

МЕТОДИКА БІНОМІАЛЬНИХ ВИПРОБУВАНЬ ОБ'ЄКТІВ ОДНОРАЗОВОГО ВИКОРИСТАННЯ

Приводиться методика випробувань об'єктів одноразового використання на функціональну придатність по схемі Бернуллі. Аналізуються оцінки, що мають властивості гарантованості, які можуть представляти інтерес для практичного використання і дозволяють вирішити задачу планування потрібного об'єму випробувань об'єктів одноразового використання при заданих обмеженнях.

Ключові слова: біноміальні випробування, схема Бернуллі, теорія ймовірностей, аналіз оцінок, властивості гарантованості, об'єкти одноразового використання.

Приводится методика испытаний объектов одноразового использования на функциональную пригодность по схеме Бернулли. Анализируются оценки, обладающие свойством гарантированности, которые могут представлять интерес для практического использования и позволяют решить задачу планирования необходимого объема испытаний объектов одноразового использования при заданных ограничениях.

Ключевые слова: биномиальные испытания, схема Бернулли, теория вероятностей, анализ оценок, свойства гарантированности, объекты одноразового использования.

A procedure of expandable objects fitness testing under the Bernoulli chart is given. Assessments possessing guaranteed properties which are of interest for practical use and allow to solve the task of planning of required extent of expandable objects testing under specified restrictions are analyzed.

Key words: binomial testing, Bernoulli testing, probability theory, analysis of assessments, guaranteed properties, expandable objects.

Вступ. У 1717 році Я. Бернуллі запропонував метод біноміальних випробувань, який став класичною моделлю в теорії ймовірності. Завдяки простоті і спільності початкових передумов метод знайшов широке застосування в теорії вимірювань різних показників технічних об'єктів, а також при оцінюванні параметрів, пряме вимірювання яких неможливе. Прикладом таких параметрів є надійність, працездатність, стійкість технічних об'єктів, а також інші ймовірнісні показники. Основними роботами з висвітлення і розвитку цієї проблеми є праці Р. Барлоу, Ф. Прошана і І. Герцбаха, які освітлюють багато аспектів стосовно отримання оцінок функціонування технічних об'єктів як в автономному режимі, так і у складі складних систем. В 1934 році К. Клоппер і Е. Пірсон в основу теорії встановлення достовірних оцінок окремих об'єктів поклали метод біноміального розподілу Бернуллі [1]. Подальший розвиток методу щодо оцінок і прогнозування достовірного технічного стану об'єктів і систем залежно від їх конструктивних параметрів і умов експлуатації висвітлено в роботах О.І. Ракова, О.Н. Большева, Е.Ю. Барзіловича, В.О. Каштанова, Н.А. Северцева, Р.С. Судакова та інших учених.

Разом з тим слід відзначити, що майже не зустрічаються математично обґрунтовані дослідження з теорії визначення достовірних оцінок працездатності та функціонування окремих технічних об'єктів одноразового використання на основі властивостей функції Бернуллі. Враховуючи це, постановкою завдання для подальшого вирішення є розробка методики випробувань об'єктів одноразового використання по схемі Бернуллі, а також аналіз оцінок, які мають властивості гарантованості і можуть представляти інтерес для практичного використання, що дозволить вирішити задачу планування потрібного об'єму випробувань об'єктів одноразового використання при заданих обмеженнях.

Постановка задачі. Розглянемо формулювання *початкових передумов* для випробування на функціональну придатність об'єктів одноразового використання по схемі Бернуллі [2]. Зупинимося на довільній системі, яка може випробовуватися n раз. Вважаємо, що об'єм n випробувань заданий заздалегідь до їх проведення. В кожному i -му випробуванні можливе виникнення лише однієї з двох подій A_i або $\bar{A}_i$, причому $\bar{A}_i$ – подія, протилежна A_i . Події A_i при $i = \overline{1, n}$ вважаються *незалежними*. Це означає, що ймовірність їх одночасного виникнення дорівнює добутку ймовірностей $P(A_i)$, ($P(A_i)$ – ймовірність виникнення події A_i). Величина $P(A_i)$ вважається однаковою в кожному з n випробувань, тобто $P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_n) = R = \text{const}$. На рис. 1 штрихуванням зобразимо кожне i -е випробування, в якому реалізується подія A_i , і без штрихування – в протилежному випадку.

