МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

РОБОЧИЙ ЗОШИТ
для самостійної та аудиторної роботи з дисципліни

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

для студентів 2 курсу
напряму «Економіка підприємства»

Одеса 2015

Робочий зошит для самостійної та аудиторної роботи з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів 2 курсу ОНЕУ денної форми навчання напряму «Економіка підприємства». (Укл. В.М.Шинкаренко, В.П.Малішенко -- Одеса: ОНЕУ, 2015.- 61с.)

Укладачі: В. М. Шинкаренко, канд. фіз.-мат. наук, доцент
В.П. Малішенко, викладач

Рецензенти:

С.В. Левинський – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Є.В.Орлов – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Л.О. Кирилова – кандидат фізико-математичних наук, доцент

Затверджено на засіданні кафедри ММАЕ.
Протокол № _1_ від _31.08.15р._

Практичне заняття № 1.

1. Поняття ʻʻвипробуванняʼʼ та ʻʻ подіяʼʼ. Класифікація подій.
2. Операції над подіями.
3. Елементи комбінаторики.
4. Класичне та статистичне означення ймовірності. Геометрична ймовірність.
5. Алгебра подій.
6. Теорема добутку ймовірностей. Наслідки.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Що називається випробуванням, подією? Навести приклади.

____

____

____

Які події називаються випадковими, вірогідними, неможливими, несумісними, єдиноможливими, протилежними, рівноможливими?

____

____

____

____

Які події утворюють повну групу?

____

____

Операції над подіями.

Сумою подій А і В називається подія С

____

Добутком подій А і В називається подія С

____

Комбінаторика.

Перестановками називаються

____

Розміщенням називаються

____

Комбінацією називаються

____

Класичне означення ймовірності:

____

Властивості:____

Статистичне означення ймовірності:

____

Залежними називаються події

____

Незалежними називаються події

____

Сформулювати теорему добутку ймовірностей

____

Сформулювати наслідки теореми добутку

____

____

Залежними та незалежними в сукупності називаються події

____

Задачі для розв’язування в аудиторії.

Приклад 1. Скількома способами можна розмістити 5 людин за одним столом?

Розв’язування

Приклад 2. У ящику знаходяться 15 деталей. Скількома способами можна узяти 4 деталі?

Розв’язування

Приклад 3. Студентська група складається з 23 студентів,серед яких 10 хлопців та 13 дівчат. Скількома способами можна відібрати 2-х студентів одного пола?

Розв’язування

Приклад 4. З двадцяти пісень,трансльованих на радіо,12 є англомовними. Яка ймовірність того,що слухач з перших п'яти прослуханих пісень,мав нагоду чути тільки англійську мову?

Розв'язування

Приклад 5. З перемішаних кісток доміно(28 штук) навдачу витягується одна. Знайти ймовірність наступних подій:

A- сума випавших очок дорівнює 5,

B-різниця випавших очок дорівнює 3,

C-сума випавших очок кратна 4.

Розв'язування

Приклад 6. Ймовірність того,що перший спортсмен пройде дистанцію без штрафних очок,дорівнює 0,6,а для другого і третього відповідно 0,9 та 0,8 . Знайти ймовірність того,що пройдуть дистанцію без штрафних очок:а)тільки один спортсмен, б)тільки два спортсмени, в)всі три, г)жоден не пройде , д)хоча б один пройде, є)хоча б два .

Розв'язування

Приклад 7. На шістьох картках записані букви **Б,О,О,О,Р,Т**.Знайти ймовірність того,що при послідовному вийманні карток,буде отримано слово **ОБОРОТ**.

Розв'язування

Приклад 8. Після бурі на ділянці між 25-м та 45-м кілометрами телефонної лінії обірвався провід.Знайти ймовірність того,що розрив виявиться між 30-м та 35-м км.

Розв'язування

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 1. Дана множина А=(1.5.9). Випишіть усі можливі перестановки,розміщення та комбінації. Підрахуйте їх кількість та порівняйте із розрахунками за формулами.

Розв'язування

Приклад 2. Одного разу 10 друзів зайшли до бару. Хазяїн запропонував їм приходити щодня і кожного разу сідати по-іншому за той самий стіл. Після того,як усі способи будуть вичерпані,їх будуть пригощати безкоштовно. Коли настане цей радісний день?

Розв'язування

Приклад 3. Для молодіжної вечірки діджей заготував 17 компакт-дисків,6 з яких з інструментальною музикою. Знайти ймовірність того, що з чотирьох навмання відібраних ком пактів два будуть з інструментальною музикою.
Розв'язування

Приклад 4. В аудиторії серед 15 компютерів 12 справних.Знайти ймовірність того,що з двох навмання відібрних комп'ютерів,хоча б один виявиться несправним.
Розв'язування

Приклад 5. Кидаються одночасно дві гральні кістки.Знайти ймовірність таких подій:
А-сума очок,що випали,дорівнює 8,
В-добуток очок,що випали,дорівнює 8,
С-сума очок,що випали,більша,ніж їх добуток.
Розв'язування

Приклад 6. Три студента здають екзамен. Ймовірність того,що перший студент здасть екзамен ,дорівнює 0,9,для другого та третього ці ймовірності відповідно дорівнюють 0,7 та 0,8. Знайти ймовірності наступних подій:а)всі студенти здадуть екзамен, б) жоден студент не здасть екзамен, в) тільки один здасть,г)тільки два студента здадуть ,д)хоча б один здасть,є)хоча б два здадуть.
Розв'язування

Приклад 7. На картках записані букви **Е,С,Т,Т.** Знайти ймовірність того,що при послідовному вийманні карток, буде отримано слово **ТЕСТ.**

Розв'язування

Приклад 8. Студент прийшов на екзамен,підготувавши з 70 питань лише 60. Білет містить три питання. Знайти ймовірність того,що студент буде знати відповіді на всі питання.

Розв'язування.

Практичне заняття №2

1.Теорема добутку та теорема суми ймовірності. Наслідки.

2.Формула повної ймовірності.

3.Формула Байєса.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Сформулювати теорему суми ймовірності

____

____

Сформулювати наслідки теореми суми ймовірності

____

____

____

Теорема(формула повної ймовірності)

____

____

____

Формула Байєса

____

Задачі для розв’язування в аудиторії

Приклад 1. В урні знаходяться 2 білі та 3 червоні кульки. Яка ймовірність того,що навмання витягнуті дві кульки різних кольорів? (Розглянути ‘’схему повернених’’ та ‘’ схему неповернених ‘’кульок).

Розв’язування.

Приклад 2. Знайти ймовірність Р(В), якщо Р(АВ)=0,85 ; $P(\overline{A}) = 0{,}12$.

Розв’язування.

Приклад 3. Студент у сессію здає 2 іспита. Ймовірність здати перший - 0,6 ; хоча б один іспит-0,72.Знайти ймовірність того,що студент здасть другий іспит.

Розв’язування.

