

## ДЕТЕРМІНОВАНІ МОДЕЛІ ФАКТОРНОГО ЕКОНОМІЧНОГО АНАЛІЗУ

При дослідженні впливу окремих чинників на зміну результативної економічної ознаки зазвичай використовуються різноманітні моделі зв'язку, які за характером причинно-наслідкових залежностей, що постулюються між змінними, можна умовно розділити на два класи: імовірнісні та детерміновані.

В основі імовірнісних моделей лежить передумова про стохастичний (кореляційний або регресійний) зв'язок між величиною залежної змінної і факторами, що її обумовлюють [1], [2]. Тобто поряд з головними вирішальними чинниками розглядаються також й другорядні та випадкові причини, що визначають варіацію результативної ознаки в просторі та часі. Це досить адекватна постановка задачі, оскільки в реальній економічній дійсності діє саме такий механізм формування рівня більшості показників.

Але слід зауважити, що згідно закону великих чисел з математичної статистики для успішної побудови ймовірнісних моделей будь-яких економічних показників необхідна достатня інформаційна база у вигляді досить великої за об'ємом сукупність спостережень  $N$ . В протилежному випадку (на малих вибірках) стохастичні залежності між змінними не в змозі проявитись у явному вигляді. Цей факт є основною причиною, за якою дані моделі майже не використовуються в фінансово-економічному аналізі, оскільки дослідник зазвичай володіє інформацією всього за 2-3 періоди, зазвичай, за звітний і базисний (плановий) роки.

Детерміновані моделі базуються на передумові про те, що варіація результативної ознаки функціонально обумовлена дією декількох невідповідних факторів. Це означає, що при відомих значеннях чинників величина залежної змінної визначається однозначно, тобто з вірогідністю 1. Хоча вказана гіпотеза й не зовсім адекватна реальній економічній дійсності, але вона дозволяє будувати детерміновані моделі факторного аналізу лише на двох спостереженнях, оскільки функціональні зв'язки проявляються в кожному окремому випадку, для кожного об'єкта дослідження. Саме тому вказані моделі отримали широке розповсюдження в ролі основного інструменту факторного фінансово-економічного аналізу [3-6].

Серед детермінованих моделей найбільш вживаними є наступні чотири види, котрі вирізняються математичною формою зв'язку між змінними.

### 1. Адитивні моделі

$$Y = \sum_{j=1}^m X_j = X_1 + X_2 + \dots + X_m. \quad (1)$$

### 2. Мультиплікативні моделі

$$Y = \prod_{j=1}^m X_j = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m. \quad (2)$$

### 3. Кратні моделі

$$Y = \frac{X_1}{X_2}, \quad Y = \frac{\sum_{j=1}^m X_j}{X_{j+1}}, \quad Y = \frac{X_1}{\sum_{j=2}^m X_j}, \quad Y = \frac{\sum_{j=1}^m X_j}{\sum_{j=1}^n X_j}. \quad (3)$$

4. Змішані (комбіновані) моделі, які представляють собою комбінацію попередніх.

$$Y = \frac{X_1 + X_2}{X_3}, \quad Y = (X_1 + X_2)X_3. \quad (4)$$

Розглянемо застосування вказаних моделей на прикладі дослідження показників бухгалтерського прибутку підприємства.

В факторному фінансово-економічному аналізі бухгалтерського прибутку частіше за інших застосовуються адитивні (1) та мультиплікативні моделі (2), коли результативна ознака  $Y$  розглядається як сума або добуток декількох чинників. Наприклад, згідно зі змістовною формулою валового прибутку ( $Y_B$ ) та на основі інформації форми № 2 «Звіт про фінансові результати» він може бути представлений у вигляді наступної адитивної моделі:

$$Y_B = X_1 - X_2, \quad (5)$$

де  $X_1$  – чистий дохід підприємства (рядок 035 форми № 2);  
 $X_2$  – собівартість реалізованої продукції (робіт, послуг), яка наведена в рядку 040 форми № 2.

Величина валового прибутку (збитку) підприємства, визначена за моделлю (5), міститься в рядку 040 форми № 2.

Чистий прибуток ( $Y_{\text{ч}}$ ) аналізується за допомогою адитивної детермінованої моделі

$$Y_{\text{ч}} = X_3 + X_4 - X_5 - X_6, \quad (6)$$

де  $X_3$  – фінансові результати від звичайної діяльності, що знаходяться в рядку 190 (прибуток) або в рядку 195 (збиток) форми № 2;  
 $X_4$  – надзвичайні доходи (рядок 200 форми № 2);  
 $X_5$  – надзвичайні витрати (рядок 205 форми № 2);  
 $X_6$  – податки з надзвичайних доходів (рядок 210 форми № 2).

Показник чистого прибутку (збитку) підприємства, знайдений за моделлю (6), в залежності від знаку відображається в рядку 220 (прибуток) або в рядку 225 (збиток) форми № 2.

Аналогічно будуються адитивні моделі таких показників, як фінансові результати від операційної діяльності, фінансові результати від звичайної діяльності до оподаткування, фінансові результати від звичайної діяльності

після оподаткування та ін. Указані моделі є звичайним інструментом факторного фінансово-економічного аналізу показників бухгалтерського прибутку підприємства і не викликають ніяких методичних труднощів. Справа в тім, що одним з найважливіших питань дослідження будь-якої економічної ознаки є визначення величини впливу окремих чинників на приріст результативного показника.

Оскільки приріст результативної ознаки  $\Delta Y$  в адитивних моделях складається з прирістів відповідних чинників  $\Delta X_j$ , то жодних методичних проблем не виникає. Тобто можна записати балансове співвідношення:

$$\Delta Y = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \dots + \Delta X_m, \quad (7)$$

яке і надає шукане розкладання загального приросту відповідного показника прибутку за факторами.

Що стосується мультиплікативних моделей типу (2), то вони теж дуже популярні в факторному фінансово-економічному аналізі показників бухгалтерського прибутку підприємства. Наприклад, у простішому двох факторному випадку ( $Y = X_1 \times X_2$ ) валовий прибуток  $Y_B$  можна представити як добуток фізичного об'єму реалізації продукції ( $X_1 = Q$ ) та її прибуткомісткості ( $X_2 = Y_B / Q$ ).