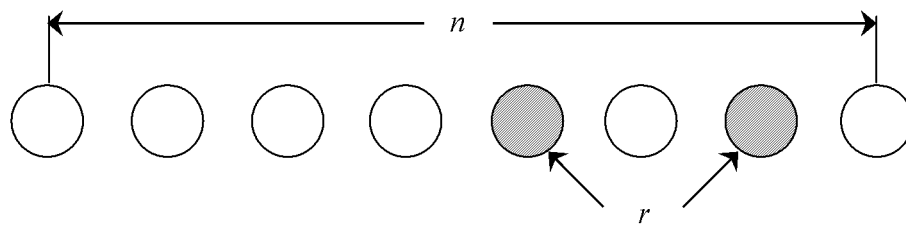


Рис. 1. Схема біноміальних випробувань

Зображена на рис. 1 ситуація ілюструє один з випадків у схемі з $n=8$ біноміальних випробувань, коли величина r прийняла конкретне значення $r=2$. В загальному випадку, до проведення випробувань, конкретне значення величини r непередбачуване і можна лише стверджувати, що ним є одне з чисел $k = 0, 1, 2, \dots, n$. Розглянемо випадкову величину r , що дорівнює числу подій $\bar{A}_i$ у n випробуваннях. Значеннями випадкової величини r є фіксовані числа, які приймаються нею з різною ймовірністю $P_k = P(r = k)$. Використовуючи припущення [3], прийняті в схемі Бернуллі, а також формули додавання і множення ймовірностей, отримаємо:

$$P(r = k) = \binom{n}{k} R^{n-k} q^k, \quad (1)$$

де: $q = 1 - R$; $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $n! = n(n-1) \dots 2 \cdot 1$; $0! = 1$; $\binom{n}{k}$ – біноміальний коефіцієнт.

Таким чином, з (1) можна знайти ймовірність P_k того, що в серії біноміальних випробувань виникне фіксоване число k подій $\bar{A}_i$ і $n-k$ подій A_i . Зокрема, $P(r = 0) = R^n$ – ймовірність того, що в n біноміальних випробуваннях виникне n подій A_i . Якщо x – ціле число, яке визначає граничне значення кількості випробувань, то з (1) і формули додавання ймовірностей, отримуємо:

$$P(r \leq x) = \sum_{k=0}^x \binom{n}{k} R^{n-k} q^k. \quad (2)$$

Якщо граничне значення кількості випробувань не визначене внаслідок включення до нього незавершених експериментів [4, 5], то вираз (2) можна записати для будь-якого, не обов'язково цілого числа x . У такому разі замість (2) використовується співвідношення:

$$P(r \leq x) = \sum_{k=0}^{[x]} \binom{n}{k} R^{n-k} q^k = B_i(n, R, x), \quad (3)$$

де $[x]$ – ціла частина числа x , а $B_i(n, R, x)$ – додаткове позначення вказаної суми.

Таким чином, з (3) знаходиться ймовірність $P(r \leq x)$ того, що число r подій $\bar{A}_i$ в n біноміальних випробуваннях не перевищать фіксоване значення $[x]$. Розглянемо приклади.

Приклад 1. Допустимо, що було проведено $n=10$ спостережень функціонування об'єкту, який в робочому режимі повинен провести єдине включення. В кожному із спостережень об'єкт функціонує незалежно від результатів випробувань в решті випадків, тобто, події A_i ($i = \overline{1, n}$) незалежні (A_i – випадкова подія, що полягає в успішному функціонуванні об'єкту в i -му включенні). Припустимо, що від одного включення до наступного не відбувається накопичення пошкоджень об'єкту. Зважаючи на таке припущення, ймовірність $P(A_i)$ успішного функціонування об'єкту в i -му включенні залишається однаковою і дорівнює $P(A_i) = R = 0,99$ при $i = \overline{1, n}$. Потрібно знайти ймовірність того, що при n включеннях не виникне жодної відмови ($r = 0$) і що виникне не більше однієї відмови ($r \leq 1$).

