Янковой А.Г., д.э.н., профессор ОНУ

Индексные модели факторного экономического анализа

При изучении причинно-следственных связей в сфере производства с целью проведения факторного экономического анализа выбор вида модели часто определяется информационной базой исследования. Так, при наличии достаточно длинных рядов динамики (число наблюдений $n > 20$) адекватное описание существующих зависимостей между экономическими параметрами предприятия даёт корреляционно-регрессионный анализ, в основе которого лежит гипотеза о вероятностном характере их взаимосвязей. Он позволяет рассчитать абсолютное и относительное влияние факторов на результативный признак Y, оценить имеющиеся резервы его изменения за счёт экзогенных переменных $X_1, X_2, \ldots, X_m$.

В условиях недостаточности информационной базы исследования ($n < 5$), которая является характерной для научно-практических изысканий в сфере экономики, применение корреляционно-регрессионного анализа становится невозможным и приходится использовать факторные индексные модели, предполагающие наличие функциональных зависимостей между экономическими параметрами предприятия.

При исследовании мультипликативных причинно-следственных связей результативный признак функционально определяется произведением нескольких факторов. Например, выручка от реализации на предприятии представляется так: $pQ = Q \times p$, где Q – физический объём продукции, p – цена единицы продукции; затраты на производство $zQ = Q \times z$, где z – себестоимость единицы продукции; $Q = T \times q$, где T – затраты рабочего времени, q – производительность труда и т.п. Причём, в зависимости от сложности изучаемого экономического явления (результативного признака) в правой части смысловой формулы может находиться три и более сомножителя, поскольку их количество определяется степенью детализации факторов, принятой самим исследователем.

Так, двух факторную зависимость затрат на производство $zQ = Q \times z$ при необходимости можно преобразовать в трёх факторную $zQ = T \times q \times z$ путём замены $Q = T \times q$. Последняя легко трансформируется в четырех факторную $zQ = L \times T' \times q \times z$ с учётом соотношения $T = L \times T'$, где L – продолжительность рабочего периода, T' – среднее число отработанных чел.-часов за смену одним работником, q – средняя часовая производительность труда работника предприятия. Эту цепочку можно продолжать вправо, детализируя отдельные факторы, либо вводя в смысловую формулу структурные переменные типа «удельный вес некоторого объёмного показателя в общем количестве» и т.п.

По форме индексная модель факторного экономического анализа представляет собой систему сводного индекса результативного экономического показателя, а также сводных факторных индексов, рассчитываемых для двух, трех и более факторных признаков. Первым шагом при построении индексной модели является определение такого порядка расположения факторов, чтобы их последовательное перемножение сохраняло реальный экономический смысл.

Так, для построенной выше модели $zQ = L\times T'\times q\times z$ произведение $L\times T' = T$ показывает общее число чел.-часов, отработанных за изучаемый период времени всеми работниками предприятия. Произведение $L\times T'\times q$ определяет общее количество произведенной продукции за изучаемый период времени. И, наконец, выражение $L\times T'\times q\times z$ также имеет реальный экономический смысл, указанный выше: общие затраты на производство zQ. Для завершения построения индексной системы факторного экономического анализа остаётся определить период проведения исследования и конкретные значения признаков, используемых в модели.

Обобщая, получим: если некоторый результативный экономический показатель Y имеет сложный характер, т.е. зависит от целого ряда факторов, например, a, b, c, d, то взаимосвязь между ними можно выразить следующим образом: $Y = a\times b\times c\times d$. При этом, если данный результативный показатель является соизмеримым, то его сводный индекс строится по обычной схеме:

$$I_Y = \frac{\sum Y_1}{\sum Y_0} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}. \qquad (1)$$

Если же Y является несоизмеримым показателем, то до проведения факторного индексного анализа его следует привести к соизмеримому виду путём умножения на соответствующие веса-соизмерители.

В теории статистики существует несколько подходов к построению системы факторных индексов. К наиболее известным методам, которые чаще всего применяются на практике, относятся:

1. Метод выявления *взаимосвязанного* влияния факторов (метод цепных подстановок).

2. Метод выявления *изолированного* влияния факторов.

Первый метод доминирует в статистике всех постсоветских стран, является основным подходом к исследованию абсолютных и относительных вкладов отдельных факторов в изменение результативного признака. Он считается главным в теории экономического анализа.

Метод цепных подстановок исходит из того, что признак a является первичным, объёмным, выраженным абсолютной величиной. Признак b является вторичным по отношению к a, но первичным по отношению к признаку c. Признак c является вторичным по отношению к b, но первичным по отношению к признаку d. Факторы b и c часто являются относительными величинами структуры, отражают удельный вес данных экономических признаков в некоторой среде. Фактор d – обычно качественный показатель.

