля колхозного рынка — 45%.

Определите, на сколько процентов возрос физический объем реализации мяса в отчетном периоде в среднем по обоим каналам торговли.

**Задача № 241.** Определите, как изменился товарооборот, если физический объем товарооборота увеличился на 15%, а цены снизились на 6%.

**Задача № 242.** В отчетном периоде по сравнению с базисным товарооборот в фактических ценах возрос на 30%, а цены снизились на 4%.

Определите, как изменился физический объем реализации товаров.

**Задача № 243.** Физический объем товарооборота увеличился на 10%, а товарооборот в фактических ценах остался без изменения.

Определите среднее изменение цен.

**Задача № 244.** Имеются следующие данные о ценах и количестве реализованных продуктов на колхозных рынках двух городов:

Товары	Город А		Город Б	
	продано (т)	цена за 1 кг (руб.)	продано (т)	цена за 1 кг (руб.)
Сметана . . . . .	4 000	2,0	5 000	1,8
Творог . . . . .	6 000	1,8	7 000	1,5

Определите индивидуальные территориальные индексы цен и физического объема товарооборота.

Рассчитайте территориальные индексы физического объема товарооборота и цен в целом по двум товарам.

**Задача № 245.** Имеются следующие данные о ценах и количестве мяса, проданного на рынках трех городов:

Товары	Продано (т)			Цена за 1 кг (руб.)		
	I	II	III	I	II	III
Говядина . . . . .	25	28	30	2,2	2,0	1,8
Баранина . . . . .	12	13	14	1,8	1,6	1,5

Определите индивидуальные и сводные территориальные индексы цен и физического объема товарооборота.

**Задача № 246.** По рынкам двух городов имеются следующие данные:

Товары	Город А		Город Б	
	продано (т)	товарооборот (тыс. руб.)	продано (т)	товарооборот (тыс. руб.)
Капуста . . . . .	80	24,0	70	28,0
Свекла . . . . .	50	5,0	45	9,0
Морковь . . . . .	40	4,0	30	4,5

Определите:

- 1) индивидуальные территориальные индексы цен и физического объема товарооборота;
- 2) территориальные индексы цен и физического объема товарооборота в целом по всем товарам.

Задача № 247. По двум городам имеются следующие данные о товарообороте и ценах на яйца:

	Город А		Город Б	
	цена за десяток (руб.)	товарооборот (тыс. руб.)	цена за десяток (руб.)	товарооборот (тыс. руб.)
В государственной торговле . . . . .	1,2	84	1,00	150
На колхозном рынке . . . . .	1,5	195	1,40	140

Определите:

- 1) индивидуальные и сводные территориальные индексы физического объема товарооборота и цен;
- 2) в каком городе и на какую сумму средние цены на яйца ниже.

Задача № 248. По одному из механических заводов имеются следующие данные о себестоимости и выпуске токарно-винторезных станков:

Модели станков	Выпуск (штук)		Себестоимость единицы продукции (руб.)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
П-611	400	420	1 650	1 620
ОТ-4	300	340	1 600	1 550

Определите:

- 1) индивидуальные и сводные индексы физического объема продукции и себестоимости единицы продукции;
- 2) сводный индекс затрат на производство;
- 3) сумму экономии завода за счет снижения себестоимости по каждой модели станков и в целом по обоим моделям.

Задача № 249. Себестоимость и валовой сбор продукции растениеводства в одном из колхозов района характеризуется такими данными:

Виды продукции	Базисный период		Отчетный период	
	валовой сбор (ц)	себестоимость 1 ц (руб.)	валовой сбор (ц)	себестоимость 1 ц (руб.)
Пшеница . . . . .	18 000	5,0	20 000	4,5
Кукуруза на зерно . . . . .	9 000	3,6	9 200	2,7
Лен-семя . . . . .	2 000	50,0	2 000	40,0
Льготреста . . . . .	4 000	15,0	5 000	12,0

Определите:

- 1) индивидуальные и сводные индексы себестоимости и физического объема производства;
- 2) сумму экономии колхоза от снижения себестоимости по каждому виду продукции и в целом по всем видам.

Задача № 250. По двум колхозам имеются следующие данные о себестоимости и объеме производства картофеля:

Наименование колхозов	Произведено (тыс. ц)		Себестоимость 1 ц (руб.)	
	в предыдущем году	в отчетном году	в предыдущем году	в отчетном году
«Победа» . . . . .	18	20	5,0	4,5
«Рассвет» . . . . .	22	30	4,6	3,8

Определите:

- 1) индивидуальные и сводный (агрегатный) индексы себестоимости 1 ц картофеля;
- 2) сумму экономии за счет снижения себестоимости 1 ц в каждом колхозе и в целом по обоим колхозам;
- 3) изменение затрат на производство в каждом колхозе и в целом по обоим колхозам (в процентах);
- 4) изменение средней себестоимости 1 ц картофеля (в рублях и в процентах), в том числе за счет изменения себестоимости картофеля в каждом колхозе и за счет структурных сдвигов в объеме производства картофеля;
- 5) абсолютный прирост затрат на производство картофеля за счет увеличения физического объема продукции, а также за счет снижения себестоимости 1 ц: а) по каждому колхозу, б) в целом по обоим колхозам;
- 6) сумму экономии за счет снижения средней себестоимости, в том числе за счет снижения себестоимости в отдельных колхозах и за счет структурных сдвигов в объеме производства картофеля.

Задача № 251. Имеются следующие данные о выработке и себестоимости одного вида продукции по двум однородным предприятиям:

Предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	произведено продукции (шту)	себестоимость единицы продукции (руб.)	произведено продукции (шту)	себестоимость единицы продукции (руб.)
№ 1	4 000	30	4 500	25
№ 2	3 800	32	4 200	30

Определите:

- 1) изменение себестоимости единицы продукции: а) по каждому предприятию, б) в целом по двум предприятиям;
- 2) абсолютную экономию за счет снижения себестоимости, полученную: а) каждым предприятием, б) в целом по двум предприятиям;
- 3) среднюю себестоимость единицы продукции в отчетном и базисном периодах;
- 4) изменение средней себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 5) влияние изменения себестоимости единицы продукции на отдельных предприятиях на изменение средней себестоимости;
- 6) влияние на среднюю себестоимость структурных сдвигов;
- 7) абсолютное изменение затрат на производство и в том числе за счет увеличения продукции, а также за счет снижения себестоимости единицы продукции: а) по каждому предприятию, б) в целом по обоим предприятиям.

Задача № 252. По мебельной фабрике имеются следующие данные:

Виды изделий	Базисный период		Отчетный период			
	себестоимость единицы изделия (руб.)	количество изделий (тыс. штук)	по плану		фактически	
			себестоимость единицы изделия (руб.)	количество изделий (тыс. шт.)	себестоимость единицы изделия (руб.)	количество изделий (тыс. шт.)
Столы . . . . .	8	15	7,6	18	7,5	19
Стулья . . . . .	4	90	3,8	100	3,5	110
Диваны . . . . .	30	5	28,0	7	28,0	7

1. Определите снижение себестоимости (в процентах) по каждому изделию и в целом по фабрике: а) по плану на отчетный период по сравнению с базисным периодом, б) фактически полученной в отчетном периоде по сравнению с планом, в) фактически полученной в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.
2. Рассчитайте сумму экономии за счет снижения себестоимости по каждому изделию и в целом по фабрике: а) по плану на отчетный период, б) фактически полученной в отчетном периоде

сверх плана, в) фактически полученной в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.

3. Вычислите сводные индексы физического объема продукции: а) планового задания, б) выполнения плана, в) динамики, приняв в качестве соизмерителя себестоимость базисного периода.

Задача № 253. По колхозам одного из районов имеются следующие данные о себестоимости и заготовках продукции животноводства:

Виды продукции	Базисный период		Отчетный период		Закупочные цены (руб. за 1 ц)
	количество (ц)	себестоимость 1 ц (руб.)	количество (ц)	себестоимость 1 ц (руб.)	
Скот (в живом весе)	2 000	110	2 700	106	116
Молоко . . . . .	8 000	16	9 200	14	18

Определите:

- 1) индивидуальные, а также сводный индексы себестоимости;
- 2) сумму экономии за счет снижения себестоимости по каждому виду продукции и в целом по обоим видам продукции;
- 3) сводный индекс физического объема заготовок (взяв в качестве соизмерителя закупочные цены);
- 4) прирост затрат на производство молока за счет отдельных факторов.

Задача № 254. По цеху мороженого одного из молочных заводов имеются следующие данные:

Виды продукции	Себестоимость 1 тыс. штук (руб.)		Затраты на производство всей продукции (тыс. руб.)		Цена (руб. за 1 тыс. шт.)
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	
Вафельные стаканчики	100	92	8,0	9,20	150
«Эскимо»	160	152	9,6	9,12	220

1. Определите:

- 1) снижение себестоимости каждого вида продукции и в целом по цеху (в процентах);
- 2) абсолютную экономию предприятия от снижения себестоимости продукции, в том числе по каждому ее виду;
- 3) увеличение физического объема производства продукции в целом по цеху (в процентах);
- 4) абсолютное изменение затрат на производство всей продукции по цеху, в том числе: а) за счет увеличения объема производства, б) за счет снижения себестоимости;

5) влияние динамики физического объема производства и себестоимости единицы продукции на общую себестоимость: а) брикетов, б) «Эскимо»;

6) изменение (в среднем по цеху) производительности труда, если затраты времени на всю продукцию в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличились на 10%.

II. Изобразите с помощью знаков Варзара взаимосвязь индексов:

1) себестоимости, физического объема продукции и затрат времени на производство продукции;

2) трудоемкости, физического объема продукции и затрат времени на всю продукцию.

Задача № 255. Производство и себестоимость продукции колхоза характеризуются следующими данными:

Виды продукции	Себестоимость 1 ц (руб.)			Произведено в отчетном году (ц)
	в базисном году	в отчетном году		
		по плану	фактически	
Зерно . . . . .	2,8	2,5	2,3	24000
Овощи . . . . .	2,6	2,3	2,4	20000
Картофель . . . . .	2,3	2,0	2,0	18000

1. Вычислите индивидуальные и сводные индексы себестоимости единицы продукции: а) планового задания, б) выполнения плана, в) динамики.

2. Определите сумму экономии (по всей продукции): а) по плану, б) фактически (по сравнению с планом и по сравнению с предыдущим годом).

Задача № 256. По химфармзаводу имеются следующие данные о выпуске продукции и ее себестоимости:

Наименование продукции	Единица измерения	Себестоимость единицы продукции (руб.)			Произведено в отчетном году
		средне-годовая за предыдущий год	по плану на текущий год	фактическая за отчетный год	
Натуральный желудочный сок . . . . .	тыс. флаконов	380	390	389	800
Витамины Е 5%-ый . . . . .	тыс. упаковок	1'6	116	113	400
Витамины Е 10%-ый . . . . .	"	213	212	208	1000

Определите изменение себестоимости единицы продукции в целом по заводу и соответствующие суммы экономии (перерасхода):

1) фактически по сравнению с планом;

2) фактически по сравнению с прошлым годом;

3) по плану на отчетный год по сравнению с прошлым годом.

Задача № 257. По керамическому заводу имеются следующие данные:

Виды изделий	Произведено продукции		Общие затраты на производство (тыс. руб.)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Плитка для полов — тыс. м <sup>2</sup> . . . . .	500	540	210	216
Кирпич пустотелый — тыс. шт. . . . .	16000	18000	150	162

Определите:

1) снижения себестоимости единицы продукции по каждому виду изделий и по обоим изделиям вместе (в процентах);

2) экономии, полученную заводом от снижения себестоимости единицы продукции, в том числе при производстве каждого ее вида;

3) абсолютный прирост затрат на производство плитки для полов за счет изменений объема производства и себестоимости единицы изделий.

Задача № 258. По управлению имеются следующие данные:

Предприятие	Базисный период		Отчетный период	
	себестоимость добычи 1 т угля (руб.)	общая сумма затрат (тыс. руб.)	себестоимость добычи 1 т угля (руб.)	общая сумма затрат (тыс. руб.)
Шахта № 1 . . . . .	8,5	1700	8,3	1826
Шахта № 2 . . . . .	8,0	2400	7,9	2765
Угольный разрез . . . . .	4,0	1600	3,8	2090

1. Определите изменение себестоимости 1 т угля по каждому предприятию и по управлению в целом.

II. Рассчитайте по управлению в целом:

1) общую сумму экономии за счет снижения себестоимости добычи угля;

2) относительный (в процентах) рост физического объема добычи угля;

3) изменение средней себестоимости 1 т угля;

4) влияние на изменение средней себестоимости 1 т угля:

а) изменения себестоимости добычи угля на отдельных предприятиях и б) структурных сдвигов в объеме добычи угля;

5) влияние на общую сумму затрат: а) увеличения физического объема добычи угля, б) снижения средней себестоимости 1 т угля.

Задача № 259. По одному из станкостроительных заводов имеются следующие данные об общих издержках производства и изменении себестоимости продукции:

Виды изделий	Сближе индексы производства (тыс. руб.)		Изменение себестоимости (в процентах к базисному периоду)
	базисный период	отчетный период	
Витрозрезный станок . . .	150,0	174,6	+3
Товарный станок . . .	289,0	323,0	-5

Определите:

- 1) среднее изменение себестоимости продукции по заводу в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 2) на сколько процентов увеличился физический объем производства продукции по заводу в целом.

**Задача № 260.** По одному из колхозов имеются следующие данные:

Виды продукции	Себестоимость 1 т в базисном году (руб.)	Произведено в базисном году (ц)	Индивидуальные индексы физического объема производства
Мясо . . .	110	12 000	1,10
Молоко . . .	16	15 000	1,15

Определите, как в среднем изменился физический объем продукции животноводства по колхозу.

**Задача № 261.** Имеются следующие данные о выработке продукции, затратах сырья и ценах на сырье:

Изделия	Выработано продукции в отчетном периоде (штуки)	Затраты сырья на единицу продукции (кг)		Цена единицы сырья (руб.)	
		базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
№ 1	12 000	14	13	0,5	0,4
№ 2	4 000	13	12	0,7	0,6

Определите:

- 1) индивидуальные индексы норм и цен;
- 2) общие индексы цен, норм и затрат на материалы;
- 3) размер экономии (перерасхода) сырья в отчетном периоде по сравнению с базисным на производство всей продукции.