Рішення. Оскільки початкові передумови схеми Бернуллі виконуються, то шукані ймовірності знаходимо з формул (1) і (2):

$$P_0 = P(r = 0) = R^n = 0,99^{10} = 0,90; \quad P(r \leq 1) = P(r = 0) + P(r = 1) = 0,98.$$

Приклад 2. Припустимо, що деяка система має $n=10$ одноразово використовуваних каналів управління, після чого потреба в них відпадає. Особливості включення цих каналів такі, що випадкові події A_i , кожне з яких полягає в успішному функціонуванні i -го каналу при $i = \overline{1, n}$, незалежні. Тоді, зважаючи на ідентичність подій, можна вважати, що ймовірність $P(A_i)$ успішного функціонування i -го каналу однакова для кожного з них, причому $P(A_i) = R = 0,99$ при $i = \overline{1, n}$. Потрібно знайти ймовірність того, що при $n=10$ випробуваннях виникне більш, ніж одна відмова ($r > 1$).

Рішення. По формулі (2), використовуючи результати розрахунків, отримані в прикладі 1, отримаємо:

$$P(r > 1) = 1 - P(r \leq 1) = 1 - \sum_{k=0}^1 \binom{n}{k} R^{n-k} (1-R)^k = 1 - \left(R^n + \binom{n}{1} R^{n-1} q \right) = 0,02.$$

Відзначимо, що в приведених прикладах розглянуті дві принципово відмінні схеми випробувань, хоча за вказаних умов, вони вкладаються в біноміальну модель Бернуллі. Приклад 1 ілюструє ситуацію, в якій багатократно випробовується один об'єкт разового використання. У прикладі 2 розглянутий випадок випробування n ідентичних каналів одноразового застосування. Відмінність в цих двох схемах випробувань виявляються тоді, коли під час виконання допущень прикладу 2 в процесі періодичних випробувань відбувається накопичення пошкоджень, облік яких в рамках моделі біноміальних випробувань Бернуллі, виявляється неможливим через залежність подій A_i і зміни ймовірності $P(A_i)$ від одного випробування до іншого.

Для подальшого викладу результатів нагадаємо деякі **відомі визначення**.

Визначення 1. Будь-яку невідому константу, що підлягає оцінюванню за результатами $\omega \in \Omega$ випробувань, де Ω – сукупність всіх результатів ω , називатимемо *параметром*.

Визначення 2. Всяку функцію $g(\omega)$ від результатів $\omega \in \Omega$ випробувань називатимемо статистикою.

Визначення 3. Сукупність з n біноміальних випробувань Бернуллі називатимемо n -серією Бернуллі або серією об'єму n .

Враховуючи ці визначення, введемо поняття про γ -границі і їх значення. Розглянемо передумови для використання такого поняття. У теорії надійності для параметра R біноміального розподілу зазвичай використовується термін *імовірність R безвідмовної роботи об'єкту (системи) в одному випробуванні*. Використовуваний далі термін *імовірність успішного функціонування об'єкту (системи)* може розглядатися як синонім, але насправді він включає згаданий термін з теорії надійності як окремий випадок, оскільки у виразі $R = P(A_i)$ події A_i може надаватися довільний сенс, аби тільки була можливість в n біноміальних випробуваннях реєструвати число r подій $\bar{A}_i$ або ж число $n-r$ подій A_i .

Проводячи випробування серії об'єктів одноразового використання, результатом випробування n -серії Бернуллі приймемо число r подій $\bar{A}_i$. Якщо вважати, що $\bar{A}_i$ – подія, що полягає у виникненні відмови в i -м випробуванні, то r – це число відмов в n біноміальних випробуваннях.

Визначення 4. Випадкову величину

$$\hat{R} = 1 - \frac{r}{n}, \quad (4)$$

де « $\wedge$ » – символ випадковості, називатимемо *точковою оцінкою для біноміального параметра R* , який є невідомою константою.