Приклад 4. Ймовірність того,що перший студент розв’яже задачу дорівнює 0,75, а ймовірність,що другий студент розв’яже її – 0,8. Знайти ймовірність того,що задача буде розв’язана ,якщо обидва студенти будуть розв’язувати її незалежно один від одного.

Розв’язування.

Приклад 5. Цех з обслуговування літаків працює в три зміни. Перша зміна обслуговує 40% всіх літаків,друга-10%, третя-50%. Відсоток неякісних обслуговань становить: у першій зміні-2%, у другій- 1%, у третій-3%. Яка ймовірність того,що обслуговування навмання обраного літака буде зроблено якісно?
Розв’язування.

Приклад 6. З 16 баскетболістів чотири влучать у кошик із штрафного кидка з ймовірністю 0,9, сім – з ймовірністю 0,8, три – з ймовірністю 0,7 і два – з ймовірністю 0,6.

1) Яка ймовірність того,що навмання відібраний спортсмен влучить у кошик із штрафного?
2) Довільно відібраний баскетболіст виконав один штрафний кидок і не влучив у кошик. Знайти ймовірність того,що цей спортсмен належить до третьої групи.

Розв’язування.

Приклад 7. Ймовірність розбивання скляних пляшок під час транспортування на автомашині дорівнює 0,1 ,а в разі транспортування залізницею-0,05. Навмання взята пляшка виявилась розбитою. Відомо,що автомашини перевозять пляшок в чотири рази менше. Знайти ймовірність того,що пляшку перевозили залізницею.

Розв'язування.

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 1. В урні є 20 куль: 15 білі та 5 чорних.Яка ймовірність того,що навмання витягнуті дві кулі будуть:а) чорні?, б) білі,в) різних кольорів?(Розглянути'' схему повернених'' та ''схему неповернених ''куль.

Розв'язування.

Приклад 2. Знайти ймовірність Р(А),якщо Р(АВ)=0,74; $P(\overline{B}) = 0{,}16$.

Розв'язування.

Приклад 3. Будівельна компанія готує до здачі два об'єкта. Ймовірність здати до строку перший об'єкт складає 0,7 ,здати до строку тільки один об'єкт - 0.42.Знайти ймовірність здачі до строку другого об'єкта.

Розвязування.

Приклад 4. Під час екзамену з теорії ймовірності та математичної статистики,серед студентів спеціальності ”Економіка підприємства“, в аудиторії працюють три приховані телекамери спостереження,кожна з яких увімкнена 85% ,70% ,60 % усього часу відповідно.,причому незалежно від того,увімкнені інші телекамери або ні. Знайти ймовірність того,що в момент спроби списування студентом Петровим був знятий хоча б однією з телекамер.

Розв’язування.

Приклад 5. У групі студентів 20 лижників, 7 сноубордистів та 5 хокеїстів. Ймовірність виконати кваліфіковану норму така: для лижника 0,8, для сноубордиста 0,7, для хокеїста 0,6.Знайти ймовірність того,що навмання вибраний спортсмен виконає норму.

Розв’язування.

Приклад 6. У першій урні 3 білі та 7 чорних куль,а у другій-4 білі та 6 чорних куль. Із двох урн дістали по одній кулі. Потім із двох витягнутих куль навмання вибрали одну. Знайти ймовірність того,що остання вибрана куля-біла.

Розвязування.

Приклад 7. При збиранні телевізорів використовують мікросхеми двох постачальників,відсотковий склад яких становить 70% та 30% .Бракована продукція складає для кожного постачальника відповідно 2% та 3%.

1) Знайти ймовірність того,що навмання взята мікросхема виявилась стандартною.
2) Мікросхема виявилась стандартною. Яка ймовірність,що вона від другого постачальника?

Розв'язування.

Практичне заняття № 3.

1. Дискретні випадкові величини (ДВВ), їх закони розподілу.
2. Операції над ДВВ.
3. Числові характеристики ДВВ та їх властивості.
4. Метод моментів для обчислення МС та дисперсії.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Що називається випадковою величиною, дискретною випадковою величиною?

____

____

Законом розподілу ДВВ називається

____

ДВВ задано таблицею:

X	x_1	x_2	$...$	x_n
P	p_1	p_2	$...$	p_n

тоді p_1 + p_2 + … + p_n $=$______

Дві ВВ називаються незалежними, якщо

____

Добутком ВВ X на сталий множник k називається ВВ kX ,

____

k-им степенем ($k = 2,3,\ldots$) ВВ X називається ВВ X^k

____

Сумою (різницею або добутком) двох незалежних ВВ X та Y називається ВВ $X+Y$ ($X-Y$ або XY),

____

Математичним сподіванням (середнім значенням або центром розподілу) ДВВ X називається

____

Властивості МС

____

____

____

Дисперсією ДВВ називається

____

Середнім квадратичним відхиленням ДВВ називається

____

Властивості дисперсії:

____

____

____

____

____

Формули для числових характеристик вихідної та допоміжної ВВ:

____

____

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. У відділі електротоварів є 5 приладів, серед яких 2 бракованих. Продавець перевіряє їх при продажу, доки не знайде справний прилад. Скласти закон розподілу ВВ – кількості перевірених приладів. Побудувати полігон розподілу імовірностей. Обчислити числові характеристики.

Розв'язування.

Приклад 2. Дослідженнями, проведеними на виробничому об'єднанні за деякий період, встановлені закони розподілу ВВ – об'ємів випуску (в тис.шт.) однорідної продукції для кожного із двох груп підприємств:

а) для кожного підприємства першої групи:

Х (тис.шт)	1	2	3
Р	0,2	0,5	0,3

б) для кожного підприємства другої групи:

У (тис.шт)	2	3	4
Р	0,6	0,3	0,1

Знайти закон розподілу ВВ – об'ємів випуску (в тис.шт.) продукції для всього виробничого об'єднання, якщо підприємств першої групи – 3, а другої групи – 2. Обчислити числові характеристики усіх ВВ (безпосередньо та за властивостями). Побудувати полігони розподілів.

Розв'язування**.**

Приклад 3. Дискретні незалежні випадкові величини X та Y задано таблицями розподілу:

X	2	4	5
Р	0,1	0,3	?

Y	8	10
Р	0,8	0,2

Знайти $M(10X - 2Y + 0{,}8)$; $D(10X - 2Y + 0{,}8)$.
Розв’язування**.**

Приклад 4. Використовуючи метод моментів, знайти числові характеристики наступної ВВ:

X	23-32	32-41	41-50	50-59
P	0,1	0,2	0,6	?

Розв’язування.

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 1. Контролер перевіряє 10 деталей, серед яких є 3 бракованих, до тих пір, поки не знайде якісну. Скласти закон розподілу ВВ – кількості перевірених деталей. Побудувати полігон розподілу імовірностей. Обчислити числові характеристики.
Розв’язування.