Вихідна факторна система взаємопов'язаних показників може бути штучно ускладнена самим дослідником, якщо праву частину моделі помножити на дріб, в чисельнику та знаменнику якого знаходиться один і той же економічний показник. Так, помноживши попереднє представлення на дріб  $F / F = 1$  (де  $F$  – середній річний розмір основних виробничих фондів), отримаємо трьох факторну модель валового прибутку ( $Y_B = X_1 \times X_2 \times X_3$ ). В ній  $X_1 = F$ ,  $X_2$  – фондоддача  $Q / Y_B$ ,  $X_3$  – прибуткомісткість продукції  $Y_B / Q$ .

Діючи аналогічно, можна далі ускладнювати факторну систему праворуч, отримуючи чотирьох, п'яти і т.д. мультиплікативні моделі. Важливо щоб при цьому виконувалась наступна умова: кожний співмножник (або їх група) у ланцюгу чинників прибутку повинен мати самостійний економічний зміст і дійсно впливати на рівень досліджуваного показника прибутку підприємства.

Наприклад, В.І. Осипов запропонував три види мультиплікативних моделей прибутку, які вирізняються одна від одної ступенем деталізації чинників, що знаходяться в їх правих частинах [7, с.155 ]:

1. Модель прибутку, до складу якої входять чотири *агрегованих* фактори: 1) середня чисельність робітників виробничо-промислового персоналу; 2) продуктивність праці; 3) коефіцієнт реалізації продукції (відношення реалізованої продукції до виробленої товарної продукції за даний період); 4) прибуткомісткість реалізованої продукції.

2. Модель прибутку, до складу якої входять п'ять *деагрегованих* чинників: 1) середня чисельність робітників виробничо-промислового персоналу; 2) фондоозброєність праці; 3) фондоддача; 4) коефіцієнт реалізації продукції; 5) прибуткомісткість реалізованої продукції.

3. Модель прибутку, до складу якої входять сім *деталізованих* чинників: 1) середня чисельність робітників виробничо-промислового персоналу; 2) фондоозброєність праці; 3) частка активної частини основних виробничих фондів; 4) питома виробнича потужність; 5) коефіцієнт використання виробничої потужності; 6) коефіцієнт реалізації продукції; 7) прибуткомісткість реалізованої продукції.

Однак, слід мати на увазі, що при застосуванні мультиплікативних моделей виникає методологічна проблема розкладанні загального приросту результативної ознаки  $\Delta Y$  за факторами внаслідок наступних міркувань. Справа в тім, що мультиплікативна залежність передбачає наявність поряд з адитивним ефектом впливу чинників  $X_1, X_2, \dots, X_m$  на  $Y$  також і додаткового ефекту взаємодії цих факторів. Указаний додатковий вплив зазвичай пояснюється синергетичним ефектом взаємодії зміни чинників, що аналізуються.

Наприклад, якщо постулюється простіша модель  $Y = X_1 \times X_2$ , то приріст  $\Delta Y$  за період часу  $\Delta t = t_1 - t_0$  виражається формулою

$$\Delta Y = X_{10} \Delta X_2 + X_{20} \Delta X_1 + \Delta X_1 \Delta X_2, \quad (8)$$

де  $\Delta X_1, \Delta X_2$  – прирости чинників;

$X_{10}, X_{20}$  – базисні значення чинників;

$t_0, t_1$  – відповідно базисний і звітний періоди часу.

У зв'язку з цим виникає питання: до впливу якого фактора віднести величину  $\Delta X_1 \Delta X_2$ ? Вона, як раз, і представляє собою згадану вище взаємодію основних чинників  $X_1, X_2$ . А може її треба розглядати виокремлено, тобто не відносити до жодного з вихідних факторів? Слід констатувати, що поставлені методологічні питання залишаються дискусійними і не мають однозначної і чіткої відповіді в сучасній економічній літературі.

На даний момент усе розмаїття запропонованих підходів до розкладання загального приросту результативної ознаки за чинниками при використанні в факторному фінансово-економічному аналізі мультиплікативних моделей типу (2) можна умовно поділити на дві групи: 1) статистичні; 2) математичні.

Не втрачаючи загальності, розглянемо їх переваги та недоліки на прикладі чотирьох факторної моделі, яку для простоти представимо у вигляді  $Y = a \times b \times c \times d$ . Почнемо зі статистичних методів вирішення даної проблеми як історично перших і найбільш популярних у факторному фінансово-економічному аналізі.

На нашу думку, саме статистична теорія, зокрема теорія індексів, є тим методологічним підґрунтям, що лежить в основі факторного фінансово-економічного аналізу. Пропозиції німецьких учених другої половини XIX сторіччя Е. Ласпейреса і Г. Пааше [8, с.176-179], які стосувались проблеми зважування несумірних економічних показників при побудові зведених індексів, заклали фундамент статистичного підходу до розкладання

загального приросту результативної ознаки за факторами. Серед них виділяються два основних напрямки, котрі включають декілька модифікацій:

1. Метод ланцюгових підстановок (або метод виявлення взаємопов'язаного впливу факторів).

2. Метод виявлення ізольованого впливу факторів.

Метод ланцюгових підстановок полягає в елімінаванні впливу на  $Y$  всіх чинників, окрім одного. При цьому передбачається, що фактори  $a, b, c, d$  змінюються не одночасно, а в певній послідовності: спочатку змінюється перший, а всі інші залишаються без зміни, потім змінюються другий і т.д. при незмінності останніх. Даний метод домінує в теорії і практиці статистики та економічного аналізу всіх пострадянських країн, є основним підходом до дослідження абсолютних і відносних внесків окремих факторів у зміну результативної ознаки.

При цьому, передусім, будується індекс (зведений або індивідуальний зі статистичними вагами) результативної ознаки  $Y$ . Оскільки при проведенні факторного аналізу прибутку дослідник зазвичай має справу з показниками одного підприємства за два періоду часу – звітним та базисним (плановим), то в даному випадку застосовується саме індивідуальний індекс:

$$z_Y = \frac{Y_1}{Y_0} = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_0}. \quad (9)$$

Метод ланцюгових підстановок виходить з того, що ознака  $a$  є первинною, об'ємною, вираженою абсолютною величиною. Ознака  $b$  є вторинною по відношенню до  $a$ , але первинною по відношенню до  $c$ . Ознака  $c$  є вторинною по відношенню до  $b$ , але первинною по відношенню до  $d$ . Фактори  $b$  і  $c$  часто є відносними величинами структури, відображають питому вагу даних економічних показників в деякому середовищі. Фактор  $d$  – зазвичай якісний відносний показник.