Враховуючи визначення 4, можна сказати, що при кожному конкретному результаті $r = k$, отриманому після проведення n випробувань, $\hat{R}$ прийме також конкретне і не випадкове значення, яке визначається формулою (4), проте до проведення випробувань його значення непередбачуване і можна лише стверджувати, що $0 \leq \hat{R} \leq 1$.

На рис. 2,а приведено дві можливі ситуації, коли $\hat{R} \leq R$ і $\hat{R} > R$.

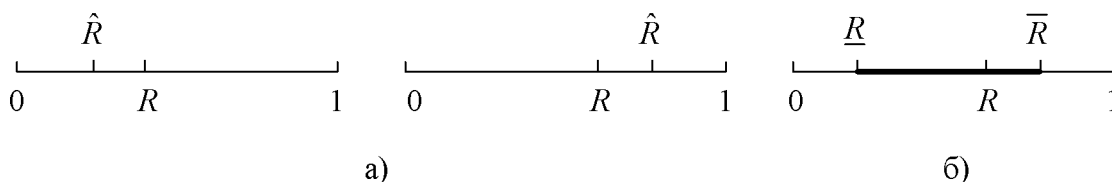


Рис. 2. Варіанти значень біноміального параметра

Через випадковість $\hat{R}$ кожна з цих нерівностей виконується з деякою ймовірністю, а саме:

$$P(\hat{R} < R) = P(r > n(1-R)) = 1 - P(r \leq nq) = 1 - \sum_{k \leq nq} \binom{n}{k} R^{n-k} (1-R)^k,$$

$$P(\hat{R} \geq R) = \sum_{k \leq nq} \binom{n}{k} R^{n-k} (1-R)^k,$$

причому $P(\hat{R} < R) \square P(\hat{R} \geq R) \square 0,5$. Інакше кажучи, приблизно з рівною ймовірністю може бути, як $\hat{R} < R$, так і $\hat{R} \geq R$.

Для практичного використання представляють інтерес оцінки для R , які позначимо $\underline{R}$ і $\bar{R}$, що мають властивості гарантованості в тому сенсі, що, як правило, $\underline{R}$ не перевищує R (тобто $\underline{R} \leq R$), а, $\bar{R}$ – навпаки, як правило, перевищує R (тобто $\bar{R} \geq R$). При цьому слова “як правило” означають “із заздалегідь заданою і достатньо великою ймовірністю γ ”, наприклад $\gamma = 0,9$.

Таким чином, інтерес представляють статистики $\underline{R}$ і $\bar{R}$, для яких при заданій імовірності γ і невідомому біноміальному параметрі R , виконуються нерівності:

$$P(\underline{R} \leq R) \geq \gamma, \quad P(\bar{R} \geq R) \geq \gamma. \quad (5)$$

Визначення 5. Статистику $\underline{R}$ з (5) називатимемо γ -нижньою границею для біноміального параметра R .

Визначення 6. Статистику $\bar{R}$ з (5) називатимемо γ -верхньою границею для біноміального параметра R .

Число γ з (5) є довірчою ймовірністю, а проміжок $[\underline{R}, \bar{R}]$ – довірчим інтервалом для біноміального параметра R .

Довжина довірчого інтервалу $\bar{R} - \underline{R}$ є випадковою величиною, а сам інтервал містить невідому константу R (рис. 2,б) з імовірністю, не меншою, ніж $\gamma' = 1 - 2(1 - \gamma)$, якщо $\underline{R} < \bar{R}$. Покажемо це на основі класичного результату, який отриманий К. Клоппером і Е. Пірсоном в 1934 році [1] і сформульований у вигляді теореми.

Теорема Клоппера-Пірсона говорить про те, що γ -границями можуть бути статистики

$$\bar{R} = f_1(n, r, \gamma), \quad \underline{R} = f_2(n, r, \gamma), \quad (6)$$

які є коренями рівнянь

$$1 - \gamma = \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} x^{n-k} (1-x)^k, \quad \gamma = \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} x^{n-k} (1-x)^k, \quad (7)$$

що знаходяться при заданих n і γ для кожного зареєстрованого значення r відносно $x \in [0, 1]$.