Приклад 2. Маркетинговими дослідженнями встановлені закони розподілу ВВ – об’ємів продажу (в тис.шт.) деякого товару та ціни (в грн.) на цей товар протягом певного періоду часу (для спрощення вважати їх незалежними):

об’єми продажу – **Х** (тис.шт)	5	7	9
Р	0,2	0,5	0,3

ціна одиниці товару – **У** (грн.)	2	3	4
Р	0,6	0,3	0,1

Знайти закон розподілу ВВ – виручки (в тис.грн.) від продажу товару протягом досліджуваного періоду. Обчислити числові характеристики усіх ВВ (безпосередньо та за властивостями). Побудувати полігони розподілів.

Розв’язування.

Приклад 3. Дискретні незалежні випадкові величини X та Y задано таблицями розподілу:

X	1	2
Р	0,6	?

Y	2	4
Р	0,4	0,6

Знайти $M(5X-3Y+1)$; $D(5X-3Y+1)$.
Розв'язування.

Приклад 4. Використовуючи метод моментів, знайти числові характеристики наступної ВВ:

X	20-25	25-30	30-35	35-40
P	?	0,3	0,4	0,1

Розв'язування.

Практичне заняття №4.

1.Незалежні повторні випробування. Формула Бернуллі.
2.Біноміальний закон розподілу .
3.Локальна формула Лапласа. Формула Пуассона.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Незалежними повторними називаються випробування,якщо

____

____

Теорема (формула Бернуллі)

____

Біноміальний закон розподілу

Найімовірнішою частотою(модою)   називається

____

Локальна формула Лапласа

____

Формула Пуассона

____

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. Ймовірність того,що мале підприємство за деякий проміжок Т збанкротує,дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того,що ізвосьми малих підприємств за час Т збанкротує три .
Розв'язування.

Приклад 2. Монета підкидується 7 разів. Знайти ймовірність того,що герб зявиться два чи три рази.
Розв'язування.

Приклад 3. В середньому 40% пакетів акцій продаються на аукціоні за початковою заявленою ціною. На торги виставлено 6 пакетів. Знайти ймовірність того, що за початковою заявленою ціною :а) не буде продано жодного пакету; б) буде продано хоча б один пакет;в) знайти найімовірніше число проданих пакетів та його ймовірність.
Розв'язування.

Приклад 4. Яке найменше число співаків повинна прослухати конкурсна комісія,щоб найімовірніше число учасників, які пройшли конкурс,дорівнювало 15,якщо ймовірність успіху кожного конкурсанта дорівнює 0,3? Обчислити ймовірність

найімовірнішого числа конкурсантів серед найменшої кількості прослуханих .
Розв'язування.

Приклад 5. Ймовірність того,що пасажир запізниться до відправлення поїзда ,дорівнює 0,01. Для 760 пасажирів поїзда знайти ймовірність найімовірнішого числа пасажирів,які запізнились.
Розв'язування.

Приклад 6. До банку надійшли 4000 грошових купюр. Ймовірність появи фальшивої купюри становить 0,0002.Знайти ймовірність того,що в результаті перевірки банком буде знайдено 6 фальшивих купюр.
Розв'язування.

Задачі для самостійної роботи.

Приклад 1. В середньому 80% студентів вчасно отримають залік з теорії ймовірності. Знайти ймовірність того,що серед випадково вибраних 7 студентів: а) жоден вчасно не отримає залік; б) вчасно отримає залік хоча б один студент.

Розв’язування.

Приклад 2. В урні знаходиться 3 білі та 2 чорні кулі. Проводиться відбір 6 куль(за схемою «повернених куль»). Знайти найімовірнішу частоту появи білої кулі та ймовірність цієї частоти.

Розв’язування.

Приклад 3. Налогова інспекція перевіряє у вересні 50 підприємств. Ймовірність перевірки підприємства у будь-який день становить 1 /30. Знайти ймовірності наступних подій: а) 5-го вересня буде перевірено три підприємства; б) 20-го вересня буде перевірено хоча б два підприємства.

Розв’язування.

Приклад 4. Яка ймовірність того ,що серед 500 відібраних випадковим чином студентів, двоє народились 8-го березня?

Розв’язування.

Приклад 5. В середньому 20% приладів,які знімають з конвеєра, вимагають додаткового регулювання. Скільки потрібно навмання відібрати приладів, щоб найімовірніша кількість приладів, які не вимагають додаткового регулювання ,дорівнювала 20? Знайти ймовірність цієї найімовірнішої кількості серед відібраних.
Розв’язування.

Приклад 6. За статистичними даними 40% студентів одного із факультетів ОДЕУ палять. На факультеті навчається 1500 студентів. Знайдіть: а)найімовірнішу кількість студентів,які палять та її ймовірність; б) скільки студентів факультету потрібно опитати, щоб найімовірніша кількість тих,хто палить дорівнювала 50?
Розв’язування.

Практичне заняття№5

1.Функція розподілу ймовірностей (інтегральна) та її властивості.
2.Щільність розподілу ймовірностей (диференціальна функція) та її властивості.
3.Числові характеристики НВВ.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Інтегральна функція ВВ та її властивості.

____
____
____
____

____
____
____
Диференціальна функція ВВ та її властивості.
____
____
____
____
____
____
Числові характеристики неперервної випадкової величини(НВВ):
____
____
____

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. Скласти закон розподілу ВВ Х - числа появи герба при двох кидках монети. Знайти функцію розподілу ймовірностей для цієї ВВ та побудувати її графік.

Розв'язування.

Приклад 2. Випадкова величина Х задана таблицею розподілу

X	4	7	10
P	0,5	0,2	0,3

Знайти інтегральну функцію розподілу ймовірностей величини X і побудувати її графік.
Розв’язування.

Приклад 3. Випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілу .

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x\le 0 \\ \dfrac{x^2}{64}, & \text{якщо} \quad 0<x\le 8 \\ 1, & \text{якщо} \quad x>8 \end{cases}$$

Необхідно: а)знайти диференціальну функцію (щільність) розподілу ; б) знайти ймовірність того,що випадкова величина набуде значення у проміжках (6,10);(-2,8).
Розв’язування.

Приклад 4. Випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілу.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 0 \\ \dfrac{x}{4}, & \text{якщо} \quad 0 < x \le 4 \\ 1, & \text{якщо} \quad x > 4 \end{cases}$$

Необхідно: а)знайти диференціальну функцію (щільність) розподілу ВВ X; б) побудувати графіки функції розподілу та щільності розподілу; в) знайти числові характеристики; г) знайти ймовірність того,що випадкова величина набуде значення у проміжку (2,6) .

Розв'язування.

Приклад 5. Випадкова величина X задана диференціальною функцією розподілу

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x < 2 \\ \dfrac{x-2}{3}, & \text{якщо} \quad 2 \le x \le 5 \\ 0, & \text{якщо} \quad x > 5 \end{cases}$$

Необхідно: а)знайти інтегральну функцію розподілу ВВ X; б)побудувати графіки f(x) та F(x); в)знайти числові характеристики.

Розв'язування.

Задачі для самостійного розв’язування.

Приклад 1. Скласти закон розподілу ВВ Х- числа появи одиниць при двох кидках грального кубика. Знайти функцію розподілу ймовірностей для цієї ВВ та побудувати її графік.

Розв’язування.