**Задача № 262.** По одной из мебельных фабрик имеются следующие данные о выпуске продукции и затратах сырья:

Виды продукции	Произведено продукции в отчетном периоде (штуки)	Затраты сырья на единицу продукции			
		Базисный период		Отчетный период	
		количество (м <sup>3</sup> )	цена за единицу сырья (руб.)	количество (м <sup>3</sup> )	цена за единицу сырья (руб.)
Столы кухонные . . . . .	200	0,25	5,0	0,20	4,5
Табуретки . . . . .	500	0,12	4,5	0,10	4,2

Определите:

- 1) индивидуальные индексы норм и цен;
- 2) общие индексы цен, норм и затрат на материалы;
- 3) размер экономии (перерасхода) сырья в отчетном периоде по сравнению с базисным в целом по всей продукции.

**Задача № 263.** Имеются следующие данные о себестоимости и физическом объеме производства сельскохозяйственной продукции по двум районам области:

Виды продукции	Октябрьский район		Первомайский район	
	себестоимость 1 т (руб.)	произведено (т)	себестоимость 1 т (руб.)	произведено (т)
Картофель . . . . .	48	2 000	64	1 500
Молоко . . . . .	160	150	170	200
Мясо . . . . .	1 060	120	1 100	250

Определите индивидуальные и сводные территориальные индексы физического объема производства и себестоимости сельскохозяйственной продукции.

**Задача № 264.** Имеются следующие данные о себестоимости и физическом объеме добычи угля на шахтах двух управлений:

Номер шахты	Первое управление		Второе управление	
	себестоимость добычи 1 т (руб.)	добыча угля (тыс. т)	себестоимость добычи 1 т (руб.)	добыча угля (тыс. т)
1	8,0	300	7,8	400
2	8,2	200	8,0	300
3	8,5	500	8,2	600

Определите индивидуальные и сводные территориальные индексы физического объема добычи угля и его себестоимости.

**Задача № 265.** По совхозу имеются следующие данные:

Виды продукции	Базисный год		Отчетный год	
	количество продукции (ц)	затрачено <sup>1</sup> человеко-дней	количество продукции (ц)	затрачено <sup>1</sup> человеко-дней
Зерно . . . . .	44 800	16 000	49 000	12 500
Овощи . . . . .	28 000	17 500	36 000	18 000

Определите:

- 1) уровни производительности труда по каждому виду продукции отдельно за базисный и отчетный годы;
- 2) индивидуальные индексы производительности труда и трудоемкости;
- 3) сводный индекс производительности труда: а) по формуле агрегатного индекса, б) по формуле среднего арифметического индекса;



- 4) индивидуальные и сводный индексы общих затрат времени;  
 5) индивидуальные и сводный индексы физического объема продукции;  
 6) экономию времени в результате роста производительности труда при производстве каждого вида продукции и в целом по всей продукции;  
 7) на сколько центнеров и процентов изменился объем производства за счет изменения затрат времени и производительности труда: а) по каждому виду продукции; б) в целом по всей продукции.

**Задача № 266.** По одному из цехов завода имеются следующие данные о производстве продукции и общих затратах времени:

Виды продукции	Выработано (штук)		Общие затраты времени (человеческо-часов)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Деталь № 1 . . . . .	100	150	500	500
Деталь № 2 . . . . .	150	210	500	700
Деталь № 3 . . . . .	200	280	400	400

I. Определите:

- уровни производительности труда по каждому виду продукции за базисный и отчетный периоды;
- изменение производительности труда при производстве каждого вида деталей и в целом по цеху;
- экономию времени за счет роста производительности труда по каждому виду деталей и в целом по цеху;
- изменение затрат времени при производстве каждого вида продукции и в целом по цеху;
- изменение физического объема производства продукции в целом по цеху;
- абсолютный прирост производства детали № 1 за счет роста производительности труда.

II. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара) взаимосвязь индексов общих затрат времени, производительности труда и физического объема продукции в целом по цеху.

**Задача № 267.** Имеются следующие данные по предприятию за отчетный период:

Показатели	По плану	Фактически
Выпуск продукции в сопоставимых ценах — тыс. руб.	80	107
Отработано человеко-дней . . . . .	400	500

Определите, на сколько процентов выполнен план по производительности труда.

Рассчитайте, как по сравнению с планом изменился фактический выпуск продукции за счет увеличения отработанного времени и за счет роста производительности труда.

**Задача № 268.** Имеются следующие данные по группе колхозов района:

Отрасли	Валовая продукция в сопоставимых ценах (тыс. руб.)		Среднегодовое число работников (человек)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Земледелие . . . . .	8 000	9 840	4 000	4 100
Животноводство . . . . .	4 500	6 400	3 000	3 200

Определите:

- динамику производительности труда по каждой отрасли и по двум отраслям вместе;
- экономию рабочей силы за счет роста производительности труда по каждой отрасли и по двум отраслям вместе;
- прирост продукции сельского хозяйства за счет увеличения численности работников и роста производительности труда в целом по двум отраслям.

**Задача № 269.** По колхозу имеются следующие данные о затратах труда и производстве продукции сельского хозяйства:

Виды продукции	Произведено (тыс. ц)		Затрачено труда (человеческо-дней)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Сахарная свекла . . . . .	10	15	2 500	3 450
Картофель . . . . .	18	20	10 980	10 800
Овощи . . . . .	8	12	13 200	19 680

Определите:

- индивидуальные и общие индексы производительности труда и трудоемкости;
- экономию времени за счет роста производительности труда;
- изменение общих затрат труда в отчетном периоде по сравнению с базисным в целом по всей продукции;
- изменение физического объема производства продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным в целом по всей продукции;
- влияние увеличения физического объема производства и снижения трудоемкости на изменение затрат труда при производстве каждого вида продукции.

**Задача № 270.** По совхозу имеются следующие данные:

Виды продукции	Объем производства (тыс. ц)		Затраты труда на 1 ц продукции (человеческо-дней)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Молоко . . . . .	250	300	1,40	1,35
Шерсть . . . . .	15	20	25,60	26,00
Привес крупного рогатого скота . . . . .	50	60	6,70	6,60

**Определите:**

- 1) изменение производительности труда: а) по каждому виду продукции и б) по всем видам продукции вместе;
- 2) экономии времени за счет роста производительности труда: а) по каждому виду продукции и б) по всем видам продукции в целом;
- 3) изменение общих затрат времени на производство всей продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 4) на сколько процентов увеличился физический объем производства продукции животноводства;
- 5) сколько получено дополнительно продукции каждого вида за счет увеличения затрат времени и сколько за счет роста производительности труда.

**Задача № 271.** По одному из совхозов имеются следующие данные о производстве продукции и затратах времени:

Культуры	Произведено (тыс. ц)			Затраты труда на 1 ц (человеческо-дней)			Закупочные цены (руб. за 1 т)
	базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период		
		по плану	фактически		по плану	фактически	
Сахарная свекла . . . . .	40	45	42	0,35	0,30	0,28	30
Хлопок-сырец . . . . .	2	2,5	2,8	4,8	4,6	4,6	470

**Определите:**

- 1) индивидуальные индексы производительности труда: а) планового задания, б) выполнения плана и в) динамики;
- 2) общие индексы производительности труда: а) планового задания, б) выполнения плана и в) динамики;
- 3) экономии времени за счет роста производительности труда по каждому виду продукции и в целом по всей продукции: а) по плану и б) фактически — по сравнению с базисным периодом;
- 4) общие индексы: а) планового задания, б) выполнения плана и

в) динамики физического объема продукции, приняв в качестве соизмерителя закупочные цены.

**Задача № 272.** Имеются следующие данные по двум колхозам о производстве картофеля и затратах труда на его производство:

Колхозы	Пр изведено (тыс. ц)		Затраты труда на производство (тыс. человеко-дней)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
«Победа» . . . . .	1 200	1 500	720	750
«Рассвет» . . . . .	2 000	3 000	1 000	1 200

**1. Определите:**

- 1) индивидуальные индексы производительности труда;
  - 2) сводные индексы производительности труда: а) переменного состава, б) постоянного (фиксированного) состава, в) структурных сдвигов;
  - 3) общую экономию времени за счет снижения средней трудоемкости: а) за счет роста производительности труда в отдельных колхозах, б) за счет структурных сдвигов;
  - 4) абсолютный прирост производства картофеля в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет изменений: а) затрат времени, б) средней производительности труда;
  - 5) прирост продукции: а) за счет увеличения общих затрат времени и б) за счет роста средней производительности труда (в процентах к общему приросту);
  - 6) сводный индекс общих затрат времени;
  - 7) сводный индекс физического объема производства картофеля.
- II. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара) взаимосвязь индексов физического объема продукции, производительности труда и затрат труда.**

**Задача № 273.** Имеются следующие данные о добыче угля и численности забойщиков по двум шахтам угольного бассейна:

Шахты	Добыча угля (т)		Среднесписочное число рабочих-забойщиков	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
№ 1	37 500	48 000	250	300
№ 2	100 000	154 000	500	700

**Определите:**

- 1) изменение производительности труда на каждой шахте;
- 2) изменение средней производительности труда по обеим шахтам;
- 3) влияние на динамику средней производительности труда:

- а) изменения производительности труда на отдельных шахтах, б) структурных сдвигов в общей добыче угля;
- 4) экономию рабочей силы за счет роста производительности труда на отдельных шахтах;
- 5) на сколько тонн и на сколько процентов увеличилась добыча угля в целом по двум шахтам: а) за счет увеличения численности рабочих-забойщиков и б) за счет роста средней производительности труда.

**Задача № 274.** Имеются следующие данные о добыче руды по трем шахтам угольного бассейна за отчетный период (т):

Шахты	Средняя добыча руды на одного рабочего	Всего добыто руды
№ 1	300	120 000
№ 2	360	126 000
№ 3	400	180 000

Кроме того, известно, что в базисном периоде среднесписочное число рабочих составляло 1100 человек, а руды было добыто 374 000 т.

Определите:

- 1) изменение средней по трем шахтам производительности труда в отчетном периоде;

- 2) на сколько процентов вырос физический объем добычи руды по бассейну;

- 3) как изменилась численность рабочих по бассейну;

- 4) сколько тонн прироста добычи руды было получено в отчетном периоде: а) за счет увеличения числа рабочих и б) за счет роста производительности труда (в двух вариантах: разностным и индексным методами);

- 5) каков прирост добычи угля (в процентах к общему приросту): а) за счет увеличения числа рабочих и б) за счет роста производительности труда (в двух вариантах: используя абсолютные и относительные данные).

**Задача № 275.** По трем однородным предприятиям имеются следующие данные за два периода:

Предприятия	Выработка продукции на 1 рабочего (т)		Удельный вес отдельных предприятий в общей численности рабочих (в процентах)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
№ 1	120	150	30	20
№ 2	200	240	30	35
№ 3	250	280	40	45

Определите, как изменилась средняя производительность труда в целом по всем предприятиям: 1) за счет роста производительности труда на отдельных предприятиях; 2) за счет структурных сдвигов в численности рабочих.

**Задача № 276.** По одному из колхозов района имеются следующие данные:

Виды продукции	Затраты времени на 1 ц (человеко-дней)		Затрачено всего времени в отчетном периоде (человеко-дней)
	базисный период	отчетный период	
Сахарная свекла . . . . .	0,25	0,20	6 000
Картофель . . . . .	0,60	0,50	2 500

Определите:

- 1) индивидуальные индексы производительности труда;
- 2) изменение производительности труда при производстве всей продукции в целом;
- 3) изменение физического объема производства, если известно, что общие затраты времени на оба продукта в отчетном периоде увеличились на 10% по сравнению с базисным;
- 4) экономию времени за счет роста производительности труда по каждому виду продукции и в целом по всей продукции.

**Задача № 277.** Имеются следующие данные по двум бригадам:

Бригады	Всего отработано (тыс. человеко-дней)		Рост производительности труда в отчетном периоде по сравнению с базисным (в процентах)
	базисный период	отчетный период	
№ 1	40	50	10
№ 2	60	75	6

Определите:

- 1) индивидуальные и сводный индексы производительности труда;
- 2) сводный индекс физического объема продукции;
- 3) прирост продукции: а) за счет роста производительности труда и б) за счет увеличения затрат времени (в процентах);
- 4) экономию времени за счет роста производительности труда по каждой бригаде и по двум бригадам вместе.

**Задача № 278.** По двум бригадам имеются следующие данные о выработке продукции и общих затратах времени:

Бригады	Выработка продукции за 1 человеко-день (штук)		Всего затрачено времени в отчетном периоде (тыс. человеко-дней)
	базисный период	отчетный период	
№ 1	50	60	20
№ 2	20	22	80

Определите:

- 1) индивидуальные индексы производительности труда и трудоемкости;
- 2) сводный индекс производительности труда.

Задача № 279. Имеются следующие данные по совхозу:

Виды продукции	Затраты рабочего времени на 1 к (часовых-дней)		Произведено в отчетный период (тыс. п.)
	базисный период	отчетный период	
Зерно . . . . .	0,5	0,45	100
Молоко . . . . .	3,0	2,50	10
Привес крупного рогатого скота . . . . .	18,0	15,00	5

I. Определите:

- 1) изменение производительности труда при производстве каждого вида продукции и в целом по всей продукции;
- 2) изменение физического объема производства в целом по всей продукции, если известно, что затраты времени на всю продукцию возросли на 10%;
- 3) прирост продукции (в процентах к общему приросту) в целом по совхозу: а) за счет увеличения затрат времени и б) за счет роста производительности труда;
- 4) экономию времени за счет роста производительности труда в целом по всей продукции.

II. С помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара) изобразите прирост затрат времени на производство всей продукции за счет изменения выпуска продукции и ее трудоемкости.

Задача № 280. Трудоемкость одной тонны продукции снизилась на 15%, а производство продукции увеличилось на 30%.

1. Определите изменения: а) производительности труда и б) общих затрат времени.
2. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара) индексы физического объема продукции, трудоемкости и общих затрат времени.

Задача № 281. Выработка на одного работника возросла на 40%, а число работников увеличилось на 10%; затраты предприятия на производство продукции увеличились на 45%.

1. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции.

2. Рассчитайте прирост физического объема продукции и затрат на производство за счет соответствующих факторов.

Задача № 282. Выпуск продукции увеличился на 40%, затраты предприятия на выпуск продукции возросли на 33%, а общие затраты времени — на 15%.