Рівняння вигляду (7), в яких замість випадкової величини r використовується фіксоване число, називаються *рівняннями Клоппера-Пірсона*. Враховуючи, що випадкова величина r має функцію біноміального розподілу вигляду

$$P(r \leq x) = \sum_{k=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{n}{k} R^{n-k} (1-R)^k = B_i(n, R, x), \quad (8)$$

з (7) можна отримати $\underline{R}$ і $\bar{R}$. При цьому гарантується, що $P(\underline{R} \leq R) \geq \gamma$ і $P(\bar{R} \geq R) \geq \gamma$.

Слід врахувати, що γ -межі (6) залежать від числа n випробувань. Це, як показано нижче, дозволяє вирішити задачу планування потрібного об'єму випробувань об'єктів одноразового використання, якщо задані обмеження на $\underline{R}$ і $\bar{R}$. Отже, теорема Клоппера-Пірсона із врахуванням (8) є особливо важливий результат. Перш, ніж довести його, відзначимо, що після отримання конкретного результату $r = k$ випробування n -серії Бернуллі, статистики $\bar{R}$ і $\underline{R}$ приймають також конкретні не випадкові значення $f_1(n, k, \gamma)$ і $f_2(n, k, \gamma)$. Може статися, що $f_1(n, k, \gamma) \leq R$ або $f_1(n, k, \gamma) \geq R$, а також $f_2(n, k, \gamma) > R$ або $f_2(n, k, \gamma) < R$. Якщо ж до проведення випробувань розглядати статистики $f_1(n, r, \gamma)$ і $f_2(n, r, \gamma)$, зважаючи на всі можливі результати $r = 0, 1, 2, \dots, n$ випробувань серії об'єму n , то величини $\bar{R} = f_1(n, r, \gamma)$ і $\underline{R} = f_2(n, r, \gamma)$ виявляються випадковими і непередбачуваними до проведення випробувань. При цьому, не менше ніж у $\gamma \cdot 100\%$ випадках величина $\underline{R} \leq R$, і не більше ніж у $(1 - \gamma) \cdot 100\%$ випадках – $\underline{R} > R$. Аналогічно, не менше ніж у $\gamma \cdot 100\%$ випадках, величина $\bar{R} \geq R$, і не більше ніж у $(1 - \gamma) \cdot 100\%$ випадках – $\bar{R} < R$. Такий висновок вдається зробити, не дивлячись на відсутність інформації щодо значення ймовірності R .

Нехай довірча ймовірність призначена так, щоб виконувалася нерівність $\underline{R} < \bar{R}$. Для цього досить вибрати $\gamma > 0,5$. Тоді за формулою додавання ймовірностей отримаємо:

$$\begin{aligned} P(\underline{R} \leq R \leq \bar{R}) &= 1 - P(R \notin [\underline{R}, \bar{R}]) = 1 - P(R < \underline{R}) - P(R > \bar{R}) + P(R < \underline{R}, R > \bar{R}) = \\ &= 1 - P(R < \underline{R}) - P(R > \bar{R}), \\ \text{або} \quad P(\underline{R} \leq R \leq \bar{R}) &\geq \gamma' = 1 - 2(1 - \gamma). \end{aligned}$$

Таким чином, випадковий проміжок $[\underline{R}, \bar{R}]$ містить невідому величину R (рис. 2,б) з довірчою ймовірністю $\gamma' = 1 - 2(1 - \gamma)$, якщо $\underline{R} < \bar{R}$, причому $\underline{R}$ є γ -нижньою, а $\bar{R}$, відповідно, γ -верхньою границею для R в сенсі теореми Клоппера-Пірсона. Її строгий доказ отримаємо, використовуючи роботу О.Н. Большева [6].