Приклад 2. Випадкова величина Х задана таблицею розподілу

X	-3	6	8
P	0,1	0,5	0,4

Знайти інтегральну функцію розподілу ймовірностей величини Х і побудувати її графік.

Розв’язування.

Приклад 3. Випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілу .

$$F(x)=\begin{cases} 0,\ x \le -2 \\ \frac{x^2}{4} + x + 1, -2 < x \le 0 \\ 1,\ x > 0 \end{cases}$$

Необхідно: а)знайти диференціальну функцію (щільність) розподілу; б)знайти ймовірність того,що випадкова величина набуде значення у проміжках (-3,-1), (X>5).

Розв'язування.

Приклад 4. Випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілу.

$$F(x)=\begin{cases} 0, x < 3 \\ \frac{x-3}{4}, 3 \le x \le 7 \\ 0, x > 7 \end{cases}$$

Необхідно: а)знайти диференціальну функцію (щільність) розподілу ВВ X; б)побудувати графіки функції розподілу та щільності розподілу; в)знайти числові характеристики; г)знайти ймовірність того,що випадкова величина набуде значення у проміжку(4 ,6).

Розв'язування.

Приклад 5. Випадкова величина X задана диференціальною функцією розподілу

$$F(x)=\begin{cases} 0, x < 1 \\ 1, 1 \le x \le 2 \\ 0, x > 2 \end{cases}$$

Необхідно : а)знайти інтегральну функцію розподілу ВВ X; б)побудувати графікиf(x) та F(x); в)знайти числові характеристики.
Розв'язування.

Практичне заняття №6

Деякі закони розподілу НВВ (нормальний, рівномірний, показниковий).

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Нормальний закон розподілу:

Рівномірний закон розподілу:

Показниковий закон розподілу:

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. Випадкова величина***X***– кількість балів,отриманих студентами ОДЕУ за дисципліною» Вища математика» є нормально розподіленою випадковою величиною з математичним сподіванням 60 балів і дисперсією 81.

Необхідно: а)записати функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини ***X*** і зобразити їх графіки; б)знайти ймовірність того,що ***X*** прийме значення не більш ніж 75,але не менш ніж 20; в)знайти довірчий інтервал,в якому з ймовірністю 0,9, будуть знаходитися значення ***X.***

Розв'язування.

Приклад 2. ВВ ***X*** задана функцією розподілу ймовірностей $F(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \Phi\left(\frac{x-6}{4}\right)\right)$, де $\Phi(t)$ –інтегральна функція Лапласа.
Знайти: а)щільність розподілу ймовірностей,побудувати графіки функцій розподілу; б)числові характеристики; в)Р(Х= 3), Р (Х< 7) , Р(-1 <Х <8).
Розв'язування.

Приклад 3. ВВ ***X*** задана щільністю розподілу ймовірностей $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-20)^2}{50}}$
Знайти: а)інтегральну функцію розподілу ймовірностей; б)побудувати графіки функцій розподілу; в) числові характеристики; г) Р (15≤ Х ≤30); Р(IХ-20I≤ 1); Р (Х=4).
Розв'язування.

Приклад 4. ВВ ***X***– рівномірно розподілена на проміжку [-2;5]. Знайти: а) інтегральну та диференціальну функції ВВ Х;

б)схематично побудувати їх графіки; в)числові характеристики; г) P (X=3) ;P(X < 4) ; P (-3 < X <4).
Розв’язування.

Приклад 5. ВВ ***X*** розподілена за показниковим законом з параметром **K** = 2 .
Знайти: а) інтегральну та диференціальну функції ВВ X; б)схематично побудувати їх графіки; в)числові характеристики; г) P (X=3) ;P(X < 4) ; P (-4< X <3).
Розв’язування.

Задачі для самостійного розв’язування.

Приклад 1. Щоденна кількість туристів, що відвідують музей є нормально розподіленою випадковою величиною X з математичнимсподіванням 15 (сотеньтуристів) і середнімквадратичнимвідхиленням 5 (сотень туристів). Необхідно: 1)записати функцію розподілу і щільність розподілу

ймовірностей випадкової величини X і побудувати схематично їх графіки; 2)знайти ймовірність того, що у певний день музей відвідають від 10 (сотень) до 25 (сотень) туристів; 3) знайти ймовірність того, що у певний день кількість відвідувачів музею відхилиться від свого математичного сподівання не більше, ніж на 2 (сотні) осіб у ту чи іншу сторону.
Розв’язування.

Приклад 2. ВВ ***X*** задана функцією розподілу ймовірностей $F(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \Phi\left(\frac{x+5}{3}\right)\right)$, де $\Phi(t)$ −інтегральна функція Лапласа.
Знайти: а)щільність розподілу ймовірностей,побудувати графіки функцій розподілу; б)числові характеристики; в)P(X= 4), P (X>5) , P(-1 <X <3).
Розв’язування.

Приклад 3. Зріст студентів розподілено за нормальним законом. Математичне сподівання зросту студентів дорівнює 175 см,а середнє квадратичне відхилення- 7 см. Визначити ймовірність

того,що навмання викликаний студент буде мати зріст від 170 до 180 см.
Розв’язування.

Приклад 4. ВВ ***X***– рівномірно розподілена на проміжку [2;7]. Знайти: а)інтегральну та диференціальну функції ВВ X; б)схематично побудувати їх графіки; в)числові характеристики;
г) P (X=3) ;P(X < 4) ; P (1< X <5).
Розв’язування.

Приклад 5. ВВ ***X*** задана щільністю розподілу ймовірностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.2e^{-0.2x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Знайти: а)функцію розподілу ймовірностей, побудувати графіки функцій розподілу; б)числові характеристики; в)P(X=5);P(X >5);
P(5≤ X <10).
Розв’язування.

Практичне заняття № 7

1. Закон великих чисел. Нерівності Маркова та Чебишова. Частинні випадки нерівності Чебишова.
2. Збіжність за імовірністю. Теорема Бернуллі. Теорема Чебишова.
3. Центральна гранична теорема.
4. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа та її частинні випадки.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Що розуміється під законом великих чисел?

____

____

____

Сформулювати нерівність Маркова.

____

____

Сформулювати наслідок нерівності Маркова.

____

____

Сформулювати нерівність Чебишова.

____

____

Сформулювати наслідок нерівності Чебишова.

____

____

Сформулювати частинні випадки нерівності Чебишова.

____

____

____

Дати означення збіжності за імовірністю.

____

____

Сформулювати теорему Бернуллі.

____

Сформулювати теорему Чебишова.

___

Сформулювати центральну граничну теорему.

___

Сформулювати інтегральна теорему Муавра-Лапласа та її частинні випадки.

___

___

___

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. Середня кількість викликів, які потрапляють на мініАТС протягом години, дорівнює 300. Оцініть імовірність того, що протягом деякої години кількість викликів буде: а) не менше 400; б) менше 500.

Розв'язування.