Таким чином, ця система відображає економічну гіпотезу про першочергову зміну первинної по відношенню до всіх інших об'ємної ознаки  $a$ . Наступні зміни всіх інших ознак відбуваються з урахуванням її зміни і т.д. При цьому факторні індекси будуються за такою схемою:

$$z_a = \frac{a_1 b_0 c_0 d_0}{a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad z_b = \frac{a_1 b_1 c_0 d_0}{a_1 b_0 c_0 d_0}; \quad z_c = \frac{a_1 b_1 c_1 d_0}{a_1 b_1 c_0 d_0}; \quad z_d = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_1 b_1 c_1 d_0}. \quad (10)$$

Іншими словами, фактори, вплив яких уже враховано, фіксуються у чисельнику та знаменнику індексу на звітному рівні, а чинники, внесок яких ще належить виміряти, – на базисному рівні.

Відзначимо, що факторний індекс об'ємного показника  $a$  у вираженні (10) будується за принципом Ласпейреса (статистичні ваги зафіксовані на базисному рівні), а факторний індекс якісного показника  $d$  – за принципом Пааше (статистичні ваги зафіксовані на звітному рівні). Подібний порядок побудови зведених індексів є загальноприйнятим для української статистики.

Оскільки чисельник першого індексу в системі (10) збігається зі знаменником другого індексу, а чисельник другого індексу збігається зі

знаменником третього індексу і т.д., утворюючи ланцюжок (звідки й назва методу), то для даного методу справедливо співвідношення:

$$i_Y = i_a \times i_b \times i_c \times i_d. \quad (11)$$

Загальний абсолютний приріст результативної ознаки  $\Delta Y$ , а також частинні прирости за рахунок кожного фактора ( $\Delta Y_a$ ,  $\Delta Y_b$ ,  $\Delta Y_c$ ,  $\Delta Y_d$ ) знаходяться як різниця між чисельником і знаменником відповідних індексів моделі (9), (10). При цьому легко показати, що виконується балансове співвідношення (7), тобто

$$\Delta Y = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d = a_1 b_1 c_1 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0. \quad (12)$$

Відносні прирости визначаються шляхом ділення відповідних абсолютних приростів на базисний рівень результативної ознаки  $Y_0 = a_0 b_0 c_0 d_0$ . З формули (12) випливає, що при застосуванні методу ланцюгових підстановок сума частинних відносних приростів  $\Delta Y_a / Y_0 + \Delta Y_b / Y_0 + \Delta Y_c / Y_0 + \Delta Y_d / Y_0$  дорівнює загальному відносному приросту  $\Delta Y / Y_0$ .

Збіг порядку утворення факторних індексів (10) з правилами побудови зведених індексів, прийнятими в українській статистиці, а також виконання балансового співвідношення (12) вважаються головними перевагами методу ланцюгових підстановок у порівнянні з усіма іншими підходами до факторного індексного й відповідно фінансово-економічного аналізу.

Слід зазначити, що в економічній практиці можна зустріти декілька різновидів даного способу розкладання загального абсолютного (відносного) приросту результативної ознаки  $\Delta Y$  за факторами. Серед них найбільш відомими є метод абсолютних різниць, метод відносних різниць, метод процентних різниць (див. роботи [9-11]).

Виходячи з сучасних реалій інноваційного техніко-економічного розвитку продуктивних сил суспільства, коли якісні стрибки, обумовлені впровадженням новітніх технологічних та інформаційних процесів у виробництво, розподіл і перерозподіл валового внутрішнього продукту, передують кількісним змінам об'ємних показників, ми запропонували використовувати альтернативні моделі факторного економічного аналізу [6], [12]. Зокрема, метод *зворотних ланцюгових підстановок*, який базується на протилежних передумовах у порівнянні з методом звичайних (прямих) ланцюгових підстановок. У методі зворотних ланцюгових підстановок ознака  $d$  вважається первинним якісним показником. Ознака  $c$  розглядається як вторинна щодо  $d$ , але первинна по відношенню до ознаки  $b$ . Ознака  $b$  є вторинною по відношенню до  $c$ , але первинною по відношенню до ознаки  $a$ .

Таким чином, запропонована система відображає економічну гіпотезу про першочергову зміну первинного по відношенню до всіх інших якісного фактора  $d$ , причому наступні зміни всіх інших ознак відбуваються з урахуванням її зміни і т.д. Факторні індекси при даному підході будується за наступною схемою:

$$z_d = \frac{a_0 b_0 c_0 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad z_c = \frac{a_0 b_0 c_1 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_1}; \quad z_b = \frac{a_0 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_0 c_1 d_1}; \quad z_a = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_1 c_1 d_1}. \quad (13)$$

Із системи (13) видно, що так само, як і при використанні традиційного методу ланцюгових підстановок, фактори, вплив яких уже враховано, фіксуються в чисельнику і в знаменнику індексу на звітному рівні, а чинники, внесок яких ще належить виміряти, – на базисному рівні. При цьому також будується ланцюжок взаємопов'язаних індексів (тільки у зворотному напрямку), для яких справедливе співвідношення (11).

Наведемо формули розрахунку абсолютних частинних приростів результативної ознаки  $\Delta Y$  за рахунок кожного з чотирьох факторів за методом зворотних ланцюгових підстановок як різниці між чисельником і знаменником відповідного індексу (13):

$$\begin{aligned} \Delta Y_d &= a_0 b_0 c_0 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_c &= a_0 b_0 c_1 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_1; \\ \Delta Y_b &= a_0 b_1 c_1 d_1 - a_0 b_0 c_1 d_1; \\ \Delta Y_a &= a_1 b_1 c_1 d_1 - a_0 b_1 c_1 d_1. \end{aligned} \quad (14)$$

Очевидно, що для формул (14) виконується балансове співвідношення (12) в його абсолютному та відносному вираженні.

Метод ланцюгових підстановок (або метод виявлення взаємопов'язаного впливу факторів у всіх його різновидах та модифікаціях) поряд з перевагами, про які йшлося вище, має істотні недоліки. Справа в тім, що в реальній економічній дійсності чинники діють одночасно, спільно, і в результаті їх взаємодії з'являється ефект у вигляді додаткового приросту результативного показника (див. третій доданок вираження (8)), який приєднується до вихідних чинників. У зв'язку з цим вплив кожного фактора на зміну результативного показника міняється залежно від місця, на яке він поставлений дослідником в детермінованій моделі. Внаслідок цього в класичному алгоритмі методу ланцюгових підстановок необґрунтовано викривляється вплив усіх чинників, окрім першого об'ємного фактора  $a$ , а в зворотному – всіх, за винятком якісного чинника  $d$ .