Відомо [3], що якщо I – деяка випадкова величина, що має безперервну функцію розподілу вигляду $F(x) = P(I \leq x)$, де x – фіксоване число, то, підставивши величину I в $F(x)$, отримаємо нову випадкову величину $L = F(I)$, що має чудову властивість

$$P(I \leq C) = P(F(I) \leq C) = C \quad (9)$$

для будь-якого фіксованого числа $C \in [0, 1]$, причому $P(L \leq C) = 0$ при $C < 0$ і $P(L \leq C) = 1$ при $C > 1$. Це означає, що $L = F(I)$ має рівномірний розподіл на відрізку $[0, 1]$, якщо F є функцією розподілу для величини ξ .

У роботі О.Н. Большева [6] отримано узагальнення співвідношення (9) у випадку довільної величини I , що має не обов'язково безперервну функцію розподілу F . Сформулюємо це узагальнення у вигляді нерівності:

$$P(F(I) \leq C) \leq C \leq P(F(I-0) \leq C), \quad (10)$$

де C – фіксоване число з $[0, 1]$. Нагадаємо, що $F(x-0)$ – границя функції F зліва в точці x і, зокрема, якщо F – безперервна функція, то $F(x-0) = F(x)$, і з виразу (10) отримуємо вираз (9).

Враховуючи, що узагальнення співвідношення (9) вперше отримане О.Н. Большевим, надалі (10) називатимемо його *нерівністю Большева*.

Тепер припустимо, що $P(\hat{R} \leq x) = F(x)$. Тоді:

$$P(\hat{R} \geq x) = 1 - F(x-0) = P(r \leq C = (1-x)n) = I_R(n - [C], [C] + 1), \quad (11)$$

де: $[C]$ – ціла частина числа C ; $I_R(n - [C], [C] + 1)$ – неповна бета-функція. Її стандартне позначення – $I_x(a, b)$. Відповідно цьому позначенню $a = n - [C]$, $b = [C] + 1$ і $x = R$. Нагадаємо, що

$$I_x(a, b) = \frac{1}{B(a, b)} \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt,$$

де $x \in [0, 1]$, причому t – змінна інтегрування, а коефіцієнт $B(a, b)$ дорівнює

$$B(a, b) = \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)},$$

де $\Gamma(a)$, $\Gamma(b)$ і $\Gamma(a+b)$ – значення гамма-функції $\Gamma(y) = \int_0^\infty t^{y-1} e^{-t} dt$, причому

$\Gamma(y+1) = y\Gamma(y)$ і для цілих $y = n+1$ гамма-функція приймає значення $\Gamma(n+1) = n!$.

$B(a, b)$ – це бета-функція від величин a і b . Формула (11) визначає той факт, що при цілих $a = n - [C]$ і $b = [C] + 1$ неповна бета-функція співпадає з $B_i(n, R, C)$, якщо додатково покласти у верхню межу $x = R$.

Тепер, враховуючи нерівність Большева, отримаємо:

$$\begin{aligned} \gamma &= P(F(\hat{R}-0) \leq \gamma) = P(1-F(\hat{R}-0) \geq 1-\gamma) = \\ &= P(I_R(n-r, r+1) \geq 1-\gamma \equiv I_{\bar{R}}(n-r, r+1)) = P(\bar{R} \leq R). \end{aligned}$$

Аналогічно з (10) випливає:

$$\begin{aligned} P(\bar{R} \geq R) &= P(I_{\bar{R}}(n-r+1, r) \geq I_R(n-r+1, r)) = \\ &= P(\gamma \geq B_i(n, R, r-0)) = P(B_i(n, R, r-0) \leq \gamma) \geq \gamma \end{aligned}$$

або $P(\bar{R} \geq R) \geq \gamma$. Отже, теорема доведена.

Викладені положення по методиці біноміальних випробувань, сенс якої полягає в точному встановленні γ -границь Клоппера-Пірсона, проілюструємо найпростішим прикладом: знайдемо значення γ -границь при безвідмовних випробуваннях, тобто при $r = 0$.