Приклад 2. Практика показує, що 60% студентів II курсу успішно складають усі іспити в період сесії. За допомогою нерівності Чебишова оцініть імовірність того, що серед 1200 студентів II курсу частка тих, хто вчасно здав усі іспити, знаходиться в межах від 0,56 до 0,64.

Розв'язування.

Приклад 3. Ймовірність випуску стандартної деталі дорівнює 0,96. Оцініть за допомогою нерівності Чебишова ймовірність того, що кількість бракованих деталей серед 2000 виготовлених знаходиться у межах від 60 до 100 включно. Уточніть імовірність тієї ж події за допомогою інтегральної теореми Муавра-Лапласа. Порівняйте отримані результати.
Розв’язування.

Приклад 4. На лекції з «Теорії імовірностей» спізнюються 3 із 75 студентів. Що можна стверджувати про кількість студентів, які спізняться на чергову лекцію, з імовірністю не менше 0,8? Розрахунки провести із застосуванням нерівностей та теореми Муавра-Лапласа.
Розв’язування.

Приклад 5. Середнє квадратичне відхилення кожної із 1000 незалежних однаково розподілених ВВ дорівнює 2. Яке найбільше відхилення середньої арифметичної цих ВВ від свого математичного сподівання за абсолютною величиною можна очікувати із імовірністю, не меншою, ніж 0,95. Порівняти

результат із розрахунками за наслідком із центральної граничної теореми.
Розв'язування.

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 1. Середні витрати електроенергії малим підприємством складає 1000 кВт у день, а середнє квадратичне відхилення цих витрат не перевищує 200 кВт. Оцініть імовірність того, що витрати електроенергії на підприємстві протягом деякого дня не перевищать 2000 кВт, використовуючи : а) нерівність Маркова; б) нерівність Чебишева. Порівняйте отримані оцінки.
Розв'язування

Приклад 2. Протягом одних біржових торгів курс акцій компанії в середньому змінюється на 0,3%. Оцініть імовірність того, що на наступних торгах курс зміниться більше, ніж на 3%.
Розв'язування.

Приклад 3. У середньому 10% працездатного населення деякого регіону – безробітні. Оцінить за допомогою нерівності Чебишова

ймовірність того, що рівень безробіття (частка безробітних) серед 10000 працездатних жителів міста буде в межах від 9 до 11% (включно).
Розв’язування.

Приклад 4. Досвід роботи страхової компанії показує, що страховий випадок припадає на кожну десяту угоду. Скільки угод необхідно укласти, щоб із імовірністю не менше 0,9 можна було стверджувати, що частка страхових випадків відхилиться від 0,1 не більш ніж на 0,01 (за абсолютною величиною). Порівняйте результат із розрахунками за допомогою наслідку з інтегральної теореми Муавра-Лапласа.
Розв’язування.

Приклад 5. Дисперсія кожної із 900 незалежних однаково розподілених ВВ дорівнює 1. Оцінити імовірність того, що середнє арифметичне цих ВВ відхиляється від свого математичного сподівання за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,1. Порівняти результат із розрахунками за наслідком із центральної граничної теореми.
Розв’язування.

Практичне заняття №8

1. Статистичні сукупності (генеральна та вибіркова), ознаки та їх розподіли. Числові характеристики статистичних розподілів.

2. Точкові та інтервальні оцінки параметрів статистичних розподілів, вимоги до цих оцінок.

3. Основні формули інтервального оцінювання. Три типи задач вибіркового методу.

Питання для самоперевірки. Теоретична довідка.

Дати означення вибіркової середньої , вибіркової дисперсії та вибіркового середньоквадратичного відхилення.

____

____

____

Сформулювати теорему щодо ймовірності відхилення вібіркової від генеральної середньої.

____

____

____

____

Сформулювати теорему щодо ймовірності відхилення вібіркової частківід генеральної частки.

____

____

____

____

Довірчі інтервали (інтервальні оцінки) для генеральної середньої та генеральної частки визначаються формулами:

____

____

Сформулювати три типи задач вибіркового методу.

____

____

____

____

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. На підприємстві зі штатом 400 робітників випадковим чином було відібрано 20 осіб і виміряно їхній зріст. Здобуті результати наведено у вигляді інтервального статистичного розподілу:

Зріст в см, X	165–170	170–175	175–180	180–185
Кількість осіб, *m*	4	6	8	2

Із надійністю 0,99 побудувати довірчий інтервал для зросту робітників підприємства (вважати, що дисперсія зросту в вибірковій сукупності є оцінкою дисперсії зросту всіх робітників).

Розв'язування.

Приклад 2. На заводі за зміну виготовляють 10000 валиків. Для оцінки відхилення валиків від номінального розміру, було проведено вибіркове обстеження. Відхилення діаметрів валиків від номінального розміру за результатами обстеження наведено в таблиці:

Відхилення в мк, X	0–5	5–10	10–15	15–20	20-25
Кількість осіб, *m*	15	75	100	50	10

Із надійністю 0,95 побудувати довірчий інтервал для відхилення діаметрів валиків, що виготовляються на заводі.

Розв'язування.

Приклад 3. Із партії у 9000 ноутбуків відібрано 900. Серед них виявилось 8%, які не задовольняють стандарту. Знайти:

1) ймовірність того, що частка ноутбуків з усієї партії, які задовольняють стандарту, відрізняється від вибіркової частки не більше ніж на 0,02 (за абсолютною величиною);

2) межі, в яких з ймовірністю 0,9545 знаходиться частка ноутбуків усієї партії, що задовольняють стандарту для повторної і безповторної вибірок;

3) яким чином зміняться результати в пунктах 1) і 2), коли б про частку ноутбуків, які не задовольняють стандарту, нічого не було відомо;

визначити обсяг вибірки, при якому з надійністю 0,9901 відхилення вибіркової частки ноутбуків, які задовольняють стандарту від частки таких ноутбуків у всій партії не перевищує 1% (за абсолютною величиною).

Розв’язування.

Приклад 4. За статистичними даними у Криму за сезон відпочивають 30000 іноземних громадян. У результаті вибіркового опитування 1000 відпочиваючих були отримані наступні результати:

Вартість путівки (тис. грн.), X	2 – 3	3 – 4	4 – 5	5 – 6
Кількість відпочиваючих, m	100	150	400	350

Знайти: 1) середню вартість путівки та середнє квадратичне відхилення вартості путівки у вибірковій сукупності; 2) ймовірність того, що середня вартість путівки для іноземних громадян буде відхилятися від обчисленої середньої вартості у вибірці не більше ніж на 0,08 тис. грн.

Розв’язування.

Приклад 5. Із 10000 мешканців містечка опитано 900. Серед відібраних виявилось 15% безробітних. Знайти: а) імовірність того, що частка безробітних в усому містечку відрізняється по модулю від отриманої частки безробітних у вибірці не більш, ніж на 0,04; б) границі, в яких з імовірністю 0,99 знаходиться частка безробітних в усьому містечку; в) кількість мешканців, які потрібно опитати, щоб з надійністю 0,9545 частка безробітних серед відібраних відрізнялась від генеральної частки по модулю не більш, ніж на 0,04.