Определите:

- 1) как изменилась себестоимость единицы продукции;
- 2) как изменилась производительность труда;
- 3) на сколько процентов увеличился выпуск продукции за счет роста производительности труда;

4) каков прирост продукции (в процентах к общему приросту) был получен: а) за счет увеличения затрат времени и б) за счет роста производительности труда.

Задача № 283. В девятой пятилетке (1971—1975 гг.) в СССР наблюдается рост физического объема производства промышленной продукции на 47%, а производительности труда по этой отрасли — на 38,8%.

Определите:

- 1) как в предстоящем пятилетии изменится численность работающих в промышленности;
  - 2) на сколько процентов будет возрастать физический объем производства промышленной продукции и производительность труда в среднем ежегодно;
  - 3) на сколько процентов увеличится выпуск промышленной продукции за счет увеличения численности работающих и за счет роста производительности труда;
  - 4) какова доля прироста промышленной продукции за счет роста производительности труда в общем приросте (в процентах).
- Задача № 284. По цеху верхнего мужского платья одной из швейных фабрик имеются следующие данные:

Виды продукции	Произведено изделий (тыс. шт.)		Затраты рабочего времени на одно изделие (часовых-дней)		Оптовые цены за единицу (руб.)		Себестоимость единицы изделия (руб.)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Костюмы . . . . .	5	6	1,3	1,2	60	58	45	40
Брюки . . . . .	35	38	0,6	0,5	11	10	8	7
Пальто . . . . .	7	9	2,0	1,9	80	70	60	58

Определите (в целом по цеху):

- 1) как изменилась производительность труда;
- 2) как изменились общие затраты времени;
- 3) какова экономия времени за счет роста производительности труда;
- 4) как изменился физический объем производства продукции;
- 5) как изменились цены;
- 6) какова экономия покупателей за счет снижения цен;
- 7) как изменилась себестоимость единицы изделия;
- 8) какова экономия цеха за счет снижения себестоимости;
- 9) как изменились затраты цеха на производство всей продукции;
- 10) как повлияло на увеличение затрат времени на производство костюмов увеличение физического объема производства и снижение трудоемкости по этому изделию;
- 11) как повлияло на стоимость производства брюк увеличение физического объема производства и снижение цен по этому изделию;

- 12) как изменились затраты на производство палыто в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет увеличения физического объема производства и за счет снижения себестоимости единицы этого изделия;
- 13) на сколько процентов увеличился физический объем производства продукции цеха за счет увеличения затрат времени и за счет роста производительности труда;
- 14) на сколько процентов увеличились затраты на производство продукции за счет увеличения физического объема производства и как на них повлияло снижение себестоимости единицы продукции;
- 15) какова доля прироста продукции за счет увеличения затрат времени и какова — за счет роста производительности труда (в процентах к общему приросту).

Задача № 285. Имеются следующие данные по совхозу:

Виды продукции	Произведено (тыс. ц)		Затраты труда на всю продукцию (тыс. человеко-дней)		Общие затраты на производство (тыс. руб.)		Средняя цена за 1 ц (руб.)
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	
Зерно . . . . .	150	200	30	36	825	1 000	12
Картофель . . . . .	80	100	36	40	512	600	5
Молоко . . . . .	55	60	77	72	924	960	18
Привес крупного рогатого скота . . . . .	6	6	39	36	660	600	120.

Определите:

- как изменился физический объем производства продукции по совхозу в целом (в сопоставимых ценах);
- как изменилась производительность труда при производстве каждого вида продукции и в целом по совхозу;
- какова экономия времени за счет роста производительности труда;
- сколько центнеров зерна получено дополнительно в отчетном периоде за счет увеличения затрат времени и за счет роста производительности труда;
- как изменились общие затраты совхоза на производство всей продукции;
- как изменилась себестоимость 1 ц каждого вида продукции и всей продукции в целом по совхозу;
- какова абсолютная экономия совхоза за счет снижения себестоимости единицы продукции;
- как отразилось на абсолютных затратах совхоза по производству картофеля увеличение физического объема производства и снижение себестоимости этой продукции;
- как изменились затраты совхоза на производство всей про-

- дукции под влиянием роста физического объема производства, а также снижения себестоимости единицы продукции;
- как изменились общие затраты времени в совхозе на производство всей продукции;
- как отразилось на общих затратах времени при производстве молока изменение физического объема производства и снижение трудоемкости этой продукции;
- каковы уровни производительности труда в целом по совхозу; каков абсолютный прирост продукции в целом по совхозу (в сопоставимых ценах), в том числе за счет роста производительности труда и за счет увеличения затрат времени;
- сколько процентов в общем приросте продукции составляет прирост за счет увеличения затрат времени и сколько за счет роста производительности труда.

Задача № 286. Имеются следующие данные по колхозу:

Культуры	Посевная площадь (га)		Урожайность (ц с 1 га)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Пшеница . . . . .	300	350	26	30
Ячмень . . . . .	200	220	20	22
Овес . . . . .	150	150	14	16

Определите:

- как в среднем изменились посевные площади и урожайность по каждой культуре и в целом по всем зерновым культурам;
- как изменился валовой сбор отдельных культур и в целом по всем зерновым культурам;
- какова динамика средней урожайности по этим зерновым культурам;
- каково влияние изменения урожайности отдельных культур на среднюю урожайность зерновых;
- как повлияло на среднюю урожайность изменение структуры посевных площадей под зерновыми культурами;
- каков прирост валового сбора зерновых культур за счет изменения посевных площадей под этими культурами и за счет увеличения средней урожайности;
- сколько процентов в общем приросте валового сбора составляет прирост за счет увеличения посевных площадей и сколько — за счет роста средней урожайности.

Задача № 287. По одному из колхозов района имеются следующие данные о посевной площади и урожайности по двум зерновым культурам:

Культуры	Посевная площадь (га)		Урожайность (ц с 1 га)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Пшеница . . . . .	80	90	8,5	9,0
Овес . . . . .	50	55	9,0	10,0

1. Определите:

- 1) индивидуальные и сводные индексы урожайности, посевных площадей и валового сбора;
- 2) прирост валового сбора по каждой культуре за счет изменения посевных площадей и за счет увеличения урожайности.

II. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара) индексы посевной площади, урожайности и валового сбора.

Задача № 288. По одному из совхозов имеются следующие данные:

Культуры	Урожайность (ц с 1 га)		Валовой сбор (ц)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Пшеница озимая . . . . .	18	22	10 080	13 200
Пшеница яровая . . . . .	12	15	3 120	3 300
Кукуруза на зерно . . . . .	26	30	9 880	12 000

I. Определите:

- 1) динамику урожайности отдельных культур и валового сбора всех зерновых;
- 2) изменение средней урожайности зерновых культур;
- 3) изменение средней урожайности зерновых культур за счет изменения урожайности отдельных культур и за счет изменения структуры посевных площадей;
- 4) абсолютный прирост валового сбора зерновых за счет отдельных факторов;
- 5) прирост валового сбора зерновых, полученный за счет увеличения посевных площадей, а также за счет увеличения урожайности (в процентах к общему приросту).

II. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара) индексы посевной площади, урожайности и валового сбора.

Задача № 289. Имеются следующие данные по колхозу о динамике урожайности и валовом сборе зерновых культур:

Культуры	Валовой сбор (ц)		Рост урожайности в отчетном периоде по сравнению с базисным (в процентах)
	базисный период	отчетный период	
Пшеница яровая . . . . .	5 130	6 480	20
Ячмень . . . . .	3 800	4 600	15
Кукуруза на зерно . . . . .	3 770	4 602	18

I. Определите:

- 1) как изменилась урожайность в целом по всем зерновым культурам;
- 2) как изменилась посевная площадь под этими культурами;

- 3) каков абсолютный прирост валового сбора зерновых за счет расширения посевных площадей и за счет повышения урожайности;
- 4) сколько процентов в общем приросте валового сбора составляет прирост за счет расширения посевных площадей и сколько за счет повышения урожайности.

Задача № 290. Валовой сбор технических культур в совхозе увеличился на 50%, а посевная площадь, занятая под этими культурами, возросла на 20%.

1. Определите, как изменялась урожайность технических культур.

2. Вычислите, сколько процентов в общем приросте валового сбора составляет прирост за счет расширения посевных площадей и сколько за счет роста урожайности.

Задача № 291. Урожайность картофеля в колхозе в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась со 110 до 125 ц с 1 га, а посевная площадь возросла на 8%.

Определите, как изменился валовой сбор картофеля.

Задача № 292. Урожайность сахарной свеклы в отчетном периоде повысилась на 20%, а валовой сбор — на 26%. Общие затраты времени на производство свеклы увеличились на 10%.

Определите:

- 1) как изменилась посевная площадь под этой культурой;
- 2) каков прирост валового сбора свеклы за счет увеличения посевной площади и за счет повышения урожайности;
- 3) как изменилась производительность труда при производстве этой культуры;
- 4) каков прирост валового сбора свеклы за счет увеличения затрат труда и за счет роста производительности труда;
- 5) сколько процентов в общем приросте валового сбора свеклы составляет прирост за счет увеличения затрат времени и сколько — за счет роста производительности труда.

Задача № 293. Поголовье коров в колхозе увеличилось на 25%, а валовой надой молока — в 1,6 раза.

1. Определите, как изменился средний удой от одной коровы.

2. Рассчитайте, сколько процентов в общем приросте валового надоя молока составляет прирост за счет увеличения поголовья коров и сколько за счет увеличения надоя от одной коровы.

Задача № 294. Поголовье коров за пять лет увеличилось с 400 до 600 голов, средний удой от одной коровы повысился на 25%, а затраты на содержание коров возросли на 78,6%.

Определите:

- 1) как изменился валовой надой молока;
- 2) как изменилась себестоимость 1 ц молока;
- 3) на сколько голов увеличивалось поголовье коров в среднем ежегодно;
- 4) на сколько процентов возрастал валовой надой молока в среднем ежегодно.

Задача № 295. За последние восемь лет урожайность сахар-

ной свеклы в совхозе возросла в 1,5 раза, ее валовой сбор увеличился на 65%, а трудоемкость снизилась на 25%.

Определите:

- 1) как изменилась посевная площадь под этой культурой;
- 2) на сколько процентов повысилась производительность труда;
- 3) как изменились общие затраты времени;
- 4) на сколько процентов увеличивались в среднем ежегодно урожайность сахарной свеклы и производительность труда при производстве этой культуры.

**Задача № 296.** В 1972 г. завод выпустил 1500 т продукции, или в 2,5 раза больше, чем в 1968 г. Общие затраты времени на весь выпуск за это время увеличились на 25%.

1. Определите:

- 1) на сколько тонн и на сколько процентов увеличился выпуск продукции за четыре года;
- 2) на сколько тонн и на сколько процентов увеличивался выпуск продукции в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) за период 1969—1972 гг.;
- 3) на сколько процентов повышалась производительность труда в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) в течение четырех лет;
- 4) на сколько процентов увеличивались в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) общие затраты времени;
- 5) на сколько процентов снизилась за 4 года трудоемкость 1 т продукции;
- 6) на сколько процентов снижалась трудоемкость 1 т продукции в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом);
- 7) на сколько тонн и на сколько процентов (по отношению к уровню 1968 г.) увеличился выпуск продукции: а) за счет увеличения общих затрат времени, б) за счет роста производительности труда;
- 8) сколько процентов в общем приросте продукции составляет прирост за счет увеличения общих затрат времени и сколько — за счет роста производительности труда;
- 9) как повлияло увеличение выпуска продукции и снижение трудоемкости 1 т на изменение общих затрат времени.

II. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара):

- а) индексы общих затрат времени, производительности труда и физического объема продукции;
- б) индексы физического объема продукции, трудоемкости единицы продукции и общих затрат времени.

На каждой из диаграмм выделите площади, выражающие влияние изменения факторов-множителей на изменение результирующего показателя (произведения этих факторов).

**Задача № 297.** За пятилетие производство продукции на предприятии возросло с 400 до 720 т, общие затраты времени на весь выпуск увеличились в 1,5 раза, а затраты на производство (общая себестоимость) всей продукции возросли на 44%.

1. Определите:

- 1) на сколько тонн и на сколько процентов увеличился выпуск продукции за пять лет и на сколько тонн и процентов он увеличивался в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом);
- 2) на сколько процентов повышалась в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) производительность труда;
- 3) на сколько процентов на протяжении 5 лет снижались в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) трудоемкость и себестоимость 1 т продукции;
- 4) на сколько тонн и на сколько процентов увеличился выпуск продукции: а) за счет увеличения общих затрат времени, б) за счет роста производительности труда;
- 5) сколько процентов в общем приросте продукции составляет прирост: а) за счет увеличения общих затрат времени, б) за счет роста производительности труда;
- 6) как повлияло увеличение выпуска продукции и снижение трудоемкости единицы продукции на изменение общих затрат времени;
- 7) как повлияло увеличение выпуска продукции и снижение себестоимости единицы продукции на изменение затрат на производство (общей себестоимости) всей продукции.

II. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара):

- 1) индексы общих затрат времени, производительности труда и физического объема продукции;
- 2) индексы физического объема продукции, себестоимости единицы продукции и затрат на производство;
- 3) индексы физического объема продукции, трудоемкости единицы продукции и общих затрат времени.

На каждой диаграмме выделите площади, выражающие влияние изменения факторов-множителей на изменение результирующего показателя (произведения этих факторов).

**Задача № 298.** В одной из областей посевная площадь под рисом в 1970 г. составляла 14 тыс. га. К концу 1975 г. площадь под этой культурой за счет орошения ранее не используемых земель увеличится в 3 раза, а урожайность достигнет 55 ц с 1 га, или возрастет на 10%. К концу пятилетия предусматривается снизить трудоемкость 1 ц риса на 15%, а себестоимость 1 ц его — на 10%.

1. Определите:

- 1) на сколько тонн и на сколько процентов увеличится за пятилетие валовой сбор риса и как он будет увеличиваться в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом);
- 2) на сколько центнеров и на сколько процентов будет увеличиваться урожайность риса в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом);
- 3) на сколько процентов будут снижаться в среднем ежегодно трудоемкость и себестоимость 1 ц риса;

- 4) как изменятся за пять лет затраты на производство риса (общая себестоимость) и общие затраты труда (рабочего времени);
- 5) на сколько процентов повысится производительность труда за пять лет и на сколько процентов она будет возрастать в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом);
- 6) на сколько тонн и на сколько процентов (по отношению к уровню 1970 г.) увеличится валовой сбор риса: а) за счет расширения посевной площади, б) за счет повышения урожайности;
- 7) сколько процентов в общем приросте валового сбора риса составит прирост: а) за счет расширения площади, б) за счет повышения урожайности;
- 8) как повлияют увеличение валового сбора и снижение трудоемкости 1 ц риса на изменение общих затрат рабочего времени;
- 9) как повлияют увеличение валового сбора и снижение себестоимости 1 ц риса на изменение затрат на его производство (общей себестоимости);
- 10) на сколько центнеров и на сколько процентов (по отношению к уровню 1970 г.) возрастет производство риса (валовой сбор): а) за счет увеличения затрат труда, б) за счет роста производительности труда.