В цьому випадку $\underline{R}_{r=0} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n}}$ і $\bar{R}_{r=0} = 1$. Проте, слід врахувати, що із зростанням n при даному $\hat{R} = 1 - \frac{r}{n}$ статистика $\underline{R} = f_2(n, r, \gamma)$ зростає, якщо число γ вибране так, щоб зберігалася нерівність $\underline{R} \leq \hat{R}$. Дійсно, запишемо рівняння Клоппера-Пірсона, з якого знаходиться $\underline{R} = f_2(n, r, \gamma)$, у вигляді:

$$\Phi(\underline{R}) = I_{\underline{R}}(n-r, r+1) - (1-\gamma) = I_{\underline{R}}(n\hat{R}, n\hat{q}+1) - (1-\gamma) = 0.$$

Далі врахуємо, що неповна бета-функція визначена для будь-яких (не обов'язково цілочисельних) позитивних значень своїх параметрів [6]. Це дозволяє розглянути похідну Φ'_a $a > 0$ від функції $\Phi(\underline{R}) = I_{\underline{R}}(a\hat{R}, a\hat{q}+1) - (1-\gamma)$, що є негативною, якщо $\underline{R} \leq \hat{R}$. Таким же чином може бути розглянута похідна по $a > 0$ від кореня $f_2(a, r, \gamma)$ рівняння $\Phi(\underline{R}) = 0$. Звідси, використовуючи теорему про диференціювання неявної функції, отримуємо: $\frac{d}{da}\underline{R} = \frac{d}{da}f_2(a, r, \gamma) = -\frac{\Phi'_a}{\Phi'_R} > 0$, якщо $\underline{R} \leq \hat{R}$.

На рис. 3 приведені ілюстрації зміни статистик $\underline{R}$ і $\bar{R}$ по різних аргументах. Відзначимо, що для $\underline{R}$ і $\bar{R}$ справедливі співвідношення: $\underline{R} = f_2(n, r, \gamma) = \frac{\hat{R}}{\hat{R} + \left(\hat{q} + \frac{1}{n}\right)F\gamma}$; $\hat{R} = 1 - \hat{q} = 1 - \frac{r}{n}$;

$\hat{R}\hat{q}^S(1-\gamma)^{\frac{1}{n-r}} \leq \underline{R} = f_2(n, r, \gamma) \leq (1-\gamma)^{\frac{1}{n-r}}$, де $S = \frac{\hat{q}}{\hat{R}}$; та

$f_2\left(n, r, 1 - (1-\gamma)^{\frac{1}{t}}\right) \leq \underline{R} = f_2(n, r, \gamma) \leq f_2^t\left(n, r, 1 - (1-\gamma)^t\right)$, при

$t \geq 1$; $\hat{R}'\hat{q}'^{S'}(1-\gamma)^{\frac{1}{n-r+1}} \leq \bar{R} = f_1(n, r, \gamma) \leq \gamma^{\frac{1}{n-r+1}}$, де $\hat{R}' = 1 - \hat{q}' = 1 - \frac{r-1}{n}$, $S' = \frac{\hat{q}'}{\hat{R}'}$ ($r > 0$).