Розв’язування**.**

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 1. За інформацією, що надійшла до податкової адміністрації, на гірськолижному курорті у різноманітних пунктах прокату знаходиться 1000 пар лиж. Для оцінки середньої вартості прокату пари лиж представники податкової адміністрації перевірили декілька пунктів. Дані перевірки наведені у таблиці:

Вартість (ум. од.), *X*	5 – 7	7 – 9	9 – 11	11 – 13	13 – 15
Кількість пар, *m*	4	6	10	20	10

З надійністю 0,95 побудувати довірчий інтервал для $\overline{X}$ – середньої вартості прокату пари лиж.

Розв'язування.

Приклад 2. Для оцінки середньої врожайності деякої культури з 1 га на всій площі в N га було проведене вибіркове обстеження врожайності на частині площі. Для вказаних результатів вибіркового обстеження (див. нижченаведену таблицю) визначити:

1) Середню врожайність та дисперсію врожайності у вибірковій сукупності.
2) Ймовірність того, що середня врожайність з 1 га на всій площі відхилиться від середньої врожайності у вибірковій сукупності не більше ніж на Δ_0 ц.
3) Границі, в яких з ймовірністю P_1 міститься середня врожайність на всій площі.
4) Яким повинен бути обсяг вибіркової сукупності, щоб з імовірністю, не мен-шою ніж P_2, можна було стверджувати, що відхилення середньої врожайності при вибірковому обстеженні від середньої врожайності на всій площі не перевищить Δ_1 (вважати, що дисперсія врожайності в наведеній вибірковій сукупності є оцінкою дисперсії врожайності з 1 га на всій площі).

Врожайність (ц/га), X	16	17	18	19	20
Посівна площа (га), *m*	19	12	18	11	15

Дані для проведення розрахунків: $N = 1611;\quad \Delta_0 = 0{,}31;\quad \Delta_1 = 0{,}41;\quad P_1 = 0{,}6827;\quad P_2 = 0{,}9545.$

Розв’язування.

Приклад 3. За умовами результатів вибірки зарплати 100 співробітників фірми із її 1000 робітників визначити: а) імовірність того, що середня платня всіх робітників фірми відрізняється від середньої вибіркової платні не більше ніж на 5грн. в ту чи іншу сторону; б) границі, в яких з надійністю 0,9545 знаходиться середня платня всіх робітників фірми; в) об'єм вибірки, при якому з надійністю 0,9973 модуль відхилення середньої платні усіх робітників від вибіркової середньої платні не перевищить 5грн. Розглянути випадки повторної та безповторної вибірки.

Розв'язування.

Практичне заняття №9

1. Точкові та інтервальні оцінки параметрів статистичних розподілів, вимоги до цих оцінок.

2. Основні формули інтервального оцінювання. Три типи задач вибіркового методу.

Задачі для розв'язування в аудиторії.

Приклад 1. В торзі працюють 500 продавців. Серед 100 продавців відібраних за методом безповторної вибірки середній денний виторг склав 2000 грн., а середнє квадратичне відхилення – 40 грн. Знайти імовірність того, що середній денний виторг одного продавця в торзі відрізняється від 2000 грн. не більше, ніж на 10 грн.

Розв'язування.

Приклад 2. Комерційний банк для вивчення можливостей надання довготермінових кредитів населенню провів опитування 1000 чоловік з 10000 своїх клієнтів. Середнє значення необхідного кредиту в вибірці склало 2000 грн., а дисперсія – 1024. Знайти межі довірчого інтервалу для середнього значення кредиту для всіх клієнтів банку з надійністю 0,95.

Розв'язування.

Приклад 3. Вибіркові дослідження показали, що частка покупців, що віддають перевагу новій модифікації товару А, складає 60% від загального числа покупців даного товару. Яким повинен бути обсяг повторної вибірки, щоб з імовірністю 0,9 можна було стверджувати, що частка таких покупців в загальній кількості буде відрізнятися від 0,6 не більше, ніж на 0,05?
Розв'язування.

Приклад 4. Продукція, що вироблена станком-автоматом за зміну, перевіряється методом повторної вибірки. Серед відібраних 400 деталей виявилось 120 першосортних. Знайти імовірність того, що частка першосортних деталей серед усіх вироблених буде відрізнятись від частки таких деталей у вибірці не більше, ніж на 5 % .
Розв'язування.

Приклад 5. Для визначення ефективності внесення добрив було проведено вибіркове обстеження 30 га посівної площі. З кожного гектара відібрали по 1 кв.м. і визначили урожайність на кожному гектарі. Середня урожайність серед обстежених 30 га виявилась

43 ц/га, а дисперсія – 5. В яких межах знаходиться середня урожайність на всій площі, якщо результат необхідно гарантувати з надійністю 0,9.
Розв’язування.

Приклад 6. Коробки з цукерками пакуються автоматично. Середня вага коробки 0,6 кг. На контроль надійшло 2000 коробок. Скільки коробок слід перевірити методом безповторної вибірки, щоб з ймовірністю 0,9 можна було стверджувати, що середня вага всіх коробок знаходиться в межах від 0,55 до 0,65 кг? Дисперсія ваги не перевищує 0,1.
Розв’язування.

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 1. Для оцінки частки безробітних серед 5000 робітників одного з районів міста відібрано методом безповторної вибірки 500 чоловік. Виявилось, що в вибірці 25 безробітних. Знайти з надійністю 0,95 довірчий інтервал частки безробітних для всіх робітників району.
Розв’язування.

Приклад 2. В СП 6000 овець. Вибірковим методом було встановлено, що середній настриг вовни з однієї вівці у партії в 1000 голів становить 5 кг, дисперсія 0,9. Знайти ймовірність, з якою можна стверджувати, що середній настриг вовни з однієї вівці для всієї отари відрізнятиметься від 5 кг не більш ніж на 0,2 кг в ту чи іншу сторону.
Розв'язування.

Приклад 3. Вибірковим обстеженням потрібно визначити середню вагу зерна пшениці. Скільки потрібно обстежити зернин, щоб з надійністю 0,9 можна було стверджувати, що середня вага зернини серед відібраних відрізнятиметься від середньої ваги зернини в усій партії не більше, ніж на 0,001 г ? Встановлено, що середнє квадратичне відхилення ваги зернини не перевищує 0,04 г.
Розв'язування.

Приклад 4. Середній вміст вітаміну С серед 100 драже, що перевірялись методом повторної вибірки, склав 14 % . Знайти імовірність того, що середній вміст вітаміну С в усій партії драже буде в межах від 13 % до 15 % , якщо дисперсія ознаки не перевищує 25.
Розв'язування.

Приклад 5. Шляхом безповторної вибірки перевірена якість 1000 деталей з партії в 5000 штук. Серед перевірених було 3 % нестандартних. Визначити межі, в яких знаходиться частка нестандартних деталей в усій партії, якщо результат необхідно гарантувати з ймовірністю 0,9973.

Розв'язування.