11. Изобразите с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара):

- 1) индексы посевной площади, урожайности и валового сбора;
- 2) индексы физического объема продукции (валового сбора), трудоемкости 1 ц и общих затрат труда (рабочего времени);
- 3) индексы физического объема продукции, себестоимости 1 ц и общей себестоимости (затрат на производство);
- 4) индексы общих затрат рабочего времени, производительности труда и физического объема продукции.

На каждой диаграмме выделите площади, выражающие влияние изменения факторов-сомножителей на изменение результирующего показателя (произведения этих факторов).

Задача № 299. Валовой сбор пшеницы в колхозе в 1966 г. составлял 24 000 ц, а в 1972 г. достиг 60 000 ц. Общие затраты времени на производство пшеницы за это же время возросли с 7200 до 12 000 чел.-дней, общая себестоимость (затраты на производство) увеличилась в 1,5 раза. Посевная площадь в колхозе за этот период увеличилась на 50%.

1. Определите:

- 1) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличилась производство пшеницы за весь период и каков был рост в среднем ежегодно;
- 2) на сколько центнеров и на сколько процентов повышалась в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) производительность труда;
- 3) на сколько процентов происходило снижение в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) трудоемкости и себестоимости 1 ц пшеницы;

- 4) на сколько центнеров и на сколько процентов (по отношению к уровню 1966 г.) увеличилось производство пшеницы: а) за счет роста общих затрат времени на ее производство, б) за счет роста производительности труда;
- 5) сколько процентов в общем приросте валового сбора пшеницы составляет прирост: а) за счет увеличения общих затрат времени, б) за счет роста производительности труда;
- 6) на сколько центнеров увеличилось производство пшеницы (по отношению к уровню 1966 г.): а) за счет расширения посевной площади под этой культурой, б) за счет роста урожайности;
- 7) сколько процентов в общем приросте валового сбора пшеницы составляет прирост: а) за счет увеличения посевной площади, б) за счет повышения урожайности;
- 8) как повлияло увеличение выпуска продукции и снижение трудоемкости 1 ц пшеницы на изменение общих затрат времени;
- 9) как повлияло увеличение выпуска продукции и снижение себестоимости 1 ц пшеницы на изменение общей себестоимости валового сбора.

Задача № 300. По двум колхозам района имеются следующие данные о производстве пшеницы:

Колхозы	1970 г.				1973 г.			
	Посевная площадь (га)	Урожайность (ц с 1 га)	Себестоимость 1 ц (руб.)	Трудоемкость (валового сбора) на 1 ц (чел.-дней)	Посевная площадь (га)	Урожайность (ц с 1 га)	Себестоимость 1 ц (руб.)	Трудоемкость (валового сбора) на 1 ц (чел.-дней)
«Расцвет»	400	30	5	0,3	600	48	3	0,2
«1 Мая»	600	30	6	0,4	750	45	4,8	0,3

1. Определите:

- 1) удельный вес каждого колхоза в 1970 и 1973 гг.: а) в общих затратах времени на производство пшеницы, б) в валовом сборе пшеницы, в) в общих затратах на производство (общей себестоимости);
- 2) в целом по обоим колхозам в 1970 и 1973 гг.: а) среднюю урожайность с 1 га, б) среднюю себестоимость 1 ц, в) среднюю выработку за один человеко-день;
- 3) по каждому колхозу и в целом по обоим колхозам: а) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличился валовой сбор пшеницы за весь период и как он возрастал в среднем ежегодно, б) на сколько центнеров и на сколько процентов возрастала в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) производительность труда;
- 4) в целом по обоим колхозам: а) на сколько процентов повышалась в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) средняя урожайность; б) на сколько процентов происходило снижение в среднем ежегодно (по сравнению с предыдущим годом) средней себестоимости и средней трудоемкости 1 ц пшеницы;



- в) на сколько центнеров и на сколько процентов увеличился валовой сбор пшеницы (по отношению к уровню 1970 г.): а) за счет расширения посевных площадей; б) за счет повышения средней урожайности;  
 г) сколько процентов в общем приросте валового сбора пшеницы составляет прирост: а) за счет увеличения затрат времени на ее производство, б) за счет роста производительности труда;  
 д) как повлияло увеличение выпуска продукции и снижение себестоимости 1 ц пшеницы на изменение затрат на ее производство (общую себестоимость);  
 е) какова экономия времени, полученная за счет роста производительности труда.

#### 11. Изобразите:

- с помощью столбчатых диаграмм динамику урожайности, себестоимости и производительности труда по каждому колхозу;
- с помощью секторной диаграммы — структуру валового сбора пшеницы за каждый год;
- с помощью прямоугольной диаграммы (знака Варзара): а) посевную площадь, урожайность и валовой сбор, б) общие затраты времени, производительность труда и валовой сбор пшеницы.

#### Решения типовых задач

**Задача № 230.** 1. Индивидуальный индекс физического объема товарооборота исчисляется по формуле:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} i$$

где  $q_1$  — количество проданного товара в отчетном периоде;  
 $q_0$  — количество проданного товара в базисном периоде.

Так, индивидуальный индекс физического объема товарооборота мяса будет равен:

$$i_q = \frac{9\ 000}{8\ 000} = 1,125, \text{ или } 112,5\%, \text{ и т. д.}$$

2. Сводный индекс физического объема товарооборота исчисляется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} i$$

где  $I_q$  — сводный индекс физического объема товарооборота;  
 $q_0 p_0$  — общая стоимость (товарооборот) каждого товара в базисном периоде;

$q_1 p_0$  — общая стоимость каждого товара отчетного периода по ценам базисного периода.

Тогда:

$$I_q = \frac{9\ 000 \times 2,0 + 2\ 000 \times 1,3 + 25\ 000 \times 0,3}{8\ 000 \times 2,0 + 2\ 500 \times 1,3 + 22\ 000 \times 0,3} = \frac{28\ 100}{25\ 850} = 1,087, \\ \text{или } 108,7\%.$$

Сводный индекс цен исчисляется по формуле:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} i$$

где  $I_p$  — сводный индекс цен;

$p_1 q_1$  — общая стоимость (товарооборот) каждого товара в отчетном периоде.

Тогда:

$$I_p = \frac{1,8 \times 9\ 000 + 1,4 \times 2\ 000 + 0,3 \times 25\ 000}{2,0 \times 9\ 000 + 1,3 \times 2\ 000 + 0,3 \times 25\ 000} = \frac{25\ 500}{28\ 100} = 0,943, \\ \text{или } 94,3\%.$$

Сводный индекс товарооборота исчисляется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} i$$

где  $I_{pq}$  — сводный индекс товарооборота.

Тогда:

$$I_{pq} = \frac{9\ 000 \times 1,8 + 2\ 000 \times 1,4 + 25\ 000 \times 0,3}{8\ 000 \times 2,0 + 2\ 500 \times 1,3 + 22\ 000 \times 0,3} = \frac{25\ 500}{25\ 850} = 1,025, \\ \text{или } 102,5\%.$$

3. Общая сумма экономии или дополнительных затрат покупателя за счет изменения цен определяется на основании индекса цен как разность между числителем и знаменателем дроби.

Так, в нашей задаче население получило экономию в сумме 1600 руб. (26 500 — 28 100), в том числе за счет изменения цен на отдельные продукты:

$$\begin{aligned} \text{мясо } (16\ 200 - 18\ 000) &= -1800 \text{ руб.} \\ \text{творог } (2800 - 2600) &= +200 \text{ »} \\ \text{картофель } (7500 - 7500) &= 0 \\ &= -1600 \text{ руб.} \end{aligned}$$

**Задача № 233.** При решении этой задачи необходимо иметь в виду, что для определения индивидуальных индексов цен необходимо предварительно исчислить цены по каждому виду товаров в базисном и отчетном периодах, используя для этого данные о товарообороте и количестве проданных товаров. Так, цена 1 кг яблок в отчетном периоде составит:

$$p_1 = \frac{p_1 q_1}{q_1} = \frac{35,0}{140,0} = 0,25 \text{ руб. и т. д.}$$

**Задача № 235.** При решении этой задачи необходимо предварительно определить количество проданного картофеля по каждому сектору торговли отдельно за отчетный и базисный периоды. Так, за прошлый год на колхозном рынке было продано:

$$q_0 = \frac{q_0 p_0}{p_0} = \frac{210\ 000}{0,3} = 700\ 000 \text{ кг и т. д.}$$

Задача № 236. 1. В этой задаче сводный индекс цен определяется по формуле среднегармонического индекса:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

где  $p_1 q_1$  — общая стоимость каждого товара в отчетном периоде;  
 $i_p$  — индивидуальный индекс цен.

Тогда:

$$I_p = \frac{660 + 575}{\frac{660}{0,85} + \frac{575}{1,05}} = \frac{1235}{1324} = 0,9327, \text{ или } 93,3\%.$$

2. Общий индекс товарооборота исчисляется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

где  $\sum q_1 p_1$  — сумма товарооборота в отчетном периоде;  
 $\sum q_0 p_0$  — сумма товарооборота в базисном периоде.

Тогда:

$$I_{pq} = \frac{660 + 575}{500 + 550} = \frac{1235}{1050} = 1,1762, \text{ или } 117,6\%.$$

3. Сводный индекс физического объема товарооборота может быть исчислен в двух вариантах:  
а) по агрегатной формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \text{ где } q_1 p_0 = \frac{p_1 q_1}{i_p}.$$

Тогда:

$$I_q = \frac{1324}{1050} = 1,2609, \text{ или } 126,1\%;$$

б) используя взаимосвязь индексов:

$$I_q = \frac{I_{pq}}{I_p} = \frac{1,1762}{0,9327} = 1,261, \text{ или } 126,1\%.$$

4. Сумма экономии определяется как разность между числителем и знаменателем индекса цен:

$$\Theta = 1235 - 1324 = -89 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Задача № 238. 1. В этой задаче сводный индекс физического объема товарооборота определяется по формуле среднего арифметического индекса:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

где  $\sum q_0 p_0$  — сумма товарооборота в базисном периоде;  
 $i_q$  — индивидуальный индекс физического объема товарооборота.

Тогда:

$$I_q = \frac{1,2 \times 16\,000 + 1,1 \times 7\,000 + 0,95 \times 26\,000 + 1,0 \times 56\,000}{16\,000 + 7\,000 + 26\,000 + 56\,000} = \frac{107\,600}{105\,000} = 1,0248, \text{ или } 102,5\%.$$

2. Индекс товарооборота равен:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{100\,190}{105\,000} = 0,9542.$$

3. Зная, что  $I_{pq} = I_q \cdot I_p$ , определяем:

$$I_p = \frac{I_{pq}}{I_q} = \frac{0,9542}{1,0248} = 0,931, \text{ или } 93,1\%.$$

Это значит, что в отчетном периоде по сравнению с базисным цены на овощи снизились в среднем на 6,9%.

Задача № 244. 2. Территориальный сводный индекс физического объема товарооборота можно исчислить по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}}$$

где  $q_B$  — количество товаров, проданных в городе Б;  
 $q_A$  — количество товаров, проданных в городе А;  
 $\bar{p}$  — средняя цена каждого товара.

Тогда:

$$p_{металлы} = \frac{2 \times 4\,000 + 1,8 \times 5\,000}{4\,000 + 5\,000} = 1,89 \text{ руб.};$$

$$p_{оворота} = \frac{1,8 \times 6\,000 + 1,5 \times 7\,000}{6\,000 + 7\,000} = 1,64 \text{ руб.};$$

$$I_q = \frac{5\,000 \times 1,89 + 7\,000 \times 1,64}{4\,000 \times 1,89 + 6\,000 \times 1,64} = \frac{20\,930}{17\,400} = 1,203, \text{ или } 120,3\%.$$

Следовательно, в городе Б было продано товаров на 20,3% больше, чем в городе А.

Территориальный сводный индекс цен может быть исчислен по формуле:

$$I_p = \frac{\sum p_B Q}{\sum p_A Q}$$

где  $p_B$  — цены на товары в городе Б;

$p_A$  — цены на товары в городе А;

$Q$  — количество товаров, проданных в обоих городах вместе.

Тогда:

$$I_p = \frac{1,8 \times 9\,000 + 1,5 \times 13\,000}{2,0 \times 9\,000 + 1,8 \times 13\,000} = \frac{35\,700}{41\,400} = 0,862, \text{ или } 86,2\%.$$

Следовательно, применительно к общему количеству проданных товаров цены в городе Б были на 13,8% ниже, чем в городе А.

Задача № 250. 1. Сводный индекс себестоимости исчисляется по формуле:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$$

где  $\sum z_1 q_1$  — затраты на производство всей продукции в отчетном периоде;

$\sum z_0 q_1$  — какими были бы затраты на производство всей продукции отчетного периода по себестоимости базисного периода.

Тогда

$$I_z = \frac{4,5 \times 20 + 3,8 \times 30}{5,0 \times 20 + 4,6 \times 30} = \frac{204,0}{238,0} = 0,8571, \text{ или } 85,7\%.$$

Следовательно, себестоимость картофеля по двум колхозам снизилась в среднем на 14,3%.

2. Сумма экономии, или дополнительных затрат, за счет изменения себестоимости определяется на основании индекса себестоимости:

$$\sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 204,0 - 238,0 = -24 \text{ (тыс. руб.)},$$

в том числе по колхозу «Победа»: 90,0—100,0 = -10 (тыс. руб.).

3. Зная, что  $I_{zq} = I_z \cdot I_q$ , предварительно определяем индекс физического объема производства по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$$

Тогда:

$$I_q = \frac{20 \times 5,0 + 30 \times 4,6}{18 \times 5,0 + 22 \times 4,6} = \frac{238,0}{191,0} = 1,2447, \text{ или } 124,5\%;$$

$$I_{zq} = 0,8571 \times 1,2447 = 1,0668, \text{ или } 106,7\%.$$

т. е. затраты на производство в целом по обоим колхозам возросли на 6,7%.