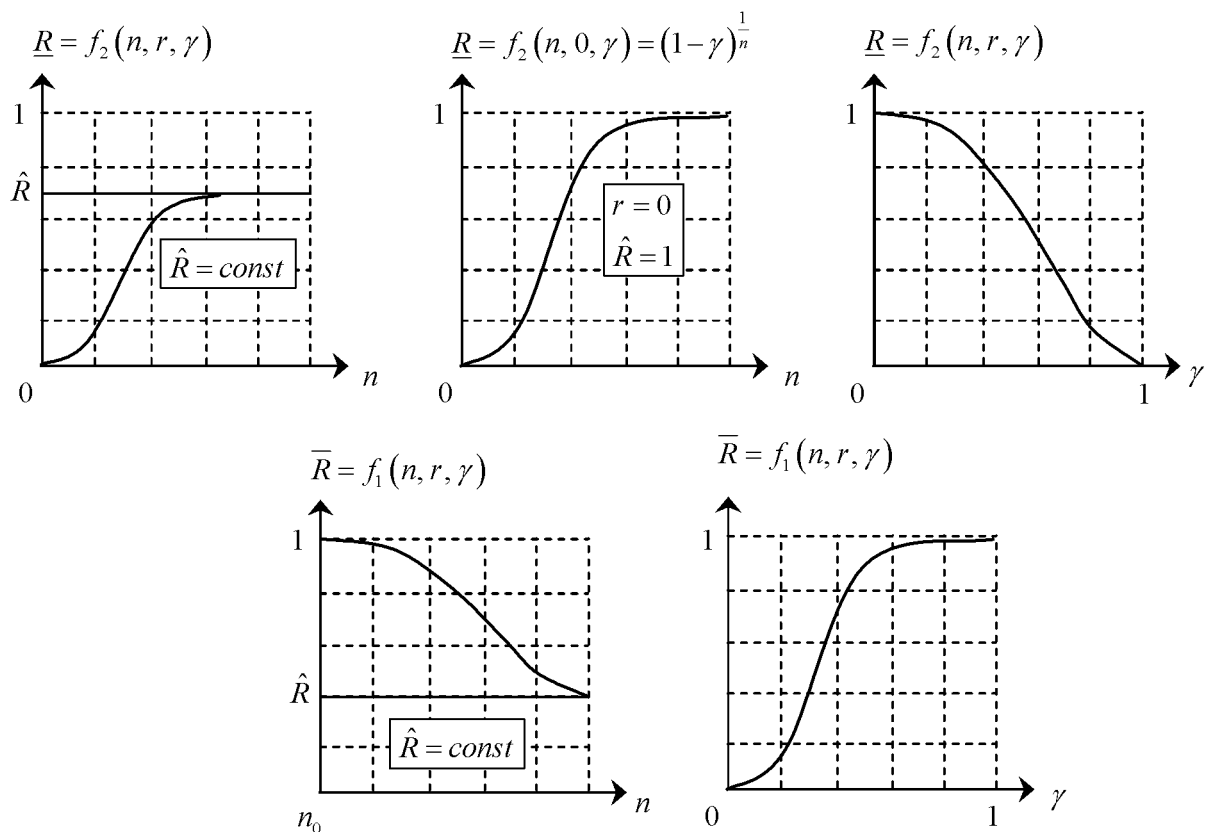


Рис. 3. Зміни статистик $\underline{R}$ і $\bar{R}$ по різних аргументах

Висновки. Приведена методика випробувань об'єктів одноразового використання на функціональну придатність по схемі Бернуллі дозволила отримати оцінки, що мають властивості гарантованості. Отримані результати можуть представляти інтерес для практичного використання і дозволяють вирішити задачу планування необхідного об'єму випробувань об'єктів одноразового використання при заданих обмеженнях.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Clopper C.J., Pearson E.S. The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial / *Biometrika*, 26 (1934), p.404.
2. Скопа О.О. Біноміальна схема контрольних випробувань резервних систем зв'язку // *Зб. науков. праць УДМТУ, Миколаїв.* – 2002. – №7 (385). – С.116-124.
3. Мухін О.М., Казакова Н.Ф., Скопа О.О. Планування обсягу випробувань в мережах телекомунікацій // *Вісник УБЕНТЗ, Київ.* – 2002. – №2. – С.104-109.
4. Казакова Н.Ф., Скопа О.О., Фількин К.М. Плани проведення випробувань систем телекомунікацій з накопиченням пошкоджень // *Матер. III Міжнар. наук.-практ. конф. «Наукові дослідження – теорія та експеримент-2007»*, 14-16 травня 2007 р., Полтава. – 2007. – Т.7. – С.29-33.
5. Скопа О.О. Плани проведення випробувань надійності систем телекомунікацій з накопиченням пошкоджень // *Праці УНДІРТ.* – 2003. – №3(35). – С.104-106.
6. Большев Л.Н. О построении доверительных интервалов. – М.: Теория вероятностей и ее применения. – 1965, т.10, №1.
7. Скопа О.О., Казакова Н.Ф., Мурін О.С. Вплив функціональної надмірності резервованих систем телекомунікацій на скорочення обсягів їх випробувань на надійність // *Наук. праці ДонНТУ. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація.* – 2003. – Вип. 58. – С.115-121.

Рецензент: д.т.н., проф. Семенко А.І.