Приклад 6. Для оцінки частки деталей найвищого ґатунку в партії з 6000 деталей проводиться вибіркове обстеження. Яким повинен бути обсяг безповторної вибірки, щоб із ймовірністю 0,89 можна було стверджувати, що похибка вибірки не перевищить 0,02?

Розв'язування.

Практичне заняття № 10

Побудова теоретичного розподілу за емпіричними даними.

Етапи побудови теоретичного розподілу по емпіричним даним:

Схема критерію Пірсона узгодженості теоретичного розподілу з емпіричними даними:

Умови,які дозволяють припустити,що випадкова величина є нормально розподіленою:

Приклад. У результаті перевірки 100 різноманітних місць помешкання відпочиваючих на морському узбережжі отримані такі результати добової вартості помешкання X (грн.):

X	2 – 22	22 – 42	42 – 62	62 – 82	82 – 102	102 – 122	122 – 142	142 – 162
m	3	6	18	33	22	10	6	2

Необхідно: 1. Побудувати гістограму і полігон, знайти числові характеристики ознаки X –добової вартості помешкання.

2. Обґрунтувати вибір теоретичного закону розподілу, що вирівнює статистичний розподіл ознаки.

3. Знайти диференціальну та інтегральну функції розподілу, враховуючи, що середнє значення і дисперсія теоретичного

розподілу, відповідно, дорівнюють середньому значенню і дисперсії емпіричного розподілу ознаки X.

4. Перевірити за критерієм Пірсона узгодженість теоретичного розподілу з емпіричними даними, взявши за рівень значущості число $\alpha=0.05$.

Розв’язування.

Індивідуальне завдання №1.

Задача1. Із великої партії банкоматів було зроблено вибірку для дослідження закону розподілу часу безперервної роботи банкомату. Результати дослідів наведені в таблиці (N = номеру варіанта) :

Час безвідмовної роботи (год)	Кількість банкоматів	Час безвідмовної роботи (год)	Кількість банкоматів
(1000+N) - (1010+N)	165	(1050+N) - (1060+N)	20
(1010+N) - (1020+N)	120	(1060+N) - (1070+N)	15
(1020+N) - (1030+N)	75	(1070+N) - (1080+N)	10
(1030+N) - (1040+N)	55	(1080+N) - (1090+N)	5
(1040+N) - (1050+N)	35		

Необхідно:

1) побудувати полігон відносних частот (часток), знайти числові характеристики розподілу;

2) обгрунтовано вибрати закон розподілу часу безперервної роботи у генеральній сукупності (теоретичний розподіл), знайти його параметри, функції розподілу та побудувати графік щільності розподілу (на діаграмі для полігону);

3) перевірити за допомогою критерія Пірсона узгодженість вибіркових даних з побудованим теоретичним розподілом (рівень значущості прийняти рівним 0,05).

Розв’язування.

Задача 2. Для дослідження закону розподілу розміру щомісячної батьківської матеріальної підтримки студентам ОНЕУ проведено вибіркове обстеження, результати якого наведені в таблиці:

Розмір підтримки(грн.)	Число студ.	Розмір підтримки(грн.)	Число студ.	Розмір підтримки(грн.)	Число студ.
(140+N)-(142+N)	1	(150+N)-(152+N)	114	(160+N)-(162+N)	64
(142+N)-(144+N)	3	(152+N)-(154+N)	186	(162+N)-(164+N)	28
(144+N)-(146+N)	7	(154+N)-(156+N)	200	(164+N)-(166+N)	9
(146+N)-(148+N)	26	(156+N)-(158+N)	172	(166+N)-(168+N)	3
(148+N)-(150+N)	66	(158+N)-(160+N)	120	(168+N)-(170+N)	1

Необхідно: 1) побудувати полігон відносних частот (часток), знайти числові характеристики розподілу; 2) обґрунтовано вибрати закон розподілу розміру щомісячної батьківської матеріальної підтримки у генеральній сукупності (теоретичний розподіл), знайти його параметри, функції розподілу та побудувати графік щільності розподілу (на діаграмі для полігону); 3) перевірити за допомогою критерія Пірсона узгодженість вибіркових даних з побудованим теоретичним розподілом (рівень значущості прийняти рівним 0,05).

Розв’язування.

Практичне заняття № 11

1. Функціональна, статистична та кореляційна залежності.
2. Проста лінійна регресія. Основні положення.
3. Оцінка щільності зв’язку. Коефіцієнт кореляції.
4. Адекватність моделі. Прогнозування.
5. Індивідуальне завдання №2.

Яка залежність називається функціональною?

____

____

Яка залежність називається статистичною?

____

____

Яка залежність називається кореляційною?

____

____

Записати загальний вигляд простої вибіркової регресійної моделі.

____

____

Записати формули для знаходження коефіцієнтів простої вибіркової регресійної моделі.

____

____

Записати формулу для знаходження коефіцієнту кореляції.

____

____

Записати формулу для знаходження ***F*** –критерію.

____

Задача. Залежність між випуском продукції **У** (тон) протягом доби та величиною основних виробничих фондів (ОВФ) **Х** (млн.грн.) для сукупності 50 однотипних підприємств наведена в таблиці (N – номер варіанта):

Х \ **У**		7+N– 11+N	11+N– 15+N	15+N- 19+N	19+N- 23+N	23+N- 27+N	m_x
20+N-	25+N	2	1				
25+N-	30+N	3	6	4			
30+N-	35+N		3	11	7		
35+N-	40+N		1	2	6	2	
40+N-	45+N				1	1	
m_y							

Необхідно: 1) побудувати точкову діаграму статистичної залежності (кореляційне поле); визначити аргументи (регресори), які впливають на функцію-регресант;

2) побудувати моделі регресійної залежності **У** на **Х** та **Х** на **У,** оцінити щільність кореляційного зв'язку;

3) використати моделі для економічного аналізу та прогнозування.

Розв'язування. Використати при розв'язуванні Excel (див. Додаток).

Підготуватись до співбесіди.

Робочий зошит є важливою частиною методичного забезпечення навчальної дисципліни, він є суттєвою допомогою студентам як на практичних заняттях, так і під час самостійної роботи. Робочий зошит містить завдання для розв'язування під час практичних занять, завдання для самостійного розв'язування студентами з усіх тем навчальної дисципліни, варіанти індивідуальних робіт на тему „Побудова теоретичного розподілу за емпіричними даними”, варіанти індивідуальних робіт на тему „Елементи кореляційно-регресійного аналізу”, додатки.

При складанні робочого зошиту були використані методичні розробки кафедри, зокрема навчальний посібник [1], методичні вказівки [2] та інші. Для додаткового вивчення матеріалу рекомендуємо студентам ознайомитись з науковою літературою, зокрема статтями [3], [4], [5].

Значення функції e^{-x}.

