***Янковий О.Г.**, д-р екон. наук, професор*
Одеський національний університет

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФАКТОРНОГО ЕКОНОМІЧНОГО АНАЛІЗУ НА БАЗІ МУЛЬТИПЛІКАТИВНИХ МОДЕЛЕЙ

В роботі [1] розглядалися відомі статистичні моделі індексного аналізу результативної економічної ознаки за допомогою традиційних та модифікованих методів ланцюгових підстановок та виявлення ізольованого впливу чинників. Останнім часом з'явилося декілька нових методів розкладання абсолютного (відносного) приросту результативної ознаки за факторами, в основі яких лежить математичний апарат, зокрема методи диференціювання, інтегрування, логарифмування [2]. Вони були виділені нами в групу математичних підходів до розкладання загального приросту результативної ознаки за чинниками при використанні в факторному фінансово-економічному аналізі мультиплікативних моделей типу. Розглянемо їх дещо детальніше.

Диференціальний метод полягає в наступному. Нехай $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_m)$, де f – функція, що диференціюється. З курсу математичного аналізу відомо, що абсолютний приріст результативної ознаки ΔY представляється наступним чином:

$$\Delta Y \approx \frac{\partial Y}{\partial X_1}\Delta X_1 + \frac{\partial Y}{\partial X_2}\Delta X_2 + \ldots + \frac{\partial Y}{\partial X_m}\Delta X_m, \quad (1)$$

де $\frac{\partial Y}{\partial X_j}$ – перша частинна похідна результативної ознаки Y за j-м чинником ($j = 1, 2, \ldots, m$).

Відмітимо, що значення всіх похідних беруться в початковій точці, тобто за значеннями змінних у базисному періоді.

Отже, внесок чинника X_j в загальний приріст результативної ознаки ΔY виглядає так:

$$\Delta Y_j = \frac{\partial Y}{\partial X_j}\Delta X_j. \quad (2)$$

Для прикладу розглянемо чотирьох факторну мультиплікативну модель $Y = a \times b \times c \times d$. У ній перші частинні похідні будуть мати наступний вигляд:

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = b_0 c_0 d_0; \quad \frac{\partial Y}{\partial b} = a_0 c_0 d_0; \quad \frac{\partial Y}{\partial c} = a_0 b_0 d_0; \quad \frac{\partial Y}{\partial d} = a_0 b_0 c_0. \tag{3}$$

По визначенню $\Delta Y = Y_1 - Y_0$. Отже, отримаємо таке вираження внеску кожного чинника:

$$\begin{aligned}
\Delta Y_a &= \frac{\partial Y}{\partial a}\Delta a = b_0 c_0 d_0 (a_1 - a_0) = a_1 b_0 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\
\Delta Y_b &= \frac{\partial Y}{\partial b}\Delta b = a_0 c_0 d_0 (b_1 - b_0) = a_0 b_1 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\
\Delta Y_c &= \frac{\partial Y}{\partial c}\Delta c = a_0 b_0 d_0 (c_1 - c_0) = a_0 b_0 c_1 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0; \\
\Delta Y_d &= \frac{\partial Y}{\partial d}\Delta d = a_0 b_0 c_0 (d_1 - d_0) = a_0 b_0 c_0 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0.
\end{aligned} \tag{4}$$

Легко показати, що для мультиплікативних моделей результати диференціального методу розкладання загального абсолютного приросту результативної економічної ознаки ΔY збігаються з результатами методу виявлення ізольованого впливу чинників. При цьому, вживання цього методу теж не вимагає впорядковування чинників.

Очевидно, що у разі, коли значення всіх похідних беруться в кінцевій точці, тобто за значеннями змінних у звітному періоді, то результати диференціального методу розкладання загального абсолютного приросту результативної економічної ознаки ΔY повністю збігаються з результатами модифікованого методу виявлення ізольованого впливу чинників (див. [1]).

Інтегральний метод є логічним розвитком диференціального методу. Нехай, як і в попередньому випадку, для функції $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_{\mathrm{m}})$, що диференціюється, виконується співвідношення (1), а чинники змінюються на деякій траєкторії L рівномірно або рівно прискорено, тобто в лінійній або по параболічній залежності від часу.

Якщо розділити весь інтервал зміни чинників на n відрізків, то формула

(1) прийме вигляд:

$$\Delta Y \approx \sum_{i=1}^{n} f_1' \ \Delta_{i1} + \sum_{i=1}^{n} f_2' \Delta_{i2} + \ldots + \sum_{i=1}^{n} f_m' \Delta_{im}. \qquad (5)$$

Здійснюватимемо дроблення інтервалу на всю більшу кількість відрізків, всякий раз перераховуючи частинні похідні і беручи кожного разу їх значення в початковій точці, тобто за значеннями змінних у базисному періоді. При безкінечному дробленні відрізків, тобто при $n \to \infty$ суми замінюються інтегралами:

$$\Delta Y \approx \int_{L_1} f_1' \, dX_1 + \int_{L_1} f_2' dX_2 + \ldots + \int_{L_m} f_m' dX_m. \qquad (6)$$

У ролі траєкторії L, по якій береться інтеграл, найчастіше виступає пряма лінія, тобто вважається, що фактори змінюються в часі рівномірно.