Другий статистичний метод (виявлення ізольованого впливу факторів) певним чином долає даний недолік. Він виходить з передумови, що при побудові індексної факторної системи змінюється один із факторів, а решта фіксуються на базисному рівні:

$$z_a = \frac{a_1 b_0 c_0 d_0}{a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad z_b = \frac{a_0 b_1 c_0 d_0}{a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad z_c = \frac{a_0 b_0 c_1 d_0}{a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad z_d = \frac{a_0 b_0 c_0 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_0}. \quad (15)$$

Як видно з формул (15), вимірювання внеску кожного фактора в приріст результативного економічного показника  $\Delta Y$  не залежить від послідовності виявлення впливу інших чинників, тобто відбувається ізольовано, що й зумовило назву даного методу індексного аналізу.

Відзначимо, що всі факторні індекси у вираженні (15) будуються за принципом Ласпейреса. Якщо по відношенню до індексу об'ємного показника  $i_a$  це цілком звично для української статистики, то для  $i_d$  – може викликати певні питання.

Наведемо формули розрахунку абсолютних частинних приростів результативної ознаки  $Y$  за рахунок кожного з чотирьох чинників при використанні методу виявлення ізольованого впливу факторів:

$$\begin{aligned}\Delta Y_a &= a_1 b_0 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_b &= a_0 b_1 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_c &= a_0 b_0 c_1 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_d &= a_0 b_0 c_0 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0.\end{aligned}\tag{16}$$

Очевидно, що для методу прямих ланцюгових підстановок і методу виявлення ізольованого впливу факторів величина  $\Delta Y_a$  співпадає.

З формул (16) випливає, що для системи індексів (9), (15) співвідношення (12) не виконується, тому в мультиплікативну модель вводиться додатковий п'ятий фактор  $e$ , який виражає взаємодію перших чотирьох (основних) чинників  $a, b, c, d$ . Його абсолютний внесок знаходиться за остаточним принципом

$$\Delta Y_e = \Delta Y - (\Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d).\tag{17}$$

Таким чином, метод виявлення ізольованого впливу факторів дозволяє виділити внесок взаємодії основних факторів (ознаки  $e$ ), який, як відомо, в методі прямих ланцюгових підстановок приєднується до вкладу всіх факторів, окрім об'ємного чинника  $a$ , а в методі зворотних ланцюгових підстановок – до внеску всіх чинників, за винятком якісного фактора  $d$ . Даний факт вважається одною з серйозних переваг методу виявлення ізольованого впливу факторів у порівнянні з методом ланцюгових підстановок в його традиційній та зворотній модифікаціях. Хоча обчислювальні процедури при цьому трохи ускладнюються в зв'язку з появою додаткового чинника  $e$  і необхідністю розрахунку розбалансу (17), але долається основний недолік методу ланцюгових підстановок.

Такий підхід забезпечує виконання наступних умов при розкладанні абсолютного (відносного) приросту результативної ознаки за факторами:

- визначення істинного внеску кожного основного чинника в приріст результативної ознаки  $\Delta Y$ ;
- виділення в явному вигляді ефекту взаємодії основних чинників ( $\Delta Y_e$ );
- внесок кожного основного чинника в приріст результативної ознаки  $\Delta Y$  не залежить від його місця в мультиплікативній факторній моделі.

Однак, деякі автори бачать в цьому певні недоліки. Вони вказують на те, що повне розкладання зміни результативної ознаки за факторами не досягається: сума впливів всіх факторів виявляється не рівною загальному приросту результативного показника. Це, на їх думку, є головним недоліком



прийому і причиною того, що він використовується в тих випадках, коли не потрібна висока точність результату, а достатньо лише приблизно оцінити ступінь впливу факторів [9].

На наш погляд, таке твердження не має серйозних наукових підстав, оскільки за рахунок введення додаткового чинника, що відображає взаємодію первинних факторів в реальній економічній дійсності, як раз і досягається повне розкладання зміни результативної ознаки за чинниками.

Розглядаючи систему факторних індексів (15), неважко помітити, що вона будується на базі наступної гіпотези: будь-який фактор із множини  $a, b, c, d$  змінюється першим по відношенню до всіх інших економічних ознак. Очевидно, що цілком правомірною виглядає й така гіпотеза: будь-який чинник із множини  $a, b, c, d$  змінюється останнім в порівнянні з усіма іншими ознаками.

Ми вважаємо, що подібна постановка задачі уявляється цілком реальною в економічній дійсності, тим більше, що з точки зору формальної логіки вона не суперечлива і є «дзеркальною протилежністю» звичайного методу виявлення ізольованого впливу факторів. Звідси випливає система факторних індексів у альтернативному – *модифікованому* методі виявлення ізольованого впливу факторів:

$$z_a = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_1 c_1 d_1}; \quad z_b = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_1 b_0 c_1 d_1}; \quad z_c = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_1 b_1 c_0 d_1}; \quad z_d = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_1 b_1 c_1 d_0}. \quad (18)$$

Як видно з формул (18), модифікований підхід виходить з того, що при побудові індексної факторної системи змінюється один із факторів, а решта фіксуються на звітному рівні. Звідси випливає, що всі факторні індекси у вираженні (19) будуються за принципом Пааше. Якщо по відношенню до індексу якісного показника  $i_d$  це відповідає правилам української статистики, то для  $i_a$  видається певним нонсенсом.

Так само, як і для індексної моделі (9), (15), для системи виразів (9), (18) рівність (12) не виконується, тому в мультиплікативну індексну модель при використанні модифікованого методу виявлення ізольованого впливу факторів теж слід увести додатковий п'ятий чинник  $f$ , який виражає взаємодію перших чотирьох (основних) факторів  $a, b, c, d$ .

Наведемо формули розрахунку абсолютних частинних приростів результативної ознаки за рахунок кожного з п'яти чинників при використанні модифікованого методу виявлення ізольованого впливу факторів:

$$\begin{aligned} \Delta Y_a &= a_1 b_1 c_1 d_1 - a_0 b_1 c_1 d_1; \\ \Delta Y_b &= a_1 b_1 c_1 d_1 - a_1 b_0 c_1 d_1; \\ \Delta Y_c &= a_1 b_1 c_1 d_1 - a_1 b_1 c_0 d_1; \\ \Delta Y_d &= a_1 b_1 c_1 d_1 - a_1 b_1 c_1 d_0; \\ \Delta Y_f &= \Delta Y - (\Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d). \end{aligned} \quad (19)$$

Зіставляючи абсолютні частинні прирости результативної економічної ознаки  $Y$ , отримані за модифікованим методом виявлення ізольованого

впливу факторів, з результатами інших методів факторного індексного аналізу, можна зробити наступні висновки:

1) приріст  $Y$  за рахунок якісного фактора  $d$  збігається з приростом, отриманим за допомогою методу прямих ланцюгових підстановок;

2) приріст  $Y$  за рахунок об'ємного фактора  $a$  збігається з результатом, отриманим за допомогою методу зворотних ланцюгових підстановок.