4. Сводный индекс себестоимости переменного состава исчисляется по формуле

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$$

Тогда

$$I_z = \frac{90,0 + 114,0}{20 + 30} \cdot \frac{90,0 + 101,2}{18 + 22} = \frac{204,0}{50} \cdot \frac{191,2}{40} = 4,08 : 4,78 = 0,8535, \text{ или } 85,4\%.$$

Следовательно, средняя себестоимость 1 ц картофеля снизилась на 70 коп. (4,08—4,78), или на 14,6%.

Сводный индекс себестоимости постоянного состава исчисляется по формуле:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \quad \text{Тогда:}$$

$$I_z = \frac{204,0}{50} \cdot \frac{238,0}{50} = 4,08 : 4,76 = 0,8571, \text{ или } 85,7\%.$$

Следовательно, средняя себестоимость 1 ц картофеля снизилась на 68 коп. (4,08—4,76), или на 14,3%, за счет снижения себестоимости картофеля в отдельных колхозах.

Сводный индекс структурных сдвигов исчисляется по формуле:

$$I_{стр} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$$

Тогда

$$I_{стр} = \frac{238,0}{50} : \frac{191,2}{40} = 4,76 : 4,78 = 0,9958, \text{ или } 99,6\%.$$

Следовательно, средняя себестоимость 1 ц картофеля снизилась на 2 коп. (4,76—4,78), или на 0,4%, за счет структурных сдвигов в объеме производства.

5. Изменение затрат на производство продукции за счет отдельных факторов определяется так (по колхозу «Рассвет»):

а) за счет увеличения физического объема производства картофеля:

$$P_{z(q)} = (q_1 - q_0) \cdot z_0 = (30 - 22) \times 4,6 = +36,8 \text{ (тыс. руб.)},$$

б) за счет изменения себестоимости 1 ц картофеля:

$$P_{z(q)} = (z_1 - z_0) \cdot q_1 = (3,8 - 4,6) \times 30 = -24,0 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Затраты на производство картофеля по колхозу в целом увеличились на 12,8 тыс. руб. (+36,8—24,0).

Аналогично определяется изменение затрат за счет отдельных факторов по колхозу «Победа».

Абсолютный прирост затрат на производство картофеля по двум колхозам в целом рассчитывается так:

$$P_{zq} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 204,0 - 191,2 = 12,8 \text{ (тыс. руб.)},$$

в том числе:

а) за счет увеличения физического объема производства:

$$P_{z(q)} = (\sum q_1 - \sum q_0) \cdot \bar{z}_0 = (50 - 40) \times 4,78 = +47,8 \text{ (тыс. руб.)};$$

б) за счет изменения средней себестоимости 1 ц картофеля:

$$P_{z(q)} = (\bar{z}_1 - \bar{z}_0) \cdot \sum q_1 = (4,08 - 4,78) \times 50 = -35,0 \text{ (тыс. руб.)}.$$

б. Экономия (35 тыс. руб.) получена за счет двух факторов:

а) за счет структурных сдвигов в объеме производства:

$$P = (\bar{z}' - \bar{z}_0) \cdot \sum q_1 = (4,76 - 4,78) \times 50 = 1,0 \text{ (тыс. руб.)};$$

б) за счет снижения себестоимости 1 ц картофеля в отдельных колхозах:

$$P = (\bar{z}_1 - \bar{z}') \cdot \sum q_1 = (4,08 - 4,76) \times 50 = 34,0 \text{ (тыс. руб.)};$$

Задача № 254. II. Прямоугольная диаграмма (знак Варзара) строится так: на осях координат откладываются факторы-сомножители (или их индексы), тогда площадь прямоугольника будет

изображать результирующий показатель, зависящий от факторов-составляющих.

В данной задаче затраты на производство — результирующий показатель, физический объем производства и себестоимость единицы продукции — факторы, влияющие на общую себестоимость производства.

Тогда в нашей задаче:

$$I_z = \frac{27,32}{29,6} \times 100 = 92,3\%; \quad I_q = \frac{29,6}{25,1} \times 100 = 117,9\% \text{ и}$$

$$I_{zq} = \frac{27,32}{25,10} \times 100 = 108,8\%.$$

Нанесем эти индексы на чертеж, представленный на рис. 6.

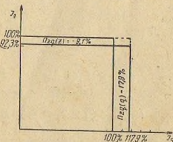


Рис. 6. Взаимосвязь индексов

Задача № 255. 1. Сводные индексы себестоимости исчисляются по формулам:

$$I_{\text{динамика}} = \frac{\sum z_i q_i}{\sum z_0 q_i},$$

$$I_{\text{планового задания}} = \frac{\sum z_{\text{пл}} q_{\text{пл}}}{\sum z_0 q_{\text{пл}}} \text{ или } \frac{\sum z_{\text{пл}} q_i}{\sum z_0 q_i};$$

$$I_{\text{выполнения плана}} = \frac{\sum z_i q_i}{\sum z_{\text{пл}} q_i};$$

где  $z_i q_i$  — общая себестоимость каждого изделия в отчетном периоде;

$z_0 q_i$  — сумма затрат на каждое изделие, выпущенное в отчетном периоде по себестоимости базисного периода;

$\sum z_{\text{пл}} q_{\text{пл}}$  — общая себестоимость каждого изделия по плану;

$z_0 q_{\text{пл}}$  — сумма затрат на каждое запланированное изделие по себестоимости базисного периода;

$\sum z_{\text{пл}} q_i$  — сумма затрат на каждое изделие, выпущенное в отчетном периоде по плановой себестоимости.

Тогда

$$I_{\text{динамика}} = \frac{2,3 \times 24\,000 + 2,4 \times 20\,000 + 2,0 \times 18\,000}{2,8 \times 24\,000 + 2,6 \times 20\,000 + 2,3 \times 18\,000} = \frac{139,2}{159,6} = 0,8722, \text{ или } 87,22\%.$$

$$I_{\text{пл. задания}} = \frac{2,5 \times 24\,000 + 2,3 \times 20\,000 + 2,0 \times 18\,000}{2,8 \times 24\,000 + 2,6 \times 20\,000 + 2,3 \times 18\,000} = \frac{142,0}{159,6} = 0,8897, \text{ или } 88,97\%;$$

$$I_{\text{выполнения плана}} = \frac{2,3 \times 24\,000 + 2,4 \times 20\,000 + 2,0 \times 18\,000}{2,5 \times 24\,000 + 2,3 \times 20\,000 + 2,0 \times 18\,000} = \frac{139,2}{142,0} = 0,9803, \text{ или } 98,03\%.$$

Задача № 261. 2. Общие индексы цен, норм и затрат на материалы рассчитываются по формулам:

$$I_{\text{цен}} = \frac{\sum p_i n_i q_i}{\sum p_0 n_i q_i}, \quad I_{\text{норм}} = \frac{\sum n_i p_0 q_i}{\sum n_0 p_0 q_i}, \quad I_{\text{затрат}} = \frac{\sum p_i n_i q_i}{\sum p_0 n_0 q_i},$$

$n_0$  — расход сырья на единицу продукции в базисном периоде;

$n_i$  — расход сырья на единицу продукции в отчетном периоде.

$$I_{\text{цен}} = \frac{\sum p_i n_i q_i}{\sum p_0 n_i q_i} = \frac{0,4 \times 13 \times 12\,000 + 0,6 \times 12 \times 4\,000}{0,5 \times 13 \times 12\,000 + 0,7 \times 12 \times 4\,000} = \frac{91\,200}{111\,600} = 0,817, \text{ или } 81,7\%;$$

$$I_{\text{норм}} = \frac{\sum n_i p_0 q_i}{\sum n_0 p_0 q_i} = \frac{13 \times 0,5 \times 12\,000 + 12 \times 0,7 \times 4\,000}{14 \times 0,5 \times 12\,000 + 13 \times 0,7 \times 4\,000} = \frac{111\,600}{120\,400} = 0,926, \text{ или } 92,6\%;$$

$$I_{\text{затрат}} = \frac{\sum p_i n_i q_i}{\sum p_0 n_0 q_i} = \frac{0,4 \times 13 \times 12\,000 + 0,6 \times 12 \times 4\,000}{14 \times 0,5 \times 12\,000 + 13 \times 0,7 \times 4\,000} = \frac{91\,200}{120\,400} = 0,757, \text{ или } 75,7\%.$$

Сумма экономии (перерасхода) материалов определяется на основании индекса норм. Тогда

$$\text{экономика} = \sum n_i p_0 q_i - \sum n_0 p_0 q_i = 111\,600 - 120\,400 = -9\,800 \text{ (руб.)}.$$

Задача № 265. 2. Индивидуальные индексы производительности труда могут быть исчислены по формулам:

$$a) i_T = \frac{q_i}{T_i} \cdot \frac{q_0}{T_0}; \quad б) i_T = \frac{t_0}{t_i};$$

$\frac{q_i}{T_i}$  — уровень производительности труда в отчетном периоде;

$\frac{q_0}{T_0}$  — уровень производительности труда в базисном периоде;

$t_0$  — затраты времени на единицу продукции в базисном периоде;

$t_i$  — затраты времени на единицу продукции в отчетном периоде.

В данной задаче удобнее применить первую формулу.

Тогда

$$i_q (\text{зерна}) = \frac{49\,000}{12\,500} : \frac{44\,800}{16\,000} = 1,4;$$

$$\frac{i_q (\text{овощей})}{T} = \frac{36\,000}{18\,000} : \frac{28\,000}{17\,500} = 1,25.$$

3. Сводный индекс производительности труда может

исчислен:  
а) по формуле агрегатного индекса:

$$I_q = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1};$$

где  $\sum t_1 q_1$  — общие затраты времени на всю продукцию в отчетном периоде;

$\sum t_0 q_1$  — общие затраты времени на всю продукцию отчетного периода при трудоемкости базисного периода.

Тогда

$$I_q = \frac{0,357 \times 49\,000 + 0,625 \times 36\,000}{12\,500 + 18\,000} = 1,31;$$

б) по формуле среднего арифметического индекса:

$$I_q = \frac{\sum \frac{T_1}{T_0}}{\sum T_1};$$

$$I_q = \frac{1,4 \times 12\,500 + 1,25 \times 18\,000}{40\,000} = \frac{40\,000}{30\,500} = 1,31.$$

4. Сводный индекс общих затрат времени исчисляется по формуле:

$$I_T = \frac{\sum T_1}{\sum T_0};$$

Тогда

$$I_T = \frac{30\,500}{33\,500} = 0,910.$$

5. Сводный индекс физического объема продукции исчисляется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}.$$

Тогда

$$I_q = \frac{49\,000 \times 0,357 + 36\,000 \times 0,625}{16\,000 + 17\,500} = \frac{40\,000}{33\,500} = 1,194.$$

Этот индекс может быть исчислен и так:

$$I_q = I_q \cdot I_T = 1,31 \times 0,910 = 1,194.$$

6. Общая экономия времени за счет роста производительности труда составила 9500 человеко-дней (30 500—40 000).

7. Прирост производства зерна за счет отдельных факторов

за счет изменения затрат времени:

$$(I_{qT}) = (T_1 - T_0) \frac{q_0}{T_0} = (12\,500 - 16\,000) \times 2,8 = -9\,800 \text{ (ц)}.$$

б) за счет роста производительности труда:

$$(I_q) = \left( \frac{q_1}{T_1} - \frac{q_0}{T_0} \right) T_1 = (3,92 - 2,8) \times 12\,500 = +14\,000 \text{ (ц)}.$$

Задача № 286. 1. Индивидуальные индексы урожайности:

$$i_u = \frac{u_1}{u_0};$$

где  $u_0$  — урожайность каждой культуры в базисном периоде;

$u_1$  — урожайность в отчетном периоде.

Индивидуальные индексы посевных площадей:

$$i_h = \frac{h_1}{h_0};$$

где  $h$  — посевная площадь под отдельными культурами.

Сводный индекс урожайности равен:

$$I_u = \frac{\sum u_1 h_1}{\sum u_0 h_1} = \frac{30 \times 350 + 22 \times 220 + 16 \times 150}{17\,740} = \frac{15\,600}{15\,600} = 1,137, \text{ или } 113,7\%.$$

Сводный индекс посевных площадей равен:

$$I_h = \frac{\sum h_1 u_0}{\sum h_0 u_0} = \frac{350 \times 26 + 220 \times 20 + 150 \times 14}{13\,900} = \frac{15\,600}{13\,900} = 1,122, \text{ или } 112,2\%.$$

2. Сводный индекс валового сбора:

$$I_{uh} = \frac{\sum u_1 h_1}{\sum u_0 h_0} = \frac{17\,740}{13\,900} = 1,276, \text{ или } 127,6\%.$$

3. Сводный индекс урожайности переменного состава исчисляется по формуле:

$$I_{\bar{u}} = \frac{\sum u_1 h_1}{\sum h_1} : \frac{\sum u_0 h_0}{\sum h_0};$$

где  $u_0 h_0$  — валовой сбор по отдельным культурам в базисном периоде;  
 $u_1 h_1$  — валовой сбор по отдельным культурам в отчетном периоде;  
 $h_0$  и  $h_1$  — посевная площадь в базисном и отчетном периодах.

Тогда

$$I_{\bar{u}} = \frac{30 \times 350 + 22 \times 220 + 16 \times 150}{350 + 220 + 150} : \frac{26 \times 300 + 200 \times 20 + 14 \times 150}{300 + 200 + 150} =$$

$$= \frac{17740}{720} : \frac{13900}{650} = \frac{24,64}{21,38} = 1,152.$$

4. Сводный индекс урожайности постоянного состава исчисляется так:

$$I_{\bar{u}} = \frac{\sum u_1 h_1}{\sum u_0 h_1} = \frac{17740}{15600} = 1,137.$$

5. Общий индекс структурных сдвигов исчисляется по формуле

$$I_{\text{структурных сдвигов}} = \frac{\sum u_0 h_1}{\sum h_1} : \frac{\sum u_0 h_0}{\sum h_0} = \frac{21,66}{21,38} = 1,013.$$

6. Прирост валового сбора зерновых за счет отдельных факторов составили:

а) за счет увеличения посевных площадей:

$$P_{\text{пл}}(h) = (\sum h_1 - \sum h_0) \bar{u}_0 = (720 - 650) \times 21,38 = 1496,6 \text{ (ц)};$$

б) за счет повышения урожайности:

$$P_{\text{пл}}(u) = (\bar{u}_1 - \bar{u}_0) \sum h_1 = (24,64 - 21,38) \times 720 = 2347,2 \text{ (ц)}.$$

7. Следовательно, 39% общего прироста валового сбора получили

за счет увеличения размера посевных площадей ( $\frac{1447}{3840} \times 100$ ), а 61% — за счет повышения урожайности.