Таким образом, эта система отражает экономическую гипотезу о первоочередном изменении первичного по отношению ко всем другим объёмного признака a. Последующие изменения всех остальных признаков происходят с учетом его изменения и т.д. При этом факторные индексы строятся по следующей схеме:

$$I_{Y(a)} = \frac{\sum a_1 b_0 c_0 d_0}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad I_{Y(b)} = \frac{\sum a_1 b_1 c_0 d_0}{\sum a_1 b_0 c_0 d_0}; \quad I_{Y(c)} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 d_0}{\sum a_1 b_1 c_0 d_0}; \quad I_{Y(d)} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 d_1}{\sum a_1 b_1 c_1 d_0}. \qquad (2)$$

Иными словами, факторы, влияние которых уже учтено, фиксируются в числителе и знаменателе индекса на отчётном уровне, а факторы, вклад которых ещё предстоит измерить, – на базисном уровне.

Отметим, что факторный индекс объёмного показателя a в выражении (2) строится по принципу Ласпейреса (веса-соизмертели закреплены на базисном уровне), а факторный индекс качественного показателя d – по принципу Пааше (веса-соизмертели закреплены на отчётном уровне). Подобный порядок построения сводных индексов является общепринятым для украинской статистики.

Поскольку числитель первого индекса в системе (2) совпадает со знаменателем второго индекса, а числитель второго индекса совпадает со знаменателем третьего индекса и т.д., образуя цепочку (откуда и название метода), то для данного метода справедливо соотношение:

$$I_Y = I_{Y(a)} \times I_{Y(b)} \times I_{Y(c)} \times I_{Y(d)}. \qquad (3)$$

Общий абсолютный прирост результативного признака Δ_{Y}, а также частные приросты Y за счёт каждого фактора $\Delta_{\mathrm{Y}(a)}$, $\Delta_{\mathrm{Y}(b)}$, $\Delta_{\mathrm{Y}(c)}$, $\Delta_{\mathrm{Y}(d)}$ находятся как разность между числителем и знаменателем соответствующих индексов модели (1), (2). При этом выполняется баланс

$$\Delta_{\mathrm{Y}} = \Delta_{\mathrm{Y}(a)} + \Delta_{\mathrm{Y}(b)} + \Delta_{\mathrm{Y}(c)} + \Delta_{\mathrm{Y}(d)}. \qquad (4)$$

Относительные приросты определяются путём деления соответствующих абсолютных приростов на базисный уровень результативного признака Y ($\Sigma a_0 b_0 c_0 d_0$). При этом сумма частных относительных приростов равна общему относительному приросту Y. Совпадение порядка образования системы факторных индексов (2) с правилами построения сводных индексов, принятых в украинской статистике, а также выполнение соотношений (3), (4) считаются важнейшими преимуществами метода цепных подстановок по сравнению со всеми остальными подходами к факторному индексному анализу.

Исходя из современных реалий технико-экономического развития производительных сил, когда качественные скачки, обусловленные внедрением инвестиционно-инновационных технологических процессов в производство и распределение общественного продукта, предшествуют количественным изменениям объёмных показателей, мы предлагаем использовать метод *обратных* цепных подстановок, который базируется на совершенно противоположных предпосылках по сравнению с методом обычных (прямых) цепных подстановок. В методе обратных цепных подстановок признак d считается первичным качественным показателем. Признак c рассматривается как вторичный по отношению к d, но первичный по отношению к признаку b. Признак b является вторичным по отношению к c, но первичным по отношению к признаку a.

Таким образом, эта система отражает экономическую гипотезу о первоочередном изменении первичного по отношению ко всем другим качественного фактора d, причем последующие изменения всех остальных признаков происходят с учетом его изменения и т.д. Система факторных индексов при данном подходе строится по следующей схеме:

$$I_{Y(d)} = \frac{\sum a_0 b_0 c_0 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad I_{Y(c)} = \frac{\sum a_0 b_0 c_1 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_1}; \quad I_{Y(b)} = \frac{\sum a_0 b_1 c_1 d_1}{\sum a_0 b_0 c_1 d_1}; \quad I_{Y(a)} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 d_1}{\sum a_0 b_1 c_1 d_1}. \qquad (5)$$

Из системы (5) видно, что так же, как и при использовании метода цепных подстановок, факторы, влияние которых уже учтено, фиксируются в числителе и в знаменателе индекса на отчётном уровне, а факторы, вклад которых ещё предстоит измерить, – на базисном уровне. При этом также строится цепочка взаимосвязанных индексов (только в обратном направлении), для которых справедливы соотношения (3), (4).