Останнім часом з'явилося декілька нових методів розкладання абсолютного (відносного) приросту результативної ознаки за факторами, в основі яких лежить математичний апарат, зокрема методи диференціювання, інтегрування, логарифмування [10], [13], [14]. Вони були виділені нами в групу математичних підходів до розкладання загального приросту результативної ознаки за чинниками при використанні в факторному фінансово-економічному аналізі мультиплікативних моделей типу (2). Розглянемо їх дещо детальніше.

*Диференціальний метод* полягає в наступному. Нехай  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$ , де  $f$  – функція, що диференціюється. З курсу математичного аналізу відомо, що абсолютний приріст результативної ознаки  $\Delta Y$  представляється наступним чином:

$$\Delta Y \approx \frac{\partial Y}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial Y}{\partial X_2} \Delta X_2 + \dots + \frac{\partial Y}{\partial X_m} \Delta X_m, \quad (20)$$

де  $\frac{\partial Y}{\partial X_j}$  – перша частинна похідна результативної ознаки  $Y$  за  $j$ -м чинником ( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Відзначимо, що значення всіх похідних беруться в початковій точці, тобто за значеннями змінних у базисному періоді.

Отже, внесок чинника  $X_j$  в загальний приріст результативної ознаки  $\Delta Y$  виглядає так:

$$\Delta Y_j = \frac{\partial Y}{\partial X_j} \Delta X_j. \quad (21)$$

Для прикладу розглянемо чотирьох факторну мультиплікативну модель  $Y = a \times b \times c \times d$ . У ній перші частинні похідні будуть мати наступний вигляд:

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = b_0 c_0 d_0; \quad \frac{\partial Y}{\partial b} = a_0 c_0 d_0; \quad \frac{\partial Y}{\partial c} = a_0 b_0 d_0; \quad \frac{\partial Y}{\partial d} = a_0 b_0 c_0. \quad (22)$$

По визначенню  $\Delta Y = Y_1 - Y_0$ . Отже, отримаємо таке вираження внеску кожного чинника:

$$\begin{aligned} \Delta Y_a &= \frac{\partial Y}{\partial a} \Delta a = b_0 c_0 d_0 (a_1 - a_0) = a_1 b_0 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_b &= \frac{\partial Y}{\partial b} \Delta b = a_0 c_0 d_0 (b_1 - b_0) = a_0 b_1 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_c &= \frac{\partial Y}{\partial c} \Delta c = a_0 b_0 d_0 (c_1 - c_0) = a_0 b_0 c_1 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\ \Delta Y_d &= \frac{\partial Y}{\partial d} \Delta d = a_0 b_0 c_0 (d_1 - d_0) = a_0 b_0 c_0 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0. \end{aligned} \quad (23)$$

Порівняння формул (23) з вираженням (16) показує, що для мультиплікативних моделей результати диференціального методу розкладання загального абсолютного приросту результативної економічної ознаки  $\Delta Y$  повністю збігаються з результатами звичайного методу виявлення ізольованого впливу чинників. При цьому, вживання диференціального методу теж не вимагає впорядкування чинників.

Очевидно, що у разі, коли значення всіх похідних беруться в кінцевій точці, тобто за значеннями змінних у звітному періоді, то результати диференціального методу розкладання загального абсолютного приросту результативної економічної ознаки  $\Delta Y$  повністю збігаються з результатами модифікованого методу виявлення ізольованого впливу чинників (див. формули (19)).

*Інтегральний метод* є логічним розвитком диференціального методу. Нехай, як і в попередньому випадку, для функції  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$ , що диференціюється, виконується співвідношення (20), а чинники змінюються на деякому інтервалі  $L$  рівномірно або рівно прискорено, тобто в лінійній або по параболічній залежності від часу.

Якщо розділити весь інтервал зміни чинників на  $n$  відрізків, то формула (20) прийме вигляд:

$$\Delta Y \approx \sum_{i=1}^n f'_1 \Delta_{i1} + \sum_{i=1}^n f'_2 \Delta_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^n f'_m \Delta_{im}. \quad (24)$$

Здійснюватимемо дроблення інтервалу  $L$  на всю більшу кількість відрізків, всякий раз перераховуючи частинні похідні і беручи кожного разу їх значення в початковій точці, тобто за значеннями змінних у базисному періоді. При безкінечному дробленні відрізків, тобто при  $n \rightarrow \infty$  суми замінюються інтегралами:

$$\Delta Y \approx \int_{L_1} f'_1 dX_1 + \int_{L_1} f'_2 dX_2 + \dots + \int_{L_m} f'_m dX_m. \quad (25)$$

У ролі інтервалу  $L$ , по якому береться інтеграл, найчастіше виступає пряма лінія, тобто вважається, що фактори змінюються в часі рівномірно.

У зв'язку зі складністю обчислення деяких визначених інтегралів і додаткових проблем, пов'язаних з можливою дією чинників у протилежних напрямках, на практиці користуються наступними робочими формулами розрахунку частинних приростів результативної ознаки, для найбільш популярних факторних моделей:

- двох факторної мультиплікативної моделі  $Y = a \times b$

$$\Delta Y_a = b_0 \Delta a + \frac{\Delta a \Delta b}{2}; \quad \Delta Y_b = a_0 \Delta b + \frac{\Delta a \Delta b}{2}; \quad (26)$$

- трьох факторної мультиплікативної моделі  $Y = a \times b \times c$

$$\begin{aligned}
\Delta Y_a &= \frac{1}{2} \Delta a (b_0 c_1 + b_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \Delta b \Delta c; \\
\Delta Y_b &= \frac{1}{2} \Delta b (a_0 c_1 + a_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \Delta b \Delta c; \\
\Delta Y_c &= \frac{1}{2} \Delta c (a_0 b_1 + a_1 b_0) + \frac{1}{3} \Delta a \Delta b \Delta c;
\end{aligned} \tag{27}$$