## ГЛАВА II. СВОДКА И ГРУППИРОВКА МАТЕРИАЛОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

а) Распределение рабочих завода по квалификации.

Квалификационный разряд	Разряды						Итого
	1	2	3	4	5	6	
№ 1	1	2	3	5	8	1	20
№ 2	6	7	6	5	4	2	30
№ 3	9	19	12	6	2	2	50
Итого	16	28	21	16	14	5	100

## ГЛАВА III. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

- а) Процент выполнения плана: по СМУ № 1 — 107,1%; по СМУ № 2 — 94,4%.  
 б) Фактический объем реализованной продукции (тыс. руб.): за I квартал — 717,4, за II квартал — 779.  
 в) 100,2%.  
 г) Средний вес женщины: 1926 г. — 51,7%; 1939 г. — 52,1%.  
 д) Производство продукции на душу населения в 1960 г.: стали — 305 кг, нефти — 690 кг, электроэнергии — 1364 квт-ч; в 1970 г.: стали — 478 кг, нефти — 1454 кг.

## ГЛАВА IV. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

- а) У первого комбайна — выше на 2,3 га.  
 б) 2,9.  
 в) 39 км/час.  
 г) 31,3 км/час.  
 д) 17,1 мин.  
 е) 24,3%.  
 ж) 1) 88,2 коп.; 2) 1,68 млн. руб.  
 з) 1) а) 102,8%; б) 104,7%; в) 103,8%; 3) 101,8%; 102,4%.  
 и) 1) 553,2 тыс. шт.; 659,0 тыс. шт.; 1212,2 тыс. шт.; 2) 92,2; 94,1; 93,2; 3) 39,5%; 60,5%.  
 к) 1) 3,67 кг; 4,0 кг.  
 л) 1) 4,94 га; 5,88 га.  
 м) 107,1%; 105,7%.  
 н) 1) 23,4 коп.; 25,8 коп.; 24,5 коп.; 2) 1-й рынок — 27 коп.; 3) 3750 т; 918,3 тыс. руб.  
 о) 1) а) 22,2 ц; б) 14,36 руб.; в) 67 кг; г) 1,5 человеко-дня; д) 5,52 руб.; 2) а) 3700 ц; б) 167 коров; в) 53 133 руб.; г) 5540 человеко-дней; д) 30 582 руб.  
 п) 1) а) 20 т; б) 21,25 руб.; в) 425,2 руб.; г) 2,36 человеко-дня; 2) а) 166,6 га; б) 3333,4 т; в) 70366 руб.  
 р) 1) а) 71,67 ц; б) 2,79 руб.; в) 171,6 руб.; 2) а) 14333 т; в) 40 000 руб.  
 с) 24,5%; 25,4%.  
 т) Для завода в целом (%): 1) 135,8; 4) 127,5; 5) 128,0.  
 у) 1-е звено: 1) 22 кг; 2) 20 кг; 3) 6 кг; 4) 50; 5) 7,07 кг; 6) 32,1%.  
 ф) 0,16; 0,0196; 0; 0,227; 0,24.  
 х) 1) 13,85; 16,89; 2) 12,69; 3) 0,907; 4) 13,59.

105. 1) 370±50,2 руб.; 2) 38±3,12%; 3) 2019 человек; 4) 2172 человека.  
 109. 1) 28,9±1,8 лет; 2) 22±3,9%; 3) 83 человека; 4) 97 человек.  
 110. 1) 133,85±6,27 руб.; 2) 11±3%; 3) 72 человека; 4) 98 человек.  
 111. 1) 3200±49,6 кг; 2) 4,0±0,6%; 3) 80±5,0%.  
 112. 0,24 кг.  
 113. а) 649 человек; б) 666 человек.  
 115. 2,79%.  
 116. 10±0,15%.  
 117. 100.  
 118. 1) 10; 2) 6120.  
 119. 1) 21; 2) 7210.  
 121. 3) 34 человека; 4) 85 человек.  
 122. 1) 7,23 руб.; 2) 0,7887; 0,9625.  
 123. 2±0,56.  
 124. 2500.  
 126. 1) 172±4,14 руб.; 2) 20±3,15%; 3) 107 человек; 4) 109 человек.  
 127. 4,9±0,12%.  
 128. 68.  
 131. 46±2,7.  
 132. 45±4,2.  
 133. 8±0,77.  
 135. 1) 0,35; 2) 25±1,9; 25±2,6.

ГЛАВА VI. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗИ

142. 1) 3,52 и 3,73 тыс. руб.; 2) 7,9 и 7,8 часа; 3) 225 и 220 чел.  
 146. Образован три группы предприятий по размеру основных производственных фондов — до 3 млн. руб., от 3 до 8 млн. руб. и от 8 млн. руб. и более получаем следующую аналитическую таблицу:

Группы предприятий по размеру основных производственных фондов (млн. руб.)	Количество предприятий	Среднесписочная численность работающих (человек)	Объем продукции			
			всех предприятий (млн. руб.)	в среднем		в среднем (руб.)
				на одно предприятие (млн. руб.)	на одно предприятие (млн. руб.)	
До 3,0	15	10 766	73,6	4,9	6,8	
От 3,0 до 8,0	27	37 164	275,8	10,2	7,4	
От 8,0 и более	8	19 070	200,6	25,1	10,5	
Итого	50	67 000	550,0	11,0	8,2	

153. 1)  $\bar{y}_x = 1,516 + 0,145x$ ; 2) 0,49.  
 154. 1)  $\bar{y}_x = 0,0156 + 2,152x$ .  
 155. 1)  $\bar{y}_x = 6,0 + 1,23x$ .  
 156.  $\bar{y}_x = -1,47 + 1,39x$ .  
 157.  $\bar{y}_x = 4346 + 28,4x$ .  
 159. 1)  $\bar{y}_x = 0,58 + 0,91x$ ; 2) 0,837; 3) 0,03; 4) 0,70; 5) 0,949.  
 160. 1)  $\bar{y}_x = 2,84 + 8,83x$ ; 2) 0,67; 3) 0,055; 4) 0,45; 5) 0,949.  
 162. 0,926.  
 163. 0,94.  
 164.  $\bar{y}_x = -26,0 + 44,1 \lg x$ .  
 178. +0,65.  
 179. +0,248; +0,133; +0,041; 0.  
 181. 0,629.  
 182. 0,576.

- Темп прироста поголовья в колхозах, совхозах и других государственных хозяйствах в 1961—1965 гг.: крупного рогатого скота — (+24,1%), свиней — (+4,4%).  
 В 1970 г. произведено 1673 тыс. т.  
 Численность на конец 1970 г. — 928 тыс. человек.  
 За 5 лет валовой сбор пшеницы возрос на 19,7 тыс. ц, овес — на 3 тыс. ц. Валовой сбор в 1971 г. — 27 тыс. ц.  
 В колхозе «Рассвет» парк тракторов больше на 36%, общая мощность — на 62%.  
 Средний остаток вклада № 1 больше на 6,3%.  
 В колхозе им. Горького количество свиней больше на 63 головы.  
 Средний размер всего фонда в 1971 г. по сравнению с 1970 г. возрос на 5,7%. Средний остаток материала В в I квартале — 11,8 т.  
 В первом районе средняя численность на 12 человек больше.  
 а) 5,04 тыс. руб.  
 Среднегодовые темпы общего производства по плану на 1971—1975 гг.: электричество — 4,7; газ — 10,1; электроэнергия — 7,5; минеральные удобрения — 10,4; химические волокна — 11,3.  
 Абсолютный прирост был выше среднего за восьмью пятилетку в 1968 и 1970 гг. относительный прирост — в 1965 и 1968 гг.  
 Среднегодовой валовой сбор в среднем ежегодно увеличивался (%): пшеницы — на 5,9, овес — на 5,4, подсолнечника — на 3,7.  
 Коэффициенты ускорения в 1966—1970 гг. по сравнению с 1961—1965 гг.: шерстяных тканей — 5,6 раза, льняных — 4,3 раза, шелковых — 2,1 раза; по хлопчатобумажным тканям коэффициент замедления — 1,1 раза.  
 Коэффициенты опережения в 1966—1970 гг. (по отношению к хлопчатобумажным тканям): шерстяных — 2,9 раза, льняных — 2,3 раза, шелковых — 3,2 раза.  
 Коэффициент опережения за 1961—1970 гг. — 1,08 раза.  
 По промышленной продукции коэффициент опережения: по отношению к ФРГ — 1,3 раза, к США — 2,2 раза, к Англии — 2,7 раза.  
 В 1953—1964 гг. численность населения в среднем ежегодно возрастала на 1,2 тыс. человек.  
 Коэффициенты ускорения средних темпов прироста: всех автомобилей — 2,2 раза; легковых автомобилей — 2,6 раза; машин и оборудования для легкой и пищевой промышленности — 1,8 раза; сельскохозяйственных машин — 1,7 раза; тракторов (д. с.) — 1,7 раза; комбайнов — 2,4 раза.  
 Коэффициенты опережения (собственный фонд по отношению к фонду личной собственности): 1961—1965 гг. — 2,3 раза; 1966—1970 гг. — 5,4 раза.  
 Коэффициенты опережения в 1961—1970 гг. (по отношению ко всем комбайнам): тракторов — в физических единицах — 2,5 раза; в 15-сильном исчислении — 3,5 раза, грузовых автомобилей — 2,0 раза, самодвижных комбайнов — 4,3 раза.  
 Среднегодовые темпы прироста (на основе сравнения среднегодовых уровней за 1966—1971 гг. и за 1960—1965 гг. (%): зерно — 4,6; хлопок — 4,3; свекла — 5,1; подсолнечник — 4,2; картофель — 2,4.  
 При выравнивании ценных абсолютных приростов по прямой параметр  $\alpha$  (угловой коэффициент) равен: по зерну — (+0,41), по хлопку — (+0,013), по свекле — (-0,445), по подсолнечнику — (-0,094), по картофелю — (-1,009).  
 Среднегодовые темпы прироста (на основе сравнения среднегодовых уровней (%): по мясу — 4,3; по молоку — 3,9; по ящам — 4,6; по шерсти — 1,9. Экстраполированный уровень 1971 г. равен: при выравнивании уровней по параболе — молока — 1281; шерсти — 429,9; при выравнивании уровней по прямой — мяса — 82,0, яиц — 42,6; при выравнивании ценных приростов по параболе — молока — 82,6, шерсти — 425,7; при выравнивании ценных приростов по прямой — мяса — 13,06, яиц — 45,8.  
 Среднегодовые темпы прироста (на основе сравнения среднегодовых уровней (%): по зерну — 6,2; по хлопку — 3,2; по свекле — 6,7; по подсолнечнику — 3,3.

- Ежегодные абсолютные приросты (на основе выравнивания по прямой): зерну — 0,6; по хлопку — 0,7; по свекле — 11,5; по подсолнечнику — 0,1.
226. Коэффициенты опережения в 1961—1970 гг. (по отношению ко всем товарам в целом): по нефти — 1,5 раза, по газу — 2,6 раза. Те же изменения удельного веса (на основе выравнивания по прямой): по нефти — увеличение за пятилетку на 6,1%, по газу — увеличение на 2,5%, по угле — уменьшение на 8,1%, по прочим видам топлива — уменьшение на 2,5%.
227. Коэффициенты опережения в 1961—1970 гг. (по отношению ко всем видам транспорта): по автомобильному — 1,5 раза; по воздушному — 2,5 раза. Экстраполированный уровень 1971 г. при выравнивании ценных признаков по прямой: по всем видам транспорта — 587,7; по железнодорожному — 278,3; по морскому и речному — 7,0; по автомобильному — 215,9; по воздушному — 87,3. При выравнивании признаков по параболе: по всем видам транспорта — 576,5; по автомобильному — 211,0.
228. Параметры прямых (при отсчете времени от середины периода): I электростанция —  $a_0=112,5$ ,  $a_1=0,84$ ; II электростанция —  $a_0=160$ ,  $a_1=0,64$ ; III электростанция —  $a_0=180$ ,  $a_1=1,69$ . Среднее линейное отклонение (для индексов, исчисленных на основе аналитического выравнивания): I электростанция — 9,86, II — 7,13; III — 16,06. Параметры прямых (при отсчете времени от середины периода): поголовья коров (среднее за месяц) —  $a_0=515$ ,  $a_1=1,3$ ; валовой надой молока —  $a_0=105,0$ ,  $a_1=0,46$ ; удой молока от одной коровы —  $a_0=203$ ,  $a_1=0,4$ . Среднее линейное отклонение (для индексов, исчисленных на основе аналитического выравнивания): по поголовью коров — 2,0, по валовому надою — 22,4, по надоем от одной коровы — 20,5.
229. Параметры прямых (при отсчете времени от середины периода): поголовья коров (среднее за месяц) —  $a_0=515$ ,  $a_1=1,3$ ; валовой надой молока —  $a_0=105,0$ ,  $a_1=0,46$ ; удой молока от одной коровы —  $a_0=203$ ,  $a_1=0,4$ . Среднее линейное отклонение (для индексов, исчисленных на основе аналитического выравнивания): по поголовью коров — 2,0, по валовому надою — 22,4, по надоем от одной коровы — 20,5.
230. Параметры прямых (при отсчете времени от середины периода): поголовья коров (среднее за месяц) —  $a_0=515$ ,  $a_1=1,3$ ; валовой надой молока —  $a_0=105,0$ ,  $a_1=0,46$ ; удой молока от одной коровы —  $a_0=203$ ,  $a_1=0,4$ . Среднее линейное отклонение (для индексов, исчисленных на основе аналитического выравнивания): по поголовью коров — 2,0, по валовому надою — 22,4, по надоем от одной коровы — 20,5.
231. 1) Сводный индекс товарооборота — 134,1%.  
2) Сводный индекс физического объема товарооборота — 151,2%.  
3) Сводный индекс цен — 88,7%.  
4) Экономика — 140 руб.
234. 1) Индивидуальные индексы цен — 0,632; 0,818; 0,935; 0,728; сводный индекс цен — 0,699.  
2) Сводный индекс физического объема реализации — 198%.  
3) Сводный индекс товарооборота — 138,4%.  
4) Экономика от снижения цен — 9925 руб.
237. 1) Сводный индекс цен — 85%.  
2) Экономика — 156 млн. руб.
239. 6,8%.
240. Сводный индекс физического объема реализации 123,2%.
245. Сводные территориальные индексы цен — 0,903; 0,910; 0,822; Сводные территориальные индексы физического объема товарооборота — 1,110; 1,070; 1,191.
246. 2) Сводный территориальный индекс цен — 80,5%; сводный территориальный индекс физического объема товарооборота — 86,4%.  
3) Сводный территориальный индекс физического объема реализации — 115,5%; сводный территориальный индекс цен — 89%.
248. 1) В городе В средние цены на яйца ниже на 19 коп.  
2) Индивидуальные индексы себестоимости — 0,982; 0,969; сводный индекс себестоимости — 98,4%.  
3) Экономика от снижения себестоимости — 29,5 тыс. руб.
252. 1) Себестоимость единицы себестоимости (всей продукции) — 29,5 тыс. руб. по плану на отчетный период — 43,6 тыс. руб.; а) фактически в отчетном периоде — 5,4%; б) фактически в отчетном периоде сравнительно с базисным периодом — 4,6%; в) фактически в отчетном периоде сравнительно с базисным периодом — на 9,9%.  
2) Сумма экономии за счет снижения себестоимости в целом по фабрике: а) по плану на отчетный период — 43,6 тыс. руб.; б) сверх плана — 34,9 тыс. руб.; в) по сравнению с базисным периодом — 78,5 тыс. руб.  
3) а) 119,7%; б) 106,4%; в) 127,3%.