У зв'язку зі складністю обчислення деяких визначених інтегралів і додаткових проблем, пов'язаних з можливою дією чинників у протилежних напрямах, на практиці користуються наступними робочими формулами розрахунку частинних приростів результативної ознаки, для найбільш популярних факторних моделей:

- двох факторної мультиплікативної моделі $Y = a \times b$

$$\Delta Y_a = b_0 \Delta a + \frac{\Delta a \Delta b}{2}; \quad \Delta Y_b = a_0 \Delta b + \frac{\Delta a \Delta b}{2}; \qquad (7)$$

- трьох факторної мультиплікативної моделі $Y = a \times b \times c$

$$\Delta Y_a = \frac{1}{2} \Delta a (b_0 c_1 + b_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \Delta b \Delta c;$$
$$\Delta Y_b = \frac{1}{2} \Delta b (a_0 c_1 + a_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \Delta b \Delta c;$$
$$\Delta Y_c = \frac{1}{2} \Delta c (a_0 b_1 + a_1 b_0) + \frac{1}{3} \Delta a \Delta b \Delta c. \qquad (8)$$

Легко переконатися, що для інтегрального методу сума частинних абсолютних приростів дорівнює загальному абсолютному приросту ΔY.

Причому додатковий приріст результативної ознаки, який виникає внаслідок взаємодії основних факторів, розподіляється між ними порівну.

Достоїнствами інтегрального методу слід визнати повне розкладання ΔY за чинниками і відсутність необхідності встановлювати черговість їх дії. Вважається, що інтегральний метод дозволяє отримати більш точні результати розрахунку впливу чинників на результативну ознаку Y у порівнянні з розглянутими вище підходами.

Але він має також й певні недоліки. До них можна віднести значну трудомісткість розрахунків навіть за наведеними робочими формулами, а також відсутність диференціації при розподілу додаткового приросту $\Delta a \Delta b$ за факторами.

Метод логарифмування полягає в наступному. Можна записати

$$\text{з}_Y = \frac{Y_1}{Y_0} = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_0} = \frac{a_1}{a_0} \times \frac{b_1}{b_0} \times \frac{c_1}{c_0} \times \frac{d_1}{d_0} = i_a \times i_b \times i_c \times i_d. \qquad (9)$$

Взявши логарифми лівої і правої частини співвідношення (9), отримаємо

$$\ln(i_Y) = \ln(i_a) + \ln(i_b) + \ln(i_c) + \ln(i_d). \qquad (10)$$

Якщо обидві частини рівності (10) розділити на $\ln(i_Y)$ і помножити на ΔY, то вона прийме вигляд:

$$\Delta Y = \Delta Y \frac{\ln i_a}{\ln i_Y} + \Delta Y \frac{\ln i_b}{\ln i_Y} + \Delta Y \frac{\ln i_c}{\ln i_Y} + \Delta Y \frac{\ln i_d}{\ln i_Y}. \qquad (11)$$

Позначимо постійну величину $\Delta Y / \ln(i_Y)$ через K. Тоді (11) остаточно представляється так:

$$\Delta Y = K \ln(i_a) + K \ln(i_b) + K \ln(i_c) + K \ln(i_d) = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d. \qquad (12)$$

Наведена формула свідчить про те, що загальний приріст результативної ознаки ΔY розподіляється за чинниками пропорційно логарифмам факторних індексів.

В даному випадку результат розрахунку, як і при використанні інтегрального методу, а також методів виявлення ізольованого впливу факторів, не залежить від місце розташування чинників в моделі і в порівнянні з інтегральним методом забезпечує вищу точність розрахунків. Якщо при інтегруванні додатковий приріст від взаємодії чинників розподіляється порівну між ними, то за допомогою логарифмування результат спільної дії чинників розподіляється пропорційно частці ізольованого впливу кожного чинника на рівень результативного показника. У цьому полягає головна перевага даного методу.

На відміну від інтегрального методу, при логарифмуванні використовуються не абсолютні прирости показників, а індекси їх зростання (зниження). Перевагою методу також вважається той факт, що при його застосуванні не вимагається встановлення черговості дії чинників.

Література

1. Янковой А. Г. Индексные модели факторного экономического анализа / Матер. 5-ї Міжнар. наук.-практ. конф. „Сучасні технол. управл. підприємством та можлив. використ. інф. систем : стан, проблеми, перспективи”. – Одеса, 2010, ОНУ. – С.272-277.
2. Метод и методика комплексного экономического анализа хозяйственной деятельности [Электронный ресурс]. – Режим доступа : – http://sumdu.telesweet.net/doc/lections/Ekonomicheskiy-aliz/16037/index.html