- чотирьох факторної мультиплікативної моделі  $Y = a \times b \times c \times d$

$$\begin{aligned}
\Delta Y_a &= \Delta a (b_0 c_0 d_0 + \frac{b_0 c_1 d_1 - b_0 c_1 d_0 - b_0 c_0 d_1 + b_1 c_0 d_1 - b_1 c_0 d_0 + b_1 c_1 d_0}{3}) + \frac{\Delta a \Delta b \Delta c \Delta d}{4}; \\
\Delta Y_b &= \Delta b (a_0 c_0 d_0 + \frac{a_0 c_1 d_1 - a_0 c_1 d_0 - a_0 c_0 d_1 + a_1 c_0 d_1 - a_1 c_0 d_0 + a_1 c_1 d_0}{3}) + \frac{\Delta a \Delta b \Delta c \Delta d}{4}; \\
\Delta Y_c &= \Delta c (a_0 b_0 d_0 + \frac{a_0 b_1 d_1 - a_0 b_1 d_0 - a_0 b_0 d_1 + a_1 b_0 d_1 - a_1 b_0 d_0 + a_1 b_1 d_0}{3}) + \frac{\Delta a \Delta b \Delta c \Delta d}{4}; \\
\Delta Y_d &= \Delta d (a_0 b_0 c_0 + \frac{a_0 b_1 c_1 - a_0 b_1 c_0 - a_0 b_0 c_1 + a_1 b_0 c_1 - a_1 b_0 c_0 + a_1 b_1 c_0}{3}) + \frac{\Delta a \Delta b \Delta c \Delta d}{4}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Аналізуючи формули (26) – (28), легко переконатися, що для інтегрального методу виконується балансове співвідношення (12), тобто сума частинних абсолютних приростів дорівнює загальному абсолютному приросту  $\Delta Y$ . Причому додатковий приріст результативної ознаки, який виникає внаслідок взаємодії основних факторів, розподіляється між ними порівну.

Достоїнствами інтегрального методу слід визнати повне розкладання  $\Delta Y$  за чинниками і відсутність необхідності встановлювати черговість їх дії. Вважається, що інтегральний метод дозволяє отримати більш точні результати розрахунку впливу чинників на результативну ознаку  $Y$  у порівнянні з розглянутими вище підходами.

Але він має також й певні недоліки. До них можна віднести значну трудомісткість розрахунків (навіть за наведеними вище робочими формулами), відсутність диференціації при розподілі додаткового приросту результативної ознаки між факторами, а також неспроможність виділити ефект взаємодії вихідних чинників  $\Delta Y_e$  у чистому вигляді.

Метод логарифмування полягає в наступному. Відповідно до вираження (9) можна записати

$${}_3 Y = \frac{Y_1}{Y_0} = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_0} = \frac{a_1}{a_0} \times \frac{b_1}{b_0} \times \frac{c_1}{c_0} \times \frac{d_1}{d_0} = i_a \times i_b \times i_c \times i_d. \tag{29}$$

Взявши логарифми лівої і правої частини співвідношення (29), отримаємо

$$\ln(i_Y) = \ln(i_a) + \ln(i_b) + \ln(i_c) + \ln(i_d). \quad (30)$$

Якщо обидві частини рівності (30) розділити на  $\ln(i_Y)$  і помножити на  $\Delta Y$ , то вона прийме вигляд:

$$\Delta Y = \Delta Y \frac{\ln i_a}{\ln i_Y} + \Delta Y \frac{\ln i_b}{\ln i_Y} + \Delta Y \frac{\ln i_c}{\ln i_Y} + \Delta Y \frac{\ln i_d}{\ln i_Y}. \quad (31)$$

Позначимо постійну величину  $\Delta Y / \ln(i_Y)$  через  $K$ . Тоді (31) остаточно представляється так:

$$\Delta Y = K \ln(i_a) + K \ln(i_b) + K \ln(i_c) + K \ln(i_d) = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d. \quad (32)$$

Наведена формула свідчить про те, що загальний приріст результативної ознаки  $\Delta Y$  розподіляється за чинниками пропорційно логарифмам факторних індексів.

В даному випадку результат розрахунку, як і при використанні інтегрального методу, а також методів виявлення ізольованого впливу факторів, не залежить від місця розташування чинників в моделі. Якщо при інтегруванні додатковий приріст від взаємодії чинників  $\Delta Y_e$  розподіляється порівну між ними, то за допомогою логарифмування результат спільної дії чинників розподіляється пропорційно частці ізольованого впливу кожного чинника на рівень результативного показника. У цьому полягає головна перевага даного методу.

На відміну від інтегрального методу при логарифмуванні використовуються не абсолютні прирости показників, а індекси їх зростання (зниження). Перевагою методу також вважається той факт, що при його застосуванні не вимагається встановлення черговості дії чинників.

Підводячи підсумки проведеного дослідження методів розкладання загального приросту результативної ознаки за чинниками при використанні в факторному фінансово-економічному аналізі мультиплікативних моделей типу (2), представимо їх позитивні та негативні сторони в табл. 1.

Аналіз достоїнств та недоліків кожного з методів, наведених в табл. 1, показує, що не існує універсального підходу, який би задовольняв усім вимогам при розкладанні загального приросту результативної ознаки за чинниками при використанні в факторному фінансово-економічному аналізі мультиплікативних моделей. При цьому перші два методи ланцюгових підстановок мають, на нашу думку, найбільш серйозні недоліки, пов'язані з викривленням впливу на  $\Delta Y$  всіх факторів, окрім об'ємного (якісного).

Таблиця 1

**Порівняння методів факторного фінансово-економічного аналізу,  
заснованих на мультиплікативних моделях**

Методи	Переваги	Недоліки
1	2	3
1. Статистичні		
Ланцюгових підстановок (прямих)	Забезпечує повне розкладання приросту результативної ознаки за факторами.	Вимагає врахування черговості дії факторів. Приєднує ефект взаємодії основних чинників до внеску структурних та якісних факторів.
Ланцюгових підстановок (зворотних)	Забезпечує повне розкладання приросту результативної ознаки за факторами.	Вимагає врахування черговості дії факторів. Приєднує ефект взаємодії основних чинників до внеску структурних та об'ємних факторів.
Виявлення ізольованого впливу чинників (традиційний)	Не вимагає врахування черговості дії факторів. Виокремлює ефект взаємодії основних чинників.	Базується на передумові, що кожний чинник змінюється першим. Не забезпечує повне розкладання приросту результативної ознаки за факторами.
Виявлення ізольованого впливу чинників (модифікований)	Не вимагає врахування черговості дії факторів. Виокремлює ефект взаємодії основних чинників.	Базується на передумові, що кожний чинник змінюється останнім. Не забезпечує повне розкладання приросту результативної ознаки за факторами.
2. Математичні		
2.1. Диференціальний (похідні беруться в початковій точці базисного періоду)	Співпадають з перевагами методу 1.3.	Співпадають з недоліками методу 1.3.
2.2. Диференціальний (похідні беруться в кінцевій точці звітного періоду)	Співпадають з перевагами методу 1.4.	Співпадають з недоліками методу 1.4.
2.2. Інтегральний	Не вимагає врахування черговості дії факторів. Забезпечує повне розкладання приросту результативної ознаки за факторами.	Складність розрахунків. Неадекватність дискретній природі варіації економічних ознак. Додатковий приріст результативної ознаки, який виникає внаслідок взаємодії основних факторів, розподіляється між ними порівну.