## ГЛАВА VIII. ИНДЕКСЫ

- Сводный индекс себестоимости — 93,4%.  
2) Экономия (по общим видам продукции) — 29,2 тыс. руб.  
3) Сводный индекс физического объема заготовок — 127,3%.  
4) Прямой затрат на производство молока — 800 руб., в том числе: за счет увеличения объема продукции затраты возросли на 19 200 руб., за счет снижения себестоимости 1 ц молока затраты на производство уменьшились на 18 400 руб.  
5) Фактически по сравнению с планом — экономия 11 тыс. руб.  
6) Фактически по сравнению с прошлым годом — экономия 4 тыс. руб.  
7) По плану на отчетный год по сравнению с прошлым годом — дополнительный расход — 7 тыс. руб.
- 2) Себестоимость изделия в целом по заводу снизилась на 7,1%.  
3) Затраты на производство за счет выпуска продукции увеличились на 16 800 руб., за счет снижения себестоимости уменьшились на 10 800 руб.  
4) Сводный индекс себестоимости — 95,7%.  
5) Сводный индекс физического объема продукции — 118,4%.  
6) Фактический объем продукции по колхозу в целом возрос на 10,8%.  
7) Сводный территориальный индекс себестоимости — 112%; сводный территориальный индекс физического объема продукции — 146,1%.  
8) Сводный территориальный индекс себестоимости — 97,0%; сводный территориальный индекс физического объема продукции 129,8%.  
9) Производительность труда в целом возросла на 25,6%.  
10) Экономия времени за счет роста производительности труда — 410 человеко-часов.  
11) Общие затраты времени возросли на 14,3% (по цеху в целом).  
12) Физический объем продукции возрос на 43,6%.  
13) Абсолютный прирост продукции составил (по детали № 1) 50 деталей (прирост получен только за счет роста производительности труда).  
14) Сводный индекс производительности труда — 105,4%; сводный индекс трудоёмкости — 95%.  
15) Экономия времени — 1820 человеко-дней.  
16) Общие затраты труда возросли на 27,2%.  
17) Физический объем производства продукции увеличился на 34%.  
18) При производстве картофеля затраты времени снизились на 180 человеко-дней, в том числе за счет увеличения объема продукции увеличился на 1220 человеко-дней и за счет снижения трудоёмкости уменьшились на 1400 человеко-дней.  
19) Сводные индексы производительности труда: а) переменного состава — 125,6%; б) постоянного состава — 123,3%; в) структурных сдвигов — 101,9%.  
20) Общая экономика времени — 495 тыс. человеко-дней, в том числе: за счет роста производительности труда — 450 тыс. человеко-дней и за счет структурных сдвигов — 45 тыс. человеко-дней.  
21) Добыча угля в целом по двум шахтам увеличилась: за счет увеличения численности рабочих — на 45 825 т и за счет роста средней производительности труда — на 18 700 т.  
22) Возросла на 4,4%.  
23) Возросла на 13,9%.  
24) Возросла на 9,1%.  
25) Возросла на 16,2%.  
26) Возросла на 5,2%.  
27) 1) Сводный индекс производительности труда — 107,6%.  
2) Сводный индекс физического объема продукции — 134,5%.  
3) Экономия времени по двум бригадам — 9,5 тыс. человеко-дней.  
4) Сводный индекс производительности труда — 113,8%.  
5) Выпуск продукции увеличивается на 5,9% — за счет увеличения численности рабочих и на 41,1% — за счет роста производительности труда.  
6) Индивидуальные индексы урожайности — 1,059; 1,111; сводный индекс урожайности — 1,079; сводный индекс посевных площадей — 1,115; сводный индекс валового сбора — 1,204.



ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

I. ВЕЛИЧИНА РАВНОГО ИНТЕРВАЛА (h)

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\text{число групп}}$$

$X_{\max}$  — максимальное значение признака;  
 $X_{\min}$  — минимальное значение признака.

II. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

относительная величина	=	плановое задание на предстоящий период
относительная величина	=	фактическое выполнение за базисный период
относительная величина	=	фактическое выполнение за данный период
относительная величина	=	плановое задание на данный период
относительная величина	=	часть целого
относительная величина	=	все целое
относительная величина	=	размер уровня явления за данный период
относительная величина	=	размер уровня явления за базисный период
относительная величина	=	абсолютный размер одного показателя
относительная величина	=	абсолютный размер другого показателя, связанного с первым
относительная величина	=	размер одной части совокупности
относительная величина	=	размер другой части этой же совокупности
относительная величина	=	размер величины объекта
относительная величина	=	размер одноименной величины другого объекта

III. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Средние

Средняя арифметическая простая (невзвешенная):

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

- 2) Прирост валового сбора проса: всего — 100 ц, в том числе за счет увеличения посевных площадей — 45 ц, за счет роста урожайности — 55 ц.
289. 1) Урожайность в целом по всем культурам возросла на 13,4%.  
 2) Возросла на 4,8%.  
 3) Абсолютный прирост валового сбора зерновых составил: 603,18 ц за счет увеличения размера посевных площадей и 1790,7 ц — за счет роста урожайности.
296. 1) Выпуск продукции за четыре года возрос на 900 т, или на 50%.  
 2) В среднем ежегодно выпуск продукции возрастал на 225 т, или на 14%.  
 3) Производительность труда в среднем ежегодно возрастала на 18,0%.  
 6) Трудоемкость 1 т в среднем ежегодно снижалась на 15,9%.  
 7) Выпуск продукции увеличился на 150 т — за счет увеличения затрат времени и на 750 т — за счет роста производительности труда.
- 8) 16,7% общего прироста продукции получено за счет увеличения затрат времени и 83,3% — за счет роста производительности труда.
297. 1) В среднем ежегодно выпуск продукции возрастал на 12,5%.  
 2) Производительность труда возрастала в среднем ежегодно на 3,75%.  
 3) Трудоемкость снижалась в среднем ежегодно на 3,65%.  
 4) Выпуск продукции увеличился на 200 т — за счет увеличения затрат времени и на 120 т — за счет роста производительности труда.
- 6) Рост выпуска продукции увеличил общие затраты времени на производство этой продукции на 80%, а снижение трудоемкости единицы продукции уменьшило эти затраты на 30%.
298. 1) В среднем ежегодно производство риса будет возрастать на 32,2 тыс. т.  
 2) Урожайность риса в среднем ежегодно будет увеличиваться на 1,95%.  
 3) Себестоимость 1 ц риса будет снижаться в среднем ежегодно на 2,0%.  
 5) Производительность труда за 5 лет возрастет на 17,8%.  
 7) 86% прироста валового сбора риса будет получено за счет освоения ранее не использованных земель и 14% — за счет повышения урожайности.

Средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum x m}{\sum m} \quad .$$

Средняя арифметическая взвешенная по способу моментов

$$\bar{x} = x_0 + h \bar{x}' ;$$

где  $x_0$  — условный нуль;

$h$  — величина, на которую делят разность между значением вариантов и условным нулем ( $x - x_0$ );

$\bar{x}'$  — момент первого порядка, определяемый по формуле

$$\bar{x}' = \frac{\sum \left( \frac{x - x_0}{h} \right) m}{\sum m} .$$

Средняя гармоническая простая (невзвешенная):

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} .$$

Средняя гармоническая взвешенная:

$$\bar{x}_h = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{\frac{M_1}{x_1} + \frac{M_2}{x_2} + \dots + \frac{M_n}{x_n}} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} .$$

Медиана:

$$M_e = x_{M_e} + h_{M_e} \frac{\frac{\sum m}{2} - S_{M_e-1}}{m_{M_e}} ;$$

где  $x_{M_e}$  — начало (нижняя граница) медианного интервала;

$h_{M_e}$  — величина медианного интервала;

$m_{M_e}$  — частота медианного интервала;

$S_{M_e-1}$  — сумма частот, накопленных до медианного интервала.

Мода:

$$M_o = x_{M_o} + h_{M_o} \frac{m_{M_o} - m_{M_o-1}}{(m_{M_o} - m_{M_o-1}) + (m_{M_o} - m_{M_o+1})} .$$

где  $x_{M_o}$  — начало (нижняя граница) модального интервала;

т. е. интервала, имеющего наибольшую частоту;

$h_{M_o}$  — величина модального интервала;

$m_{M_o}$  — частота (или часть) модального интервала;

$m_{M_o-1}$  — частота (или часть) предмодального интервала;

$m_{M_o+1}$  — частота (или часть) послемодального интервала.

## Показатели вариации

Размах вариации:

$$R = x_{max} - x_{min} .$$

Среднее линейное отклонение невзвешенное:

$$\bar{J} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} .$$

Среднее линейное отклонение взвешенное:

$$J = \frac{\sum |x - \bar{x}| m}{\sum m} .$$

Дисперсия при равенстве весов или их отсутствии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} .$$

Дисперсия при неравенстве весов:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 m}{\sum m} .$$

Среднее квадратическое отклонение при равенстве весов:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} .$$

Среднее квадратическое отклонение при неравенстве весов:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 m}{\sum m}} .$$

Дисперсия альтернативного признака:

$$\sigma^2 = p \cdot q .$$

Упрощенные способы расчета среднего квадратического отклонения:

$$a) \sigma = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} ;$$

$$\text{где } \bar{x}^2 = \frac{\sum x^2 m}{\sum m} ; \quad (\bar{x})^2 = \left( \frac{\sum x m}{\sum m} \right)^2 ;$$

b) моментная формула:

$$\sigma = h \sqrt{(\bar{x}')^2 - (\bar{x}')^2} ;$$

$$\text{где } \overline{(x')^2} = \frac{\sum \left( \frac{x-x_0}{h} \right)^2 m}{\sum m}; \text{ а } \overline{x'} = \frac{\sum \left( \frac{x-x_0}{h} \right) m}{\sum m}$$

Коэффициенты вариации:

а) для линейного отклонения:

$$V \cdot B = \frac{d}{x} \cdot 100;$$

б) для среднего квадратического отклонения:

$$V \cdot B = \frac{\sigma}{x} \cdot 100.$$

Правило сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2;$$

где

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 m_i}{\sum m_i} \text{ — средняя из групповых дисперсий;}$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x-x_i)^2 m_i}{\sum m_i} \text{ — групповые, или частные, дисперсии;}$$

$$\delta^2 = \frac{\sum (\overline{x_i} - \overline{x})^2 m_i}{\sum m_i} \text{ — межгрупповая дисперсия.}$$

#### IV. ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

##### Большая выборка

Соотношение между генеральной и выборочной средними:

$$\overline{x} = \tilde{x} \pm \Delta,$$

где  $\overline{x}$  — генеральная средняя;

$\tilde{x}$  — выборочная средняя;

$\Delta$  — предельная ошибка выборки.

Соотношение между генеральной и выборочной дисперсиями:

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \frac{n}{n-1}$$

при  $n \rightarrow N$   $\sigma^2 \cong \sigma_0^2$ .

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta = t \mu,$$

где  $t$  — коэффициент доверия;

$\mu$  — средняя ошибка выборки.

для ошибки выборки при собственно-случайном и механическом отборе:

а) при определении среднего размера изучаемого признака: при повторном отборе:

$$\mu_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}},$$

при бесповторном отборе:

$$\mu_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n} \left( 1 - \frac{n}{N} \right)},$$

$\sigma_0^2$  — дисперсия средней в выборке;

$n$  — объем выборки;

$N$  — объем генеральной совокупности;

б) при определении доли изучаемого признака: при повторном отборе:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}},$$

при бесповторном отборе:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left( 1 - \frac{n}{N} \right)}$$

где  $\omega(1-\omega)$  — дисперсия доли в выборке.

Средняя ошибка выборки при типическом отборе:

а) при определении среднего размера изучаемого признака: при повторном отборе:

$$\mu_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$$

при бесповторном отборе:

$$\mu_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left( 1 - \frac{n}{N} \right)},$$

где  $\sigma_i^2$  — средняя из групповых дисперсий;

б) при определении доли изучаемого признака: при повторном отборе:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\omega_i(1-\omega_i)}{n}};$$

при бесповторном отборе:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\omega_i(1-\omega_i)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

где  $\omega_i(1-\omega_i)$  — средняя из групповых дисперсий.

Средняя ошибка выборки при гнездовом, или серийном отборе:

а) при определении среднего размера изучаемого признака при повторном отборе:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\delta^2}{s}}$$

при бесповторном отборе:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(\frac{S-s}{S-1}\right)}$$

где  $\delta^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{s}$  — межсерийная выборочная дисперсия;

б) при определении доли изучаемого признака при повторном отборе:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\omega_s(1-\omega_s)}{s}}$$

при бесповторном отборе:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{\omega_s(1-\omega_s)}{s} \left(\frac{S-s}{S-1}\right)}$$

где  $\omega_s(1-\omega_s)$  — межсерийная выборочная дисперсия.