Второй метод – выявления изолированного влияния факторов исходит из того, что при построении индексной факторной системы изменяется один из факторов, а остальные фиксируются на базисном уровне:

$$I_{Y(a)} = \frac{\sum a_1 b_0 c_0 d_0}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad I_{Y(b)} = \frac{\sum a_0 b_1 c_0 d_0}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}; \; I_{Y(c)} = \frac{\sum a_0 b_0 c_1 d_0}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}; \; I_{Y(d)} = \frac{\sum a_0 b_0 c_0 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0}. \qquad (6)$$

Как видно из формул (6), измерение вклада каждого фактора в прирост результативного экономического показателя Y не зависит от последовательности выявления влияния других факторов, т.е. происходит изолировано, что и обусловило название данного метода индексного анализа.

Отметим, что все факторные индексы в выражении (6) строятся по принципу Ласпейреса. Если по отношению к индексу объёмного показателя $I_{Y(a)}$ это вполне привычно для украинской статистики, то для $I_{Y(d)}$ – может вызвать определённые вопросы.

Нетрудно видеть, что для индексной модели (1), (6) соотношения (3), (4) не выполняются, поэтому в смысловую формулу при использовании данного метода вводится дополнительный пятый фактор e, который является взаимодействием первых четырёх (основных) факторов a, b, c, d. Его индекс определяется по формуле

$$I_{Y(e)} = I_Y : [I_{Y(a)} \times I_{Y(b)} \times I_{Y(c)} \times I_{Y(d)}], \qquad (7)$$

а абсолютный (относительный) вклад фактора e (Δ_e) находится по остаточному принципу

$$\Delta_e = \Delta_Y - \Sigma\Delta_i, \qquad (8)$$

где Δ_i – абсолютный (относительный) вклад i-го основного фактора.

Таким образом, метод выявления изолированного влияния факторов позволяет выделить вклад взаимодействия основных факторов, т.е. признака *e*, который, как известно, в методе цепных подстановок присоединяется к вкладу качественного фактора *d*. Легко показать, что в предлагаемом методе обратных цепных подстановок влияние взаимодействия основных факторов присоединяется к вкладу объёмного фактора *a*.

Данный факт считается одним из серьёзных преимуществ метода выявления изолированного влияния факторов по сравнению с методом цепных подстановок в его традиционной и обратной модификации. Хотя вычислительные процедуры при этом несколько усложняются в связи с появлением дополнительного признака *e* и необходимостью расчётов разбалансов типа (7), (8).

Рассматривая систему факторных индексов (6), легко заметить, что она строится на базе следующей экономической гипотезы: любой фактор из множества *a*, *b*, *c*, *d* изменяется *первым* по отношению ко всем остальным признакам. Очевидно, что вполне правомерной выглядит и такая экономическая гипотеза: любой фактор из множества *a*, *b*, *c*, *d* изменяется *последним* по сравнению со всеми остальными признаками.

Мы считаем, что подобая постановка задачи представляется вполне реальной в современной экономической действительности, тем более, что с точки зрения формальной логики она не противоречива и является «зеркальной противоположностью» обычного метода выявления изолированного влияния факторов.

Отсюда вытекает система факторных индексов в модифицированном методе выявления изолированного влияния факторов:

$$I_{Y(a)}=\frac{\sum a_1b_1c_1d_1}{\sum a_0b_1c_1d_1};\; I_{Y(b)}=\frac{\sum a_1b_1c_1d_1}{\sum a_1b_0c_1d_1};\; I_{Y(c)}=\frac{\sum a_1b_1c_1d_1}{\sum a_1b_1c_0d_1};\; I_{Y(d)}=\frac{\sum a_1b_1c_1d_1}{\sum a_1b_1c_1d_0}. \qquad (9)$$

Как видно из формул (9), модифицированный подход исходит из того, что при построении индексной факторной системы изменяется один из факторов, а остальные фиксируются на отчётном уровне. Отсюда следует, что все факторные индексы в выражении (9) строятся по принципу Пааше. Если по отношению к индексу качественного показателя $I_{Y(d)}$ это соответствует правилам украинской статистики, то для $I_{Y(a)}$ представляется нонсенсом.

Так же, как и для индексной модели (1), (6), для системы выражений (1), (9) равенства (3), (4) не выполняются, поэтому в смысловую формулу при использовании модифицированного метода выявления изолированного влияния факторов следует ввести дополнительный пятый фактор *f*, который является взаимодействием первых четырёх (основных) факторов *a*, *b*, *c*, *d*. Его абсолютное и относительное влияние определяется по формулам, аналогичным (7), (8).

Таким образом, предлагаемые метод обратных цепных подстановок и модифицированный метод выявления изолированного влияния факторов могут рассматриваться как альтернативные подходы к проведению факторного индексного анализа, требующие дальнейших исследований, а главное – экономического обоснования целесообразности их применения на практике.