## Продовження таблиці 1

1	2	3
2.3. Логарифмування	Не вимагає врахування черговості дії факторів. Забезпечує повне розкладання приросту результативної ознаки за факторами.	Складність розрахунків. Додатковий приріст результативної ознаки, який виникає внаслідок взаємодії основних чинників, розподіляється між ними пропорційно логарифмам їх індексів.

Тому, ми рекомендуємо відмовитись від їх застосування в факторному фінансово-економічному аналізі прибутковості підприємства за допомогою мультиплікативних моделей і активніше впроваджувати в практику метод виявлення ізольованого впливу чинників в його традиційному та модифікованому варіантах, а також порівняно нового логарифмічного методу. Хоча проблема обґрунтування вибору між виокремленням ефекту взаємодії основних факторів або розподілу його між чинниками пропорційно логарифмам їх індексів остається поки ще відкритою.

Проілюструємо практичне застосування обговорених вище мультиплікативних факторних моделей на прикладі фінансово-економічного аналізу прибутку (збитків) ПП «Гармаш», що відноситься до м'ясопереробної підгалузі харчової промисловості України. Розглянемо факторний фінансово-економічний аналіз валового прибутку підприємства за 2008-2009 рр., приймаючи до уваги той факт, що на даний результативний показник головним чином впливають виробничі чинники м'ясопереробки. В якості інструменту такого аналізу застосуємо чотирьох факторну мультиплікативну модель  $Y = a \times b \times c \times d$ , в якій змінні означають наступне:

$Y$  – валовий прибуток, тис. грн. ( $П$ );

$a$  – середня річна вартість основних засобів, тис. грн. ( $ОЗ$ );

$b$  – питома вага вартості машин та обладнання в загальній вартості основних засобів ( $МО / ОЗ$ );

$c$  – фондвіддача активної частини основних засобів, грн./ грн. ( $РП / МО$ );

$d$  – прибуткомісткість реалізованої продукції ( $П / РП$ ), грн./ грн.

Тут чинник  $a$  є об'ємним, який характеризує розмір основного капіталу ПП «Гармаш», що використовується в процесі виробництва м'ясної продукції. Фактор  $b$  – структурний, що відображає структуру основних засобів, а саме частку їх активної частини. Чинники  $c$  і  $d$  – якісні, вони вимірюють ефективність застосування машин та обладнання у виробництві та частку валового прибутку в виручці від реалізації продукції (робіт, послуг) підприємства, тобто його цінову конкурентоспроможність на ринку ковбас та копченостей.

Інформація за вказаними факторами та їх складовими показниками міститься в формах фінансової звітності № 1 «Баланс», № 2 «Звіт про

фінансові результати», № 5 «Примітки до річної фінансової звітності». Вихідні дані ПП «Гармаш» за 2008-2009 рр. для побудови шуканої чотирьох факторної моделі наведені в табл. 2.

Таблиця 2

**Вихідні дані для факторного економічного аналізу валового прибутку ПП «Гармаш» за 2008-2009 рр.**

Роки	Показники та чинники						
	Валовий прибуток $Y (II)$ , тис. грн.	Середня річна вартість основних засобів $a (O3)$ , тис. грн.	Середня річна вартість машин та обладнання $(MO)$ , тис. грн.	Питома вага вартості машин та обладнання в загальній вартості основних засобів $b (MO/O3)$	Виручка від реалізації продукції $(PII)$ , тис. грн.	Фондо-віддача активної частини основних засобів $c (PII/MO)$ , грн./ грн.	Прибутковість реалізованої продукції $d (II/PII)$ , грн./ грн.
2008	1134	8300,8	5622,1	0,67730	46790	8,32251	0,02424
2009	1115	11032	6783	0,61485	42603	6,28085	0,02617
$i$	0,98325	1,32903	1,20649	0,90780	0,91052	0,75468	1,07962

В останньому рядку табл. 2 наведені індивідуальні індекси всіх досліджуваних ознак. Вони показують, що валовий прибуток підприємства за 2008-2009 рр. зменшився на 1,675 %, що явилось наслідком, з одного боку, підвищення середньої річної вартості основних засобів на 32,903 % і прибутковістю реалізації на 7,962 %, а з другого боку, зниження питомої ваги активної частини основних фондів на 9,220 % та їх фондовіддачі на 24,532 %.

На основі даних табл. 2 були розраховані частинні прирости валового прибутку підприємства в абсолютному та відносному вираженні за допомогою трьох методів:

1. Ланцюгових підстановок (прямих) – на базі формули (10).
  2. Традиційного методу виявлення ізольованого впливу факторів – за формулами (16), (17).
  3. Метод логарифмування – за формулою (31).
- Їх результати представлені в табл. 3.

Аналіз даних табл. 3 показав, що всі три методи вказали на позитивний вплив факторів  $a$  і  $d$  та негативний вплив чинників  $b$  і  $c$  на динаміку валового прибутку ПП «Гармаш» у 2008-2009 рр., тобто були кількісно підтвержені висновки індексного аналізу табл. 2. Окрім того, за допомогою метода виявлення ізольованого впливу факторів удалось встановити, що взаємодія вихідних чинників  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (додатковий фактор  $e$ ) викликала зменшення результативної економічної ознаки на 100,454 тис. грн. або майже на 8,9 %.