Численность выборки при собственно-случайном и механическом отборе:

а) при определении среднего размера изучаемого признака при повторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$$

при бесповторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{\Delta^2 \cdot N + t^2 \sigma^2}$$

б) при определении доли изучаемого признака при повторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \omega(1-\omega)}{\Delta^2}$$

при бесповторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \omega(1-\omega) N}{\Delta^2 N + t^2 \omega(1-\omega)}$$

### Малая выборка

Соотношение между выборочной дисперсией и дисперсией малой выборки:

$$\sigma_{\text{м.в.}}^2 = \sigma^2 \frac{n}{n-1}$$

Предельная ошибка малой выборки:

$$\Delta_{\text{м.в.}} = t_{\Phi} \mu_{\text{м.в.}}$$

$t_{\Phi}$  — нормированное отклонение малой выборки;

$\mu_{\text{м.в.}}$  — средняя ошибка малой выборки:

Средняя ошибка малой выборки:

$$\mu_{\text{м.в.}} = \frac{\sigma_{\text{м.в.}}}{\sqrt{n}}$$

Нормированное отклонение малой выборки:

$$t_{\Phi} = \frac{\bar{x} - x}{\mu_{\text{м.в.}}}$$

Интеграл Стьюдента:

$$P[|t| > t_{\Phi}] = 2[1 - S(t_{\Phi})]$$

### IV. ИЗМЕРЕНИЕ СВЯЗИ

#### Уравнения регрессии

1. Связь при одном факторе:

а) прямолинейная:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$$

система нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$ :

$$a_0 \sum m + a_1 \sum mx = \sum my$$

$$a_0 \sum mx + a_1 \sum mx^2 = \sum myx$$

б) по гиперболе:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$$

система нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$ :

$$a_0 \Sigma m + a_1 \Sigma m \frac{1}{x} = \Sigma my;$$

$$a_0 \Sigma m \frac{1}{x} + a_1 \Sigma m \left( \frac{1}{x} \right)^2 = \Sigma my \frac{1}{x}.$$

в) по параболе второго порядка:

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2;$$

система нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0, a_1$  и  $a_2$ :

$$a_0 \Sigma m + a_1 \Sigma mx + a_2 \Sigma mx^2 = \Sigma my;$$

$$a_0 \Sigma mx + a_1 \Sigma mx^2 + a_2 \Sigma mx^3 = \Sigma myx;$$

$$a_0 \Sigma mx^2 + a_1 \Sigma mx^3 + a_2 \Sigma mx^4 = \Sigma myx^2;$$

г) по полулогарифмической кривой:

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 \log x;$$

система нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$ :

$$a_0 \Sigma m + a_1 \Sigma m \log x = \Sigma my;$$

$$a_0 \Sigma m \log x + a_1 \Sigma m (\log x)^2 = \Sigma my \log x.$$

2. Множественная линейная регрессия при двух факторах:

$$y_{xv} = a_0 + a_1 x + a_2 v;$$

система нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0, a_1$  и  $a_2$ :

$$a_0 m + a_1 \Sigma x + a_2 \Sigma v = \Sigma y;$$

$$a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 + a_2 \Sigma vx = \Sigma yx;$$

$$a_0 \Sigma v + a_1 \Sigma xv + a_2 \Sigma v^2 = \Sigma yv.$$

**Коэффициент эластичности**

$$\Theta = a_1 \frac{x}{y},$$

где  $a_1$  — коэффициент регрессии;

$\bar{x}$  — среднее значение факторного признака;

$\bar{y}$  — среднее значение результирующего признака.

**Коэффициент корреляции**

а) основная формула:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y};$$

$$\overline{xy} = \frac{\Sigma mx y}{\Sigma m}; \quad \bar{x} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m}; \quad \bar{y} = \frac{\Sigma my}{\Sigma m};$$

рабочая формула:

$$r = \frac{\Sigma m_{xy} \cdot \Sigma m_{xy} x' y' - \Sigma m_{xx} x' \cdot \Sigma m_{yy} y'}{\sqrt{[\Sigma m_{xy} \cdot \Sigma m_{xx} (x')^2 - (\Sigma m_{xx} x')^2] [\Sigma m_{xy} \cdot \Sigma (y')^2 m_y - (\Sigma m_{yy} y')^2]}};$$

$x' = \frac{x - x_0}{h_x}$ ,  $y' = \frac{y - y_0}{h_y}$  — условные варианты признаков при разных интервалах.

**Средняя ошибка коэффициента корреляции**

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}};$$

$r$  — коэффициент корреляции;  
 $n$  — объем совокупности.

**Корреляционное отношение**

а) теоретическое:

$$\eta_r = \sqrt{\frac{\sigma^2_{v_x}}{\sigma_y^2}};$$

$\sigma^2_{v_x}$  — дисперсия, вычисленная для теоретических значений результирующего признака, полученных по уравнению регрессии;

$\sigma_y^2$  — дисперсия, вычисленная для эмпирических значений результирующего признака.

б) эмпирическое:

$$\eta_k = \sqrt{\frac{\delta_3^2}{\sigma_y^2}},$$

$\sigma_3^2$  — средний квадрат отклонений эмпирической линии регрессии от линии общей средней ( $\bar{y}$ ), которой определяется по формуле:

$$\bar{\delta}_3^2 = \frac{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}{n};$$

$\bar{y}_i$  — точки эмпирической линии регрессии  $y$  по  $x$  (групповые средние).

### Индекс корреляции

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_y^2(x)}{\sigma_y^2}}$$

где  $\sigma_y^2(x)$  — остаточная дисперсия, мера колеблемости эмпирических значений  $y$  около соответствующих точек теоретической линии связи ( $\tilde{y}(x)$ );  
 $\sigma_y^2$  — общая дисперсия.

### Коэффициент множественной корреляции

1. Совокупный коэффициент корреляции (при двух факторах признаках —  $x$  и  $v$ ):

$$R_{yxv} = \sqrt{\frac{r_{yx}^2 + r_{yv}^2 - 2r_{yx} \cdot r_{yv} \cdot r_{xv}}{1 - r_{xv}^2}}$$

где  $r_{yx}$  — линейный коэффициент корреляции между результирующим и первым факторным признаками;  
 $r_{yv}$  — линейный коэффициент корреляции между результирующим и вторым факторным признаками;  
 $r_{xv}$  — линейный коэффициент корреляции между вторым факторным признаками.

2. Частные коэффициенты множественной корреляции:

а) для измерения силы связи между  $y$  и  $x$ , исключая влияние

$$r_{yx(v)} = \frac{r_{yx} - r_{xv} \cdot r_{yv}}{\sqrt{(1 - r_{xv}^2)(1 - r_{yv}^2)}};$$

б) для измерения силы связи между  $y$  и  $v$ , исключая влияние

$$r_{yv(x)} = \frac{r_{yv} - r_{xv} \cdot r_{yx}}{\sqrt{(1 - r_{xv}^2)(1 - r_{yx}^2)}}.$$

### VI. РЯДЫ ДИНАМИКИ

#### Показатели анализа рядов динамики

Абсолютный прирост:

$$P = y_{cp} - y_b$$

где  $y_{cp}$  — сравниваемый уровень;

$y_b$  — базисный уровень.

Темп роста:

$$T_p = y_{cp} : y_b$$

Темп прироста:

$$a) T_{np} = P : y_b$$

где  $P$  — абсолютный прирост за соответствующий период;

$$б) T_{np} = T_p - 1, \text{ или } T_{np}(\%) = T_p(\%) - 100\%$$

### Средние в рядах динамики

#### Средний уровень

1. В моментном ряду динамики:

а) при наличии исчерпывающих данных о его изменении:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

$y_i$  — уровни, сохранившиеся без изменения в течение времени  $t_i$ ;

б) при наличии данных о его величине на отдельные даты с неравными промежутками времени между ними:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

$y_i$  — средние уровни за промежутки времени между соседними датами;

$t_i$  — продолжительность соответствующих промежутков времени;

в) с равными промежутками времени между датами:

$$\bar{y} = \frac{0,5y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 0,5y_n}{n-1}$$

$y_1$  — уровень на начало периода;

$y_n$  — уровень на конец периода, за который исчисляется средний уровень;

$n$  — число всех уровней;

$n-1$  — длина всего периода, выраженная числом равных промежутков между датами.

2. В интервальном ряду динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

где  $n$  — число всех уровней (а также длина того периода, за который делается расчет).

#### Средний абсолютный прирост

$$1) \bar{P} = \frac{\sum P}{s}$$

где  $P$  — приросты по сравнению с предыдущим годом;  
 $s$  — число приростов.

$$2) \bar{\Pi} = \frac{y_n - y_1}{n-1};$$

где  $y_n$  — конечный уровень,  
 $y_1$  — базисный уровень.

Средний темп роста

$$1) \bar{T}_p = \sqrt[n]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n}$$

где  $T_i$  — цепные темпы роста;  
 $n$  — число темпов.

$$2) \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

Средний темп прироста

$$1) \bar{T}_{пр} = \bar{T}_p - 1;$$

$$2) \bar{T}_{пр}(\%) = T_p(\%) - 100.$$

Коэффициент опережения

$$K_{\text{опережения}} = \frac{\bar{T}_{пр}(>)}{\bar{T}_{пр}(<)}. \quad \text{(среднегодовой)}$$

где  $\bar{T}_{пр}(>)$  — больший среднегодовой темп прироста;  
 $\bar{T}_{пр}(<)$  — меньший среднегодовой темп прироста.

Коэффициент ускорения

$$K_{\text{ускорения}} = \frac{\bar{T}_{пр}(n)}{\bar{T}_{пр}(n-1)}$$

где  $\bar{T}_{пр}(n)$  — среднегодовой темп прироста за тот или иной период времени;

$\bar{T}_{пр}(n-1)$  — среднегодовой темп прироста за предыдущий период.

## VII. ИНДЕКСЫ

Индивидуальные индексы:

1) физического объема (количества) товарооборота:

$$i_q = q_1 : q_0$$

где  $q_1$  и  $q_0$  — количество проданного товара в отчетном и базисном периодах;

2) цен:

$$i_p = p_1 : p_0$$

где  $p_1$  и  $p_0$  — цена единицы товара в отчетном и базисном периодах;

себестоимости:

$$i_z = z_1 : z_0$$

и  $z_0$  — себестоимость единицы изделия в отчетном и базисном периодах;  
производительности труда:

$$a) i_q = t_0 : t_1$$

и  $t_1$  — затраты времени на единицу продукции (трудоемкость) в базисном и отчетном периодах;

$$б) i_q = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0}$$

и  $q_1$  и  $q_0$  — количества изготовленных изделий в базисном и отчетном периодах;

и  $T_1$  и  $T_0$  — затраты времени на изготовление продукции в базисном и отчетном периодах;

урожайности:

$$i_u = u_1 : u_0$$

и  $u_1$  и  $u_0$  — урожайность каждой культуры в отчетном и базисном периодах;

посевных площадей:

$$i_h = h_1 : h_0$$

и  $h_1$  и  $h_0$  — посевная площадь под отдельными культурами в отчетном и базисном периодах.

Общие индексы в агрегатной форме

A. Фиксированного состава:

1) физического объема товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

2) цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

сумма экономии (перерасхода) от изменения цен:

$$\sum p_0 q_1 - \sum p_1 q_1$$

3) товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

4) себестоимости:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$$

5) физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0};$$

6) затрат на производство:

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0};$$

7) производительности труда (по трудоемкости):

$$I = \frac{\sum l_0 q_1}{\sum l_1 q_1};$$

8) урожайности:

$$I_u = \frac{\sum u_1 h_1}{\sum u_0 h_0}.$$

Б. Переменного состава:

1) цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0};$$

2) себестоимости:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0};$$

3) производительности труда:

$$I = \frac{\sum q_1}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0}{\sum T_0};$$

4) урожайности:

$$I_u = \frac{\sum u_1 h_1}{\sum h_1} : \frac{\sum u_0 h_0}{\sum h_0}.$$

### Средние индексы

А. Арифметические:

1) физического объема товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_0 p_0};$$

2) производительности труда:

$$I = \frac{\sum l_1 T_1}{\sum T_1};$$

Б. Гармонические:

1) цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_0}{p_1} p_1 q_1};$$

2) себестоимости:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_0}{z_1} z_1 q_1};$$

### Территориальные индексы

1) физического объема товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum q_B \bar{p}}{\sum q_A \bar{p}};$$

$q_A$  и  $q_B$  — количество товаров, проданных в пунктах А и Б;  
 $\bar{p}$  — средняя цена каждого товара;

2) цен:

$$I_p = \frac{\sum p_B Q}{\sum p_A Q};$$

$p_A$  и  $p_B$  — цены на товары в пунктах А и Б;  
 $Q$  — количество товаров, проданных в обоих пунктах вместе.



Глава I. Статистическое наблюдение	
Задачи № 1—20	1
Глава II. Сводка и группировка материалов статистического наблюдения	
Задачи № 21—44	1
Решения типовых задач	1
Глава III. Относительные величины	
Задачи № 45—59	1
Решения типовых задач	1
✓ Глава IV. Средние величины и показатели вариации	
Задачи № 60—106	1
Решения типовых задач	1
Глава V. Выборочное наблюдение	
Задачи № 107—135	1
Решения типовых задач	1
Глава VI. Статистическое изучение связей	
Задачи № 136—190	1
Решения типовых задач	1
✓ Глава VII. Ряды динамики	
Задачи № 191—229	12
Решения типовых задач	13
✓ Глава VIII. Индексы	
Задачи № 230—300	14
Решения типовых задач	17
Ответы к задачам	18
Приложение. Основные формулы	19

Яков Моисеевич Эрлих  
Федот Григорьевич Долгушевский  
Владимир Сергеевич Козлов  
Павел Ильич Полушин  
Надежда Александровна Вельганенко

Сборник задач по общей теории статистики

Научный редактор Я. М. Эрлих

Редактор Э. Г. Бажан

Техн. редактор В. А. Чирякова. Корректор Г. М. Васильева

Худ. редактор Т. В. Стикло

Обложка художника Т. И. Позореловой

Сдано в набор 7/VI 1973 г. Подписано к печати 5/XI 1973 г. Формат бумаги 60x90/16. Бумага № 3. Объем 13,0 печ. л. Уч.-изд. л. 13,94. Тираж 29 200 экз. А09710. (Тематич. план 1973 г. № 93)

Издательство «Статистика», Москва, ул. Кирова, 39.

Заказ 4068. Цена 49 коп.

Областная типография управления издательств, полиграфии и книжной торговли  
Ивановского облисполкома, г. Иваново-8, ул. Типографская, 6.