**Результати розкладання абсолютного та відносного приростів  
валового прибутку ПП «Гармаш» за факторами за даними 2008-2009 рр.**

Метод	Розкладання	$\Delta Y$	$\Delta Y_a$	$\Delta Y_b$	$\Delta Y_c$	$\Delta Y_d$	$\Delta Y_e^*$
Ланцюгових підстановок	абсолютне, тис. грн.	-19	373,3783	-138,99	-335,69	82,2993	-
	відносне, %	-1,675	32,9258	-12,2563	-29,6024	7,2574	-
Виявлення ізольованого впливу чинників	абсолютне, тис. грн.	-19	373,3783	-104,382	-278,043	90,5008	-100,4542
	відносне, %	-1,675	32,9258	-9,2048	-24,5188	7,9807	-8,8584
Логарифмування	абсолютне, тис. грн.	-19	319,9491	-108,803	-316,588	86,1701	-
	відносне, %	-1,675	28,2142	-9,5947	-27,9178	7,5988	-

\*  $\Delta Y_e$  відображає вплив на валовий прибуток взаємодії вихідних чинників

При цьому метод ланцюгових підстановок дав дещо занижені в порівнянні з методом виявлення ізольованого впливу чинників оцінки значень  $\Delta Y_b$ ,  $\Delta Y_c$ ,  $\Delta Y_d$ , оскільки між ними була розподілена негативна величина  $\Delta Y_e = -100,454$ , яка відображає взаємодію вихідних факторів. Що стосується методу логарифмування, то його оцінки впливу на  $\Delta Y$  факторів  $b$ ,  $c$ ,  $d$  займають проміжне положення відносно перших двох методів, так як величина  $\Delta Y_e$  розподіляється між усіма чотирма чинниками, включаючи фактор  $a$ .

Отже, порівняльний аналіз обговорюваних методів дозволив визначити «очищений» вплив на зміну валового прибутку підприємства чотирьох розглянутих чинників на основі методу виявлення ізольованого впливу факторів, а також дослідити, як розподіляється ефект взаємодії вихідних чинників при застосуванні методу ланцюгових підстановок та методу логарифмування.

Так, за рахунок підвищення середньої річної вартості основних засобів валовий прибуток підприємства в 2009 р. порівняно з 2008 р. зріс на 373,378 тис. грн. або на 32,9 %, а в результаті зростання прибуткомісткості реалізації він підвищився 90,5 тис. грн. або майже на 8 %. Однак, за рахунок зниження питомої ваги активної частини основних фондів валовий прибуток зменшився на 104,382 тис. грн. або на 9,2 %. А в результаті падіння фондівіддачі машин та устаткування він знизився на 278,043 тис. грн. або на 24,5 %. Зменшенню прибутку підприємства сприяла також негативна взаємодія вказаних факторів, яка обумовила його додаткове падіння на 100,454 тис. грн. або на 8,9 %.

Таким чином, можна зробити висновок про те, що ПП «Гармаш» має суттєві резерви росту валового прибутку за рахунок покращення структури

основних засобів, а саме підвищення частки їх активної частини. Крім того, ще більші можливості для подолання збитковості підприємство має в напрямку зростання ефективності використання машин та устаткування на м'ясопереробному виробництві.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Янковий О. Г. Моделювання парних зв'язків в економіці / Янковий О. Г. – Одеса : Оптимум, 2001. – 198 с.
2. Янковой А. Г. Основы эконометрического моделирования / Янковой А. Г. – Одесса, ОГЭУ, 2006. – 133 с. – (Ротапринт / Одес. государ. экон. ун-т, ОГЭУ, 2006).
3. Методичні рекомендації оцінки впливу змін економічних факторів на результативні показники прибутку, рентабельності виробництва і реалізації продукції (робіт, послуг) / [Григор Н. М., Крехівський О. В., Ніколаєнко Н. Л. та ін.]. – К. : ДП ДІКТЕД, 2007. – 140 с.
4. Статистика : навч.-метод. посіб. для самостійного вивч. дисципліни / [А. М. Єріна, Р. М. Моторін, А.В. Головач та ін.]. – К. : КНЕУ, 2002. – 457 с.
5. Статистика : підруч. / [С. С, Герасименко, А. В. Головач, А. М. Єріна та ін.]. – [2-е вид., перероб. і доп.]. – К. : КНЕУ, 2000. – 467 с.
6. Янковий О. Г. Альтернативні моделі факторного індексного аналізу / О. Г. Янковий // Статистична оцінка соціально-економічного розвитку : зб. наук. пр. за матер. Всеукраїнській наук.-практ. конф., 20 травня 2010 р. – Хмельницький, 2010. – С.15-19.
7. Осипов В. И. Методы факторного анализа и планирования в промышленности : учеб. пособ. / Осипов В. И. – К. : УМК ВО при Минвузе УССР, 1989. – 212 с.
8. Плошко Б. Г. История статистики : учеб. пособ. / Б. Г. Плошко, И. И. Елисеєва. – М. : Финансы и статистика, 1990. – 295 с.
9. Литвинюк А. С. Экономический анализ [Электронный ресурс]. – Режим доступа : – <http://lib.rus.ec/b/165859/read>
10. Метод и методика комплексного экономического анализа хозяйственной деятельности [Электронный ресурс]. – Режим доступа : – <http://sumdu.telesweet.net/doc/lections/Ekonomicheskiy-naliz/16037/index.html>
11. Толпегина О. А. Экономический анализ. Учебный курс. Центр дистанционных образовательных технологий МИЭМП, 2010 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : – [http://www.e-college.ru/xbooks/xbook137/book/index/index.html?go=part-005\\*page.htm](http://www.e-college.ru/xbooks/xbook137/book/index/index.html?go=part-005*page.htm)
12. Янковой А. Г. Индексные модели факторного экономического анализа / А. Г. Янковой // Сучасні технології. управління підприємством та можливості використання інформаційних систем: стан, проблеми, перспективи : матер. 5-ї міжнар. наук.-практ. конф. 26-27 березня 2010 р. – Одеса, ОНУ, 2010. – С.272-277.

13. Янковий О. Г. Математичні методи факторного економічного аналізу на базі мультиплікативних моделей / О. Г. Янковий // Сучасні технології. управління. підприємством та можливості використання. інформаційних систем: стан, проблеми, перспективи : матер. 6-ї міжнар. наук.-практ. конф. 31 березня – 1 квітня 2011 р. – Одеса, ОНУ, 2011. – С.217-221.
14. Янковий О. Г. Порівняльний аналіз методів факторного економічного аналізу на базі мультиплікативних моделей / О. Г. Янковий // Статистична оцінка соціально-економічного розвитку : зб. наук. пр. за матер. Всеукраїнській наук.-практ. конф., 20 травня 2011 р. – Хмельницький, 2011. – С.18-23.

Янковий О.Г. Детерміновані моделі факторного економічного аналізу /  
Методологія статистичного забезпечення розвитку регіону: Монографія // За  
заг. ред. А.З. Підгорного. – Одеса: Атлант, 2012. – С. 125-143.