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,01	0,9900	0,41	0,6637	0,81	0,4449	1,21	0,2982	1,61	0,1999
0,02	0,9802	0,42	0,6570	0,82	0,4404	1,22	0,2952	1,62	0,1979
0,03	0,9704	0,43	0,6505	0,83	0,4360	1,23	0,2923	1,63	0,1959
0,04	0,9608	0,44	0,6440	0,84	0,4317	1,24	0,2894	1,64	0,1940
0,05	0,9512	0,45	0,6376	0,85	0,4274	1,25	0,2865	1,65	0,1920
0,06	0,9418	0,46	0,6313	0,86	0,4232	1,26	0,2837	1,66	0,1901
0,07	0,9324	0,47	0,6250	0,87	0,4190	1,27	0,2808	1,67	0,1882
0,08	0,9231	0,48	0,6188	0,88	0,4148	1,28	0,2780	1,68	0,1864
0,09	0,9139	0,49	0,6126	0,89	0,4107	1,29	0,2753	1,69	0,1845
0,10	0,9048	0,50	0,6065	0,90	0,4066	1,30	0,2725	1,70	0,1827
0,11	0,8958	0,51	0,6005	0,91	0,4025	1,31	0,2698	1,71	0,1809
0,12	0,8869	0,52	0,5945	0,92	0,3985	1,32	0,2671	1,72	0,1791
0,13	0,8781	0,53	0,5886	0,93	0,3946	1,33	0,2645	1,73	0,1773
0,14	0,8694	0,54	0,5827	0,94	0,3906	1,34	0,2618	1,74	0,1755
0,15	0,8607	0,55	0,5769	0,95	0,3867	1,35	0,2592	1,75	0,1738
0,16	0,8521	0,56	0,5712	0,96	0,3829	1,36	0,2567	1,76	0,1720
0,17	0,8437	0,57	0,5655	0,97	0,3791	1,37	0,2541	1,77	0,1703
0,18	0,8353	0,58	0,5599	0,98	0,3753	1,38	0,2516	1,78	0,1686
0,19	0,8270	0,59	0,5543	0,99	0,3716	1,39	0,2491	1,79	0,1670
0,20	0,8187	0,60	0,5488	1,00	0,3679	1,40	0,2466	1,80	0,1653
0,21	0,8106	0,61	0,5434	1,01	0,3642	1,41	0,2441	1,81	0,1637
0,22	0,8025	0,62	0,5379	1,02	0,3606	1,42	0,2417	1,82	0,1620
0,23	0,7945	0,63	0,5326	1,03	0,3570	1,43	0,2393	1,83	0,1604
0,24	0,7866	0,64	0,5273	1,04	0,3535	1,44	0,2369	1,84	0,1588
0,25	0,7788	0,65	0,5220	1,05	0,3499	1,45	0,2346	1,85	0,1572
0,26	0,7711	0,66	0,5169	1,06	0,3465	1,46	0,2322	1,86	0,1557
0,27	0,7634	0,67	0,5117	1,07	0,3430	1,47	0,2299	1,87	0,1541
0,28	0,7558	0,68	0,5066	1,08	0,3396	1,48	0,2276	1,88	0,1526
0,29	0,7483	0,69	0,5016	1,09	0,3362	1,49	0,2254	1,89	0,1511
0,30	0,7408	0,70	0,4966	1,10	0,3329	1,50	0,2231	1,90	0,1496
0,31	0,7334	0,71	0,4916	1,11	0,3296	1,51	0,2209	1,91	0,1481
0,32	0,7261	0,72	0,4868	1,12	0,3263	1,52	0,2187	1,92	0,1466
0,33	0,7189	0,73	0,4819	1,13	0,3230	1,53	0,2165	1,93	0,1451
0,34	0,7118	0,74	0,4771	1,14	0,3198	1,54	0,2144	1,94	0,1437
0,35	0,7047	0,75	0,4724	1,15	0,3166	1,55	0,2122	1,95	0,1423
0,36	0,6977	0,76	0,4677	1,16	0,3135	1,56	0,2101	1,96	0,1409
0,37	0,6907	0,77	0,4630	1,17	0,3104	1,57	0,2080	1,97	0,1395
0,38	0,6839	0,78	0,4584	1,18	0,3073	1,58	0,2060	1,98	0,1381
0,39	0,6771	0,79	0,4538	1,19	0,3042	1,59	0,2039	1,99	0,1367
0,40	0,6703	0,80	0,4493	1,20	0,3012	1,60	0,2019	2,00	0,1353

Значення функції $f(x) = e^{-t^2/2} / \sqrt{2\pi}$.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

Значення функції $\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-t^2/2}\,dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-x}^{x} e^{-t^2/2}\,dt$.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0,0797	0,0876	0,0955	0,1034	0,1113	0,1192	0,1271	0,1350	0,1428	0,1507
0,2	0,1585	0,1663	0,1741	0,1819	0,1897	0,1974	0,2051	0,2128	0,2205	0,2282
0,3	0,2358	0,2434	0,2510	0,2586	0,2661	0,2737	0,2812	0,2886	0,2961	0,3035
0,4	0,3108	0,3182	0,3255	0,3328	0,3401	0,3473	0,3545	0,3616	0,3688	0,3759
0,5	0,3829	0,3899	0,3969	0,4039	0,4108	0,4177	0,4245	0,4313	0,4381	0,4448
0,6	0,4515	0,4581	0,4647	0,4713	0,4778	0,4843	0,4907	0,4971	0,5035	0,5098
0,7	0,5161	0,5223	0,5285	0,5346	0,5407	0,5467	0,5527	0,5587	0,5646	0,5705
0,8	0,5763	0,5821	0,5878	0,5935	0,5991	0,6047	0,6102	0,6157	0,6211	0,6265
0,9	0,6319	0,6372	0,6424	0,6476	0,6528	0,6579	0,6629	0,6680	0,6729	0,6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	0,6970	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	0,7287	0,7330	0,7373	0,7415	0,7457	0,7499	0,7540	0,7580	0,7620	0,7660
1,2	0,7699	0,7737	0,7775	0,7813	0,7850	0,7887	0,7923	0,7959	0,7995	0,8029
1,3	0,8064	0,8098	0,8132	0,8165	0,8198	0,8230	0,8262	0,8293	0,8324	0,8355
1,4	0,8385	0,8415	0,8444	0,8473	0,8501	0,8529	0,8557	0,8584	0,8611	0,8638
1,5	0,8664	0,8690	0,8715	0,8740	0,8764	0,8789	0,8812	0,8836	0,8859	0,8882
1,6	0,8904	0,8926	0,8948	0,8969	0,8990	0,9011	0,9031	0,9051	0,9070	0,9090
1,7	0,9109	0,9127	0,9146	0,9164	0,9181	0,9199	0,9216	0,9233	0,9249	0,9265
1,8	0,9281	0,9297	0,9312	0,9328	0,9342	0,9357	0,9371	0,9385	0,9399	0,9412
1,9	0,9426	0,9439	0,9451	0,9464	0,9476	0,9488	0,9500	0,9512	0,9523	0,9534
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9615	0,9625	0,9634
2,1	0,9643	0,9651	0,9660	0,9668	0,9676	0,9684	0,9692	0,9700	0,9707	0,9715
2,2	0,9722	0,9729	0,9736	0,9743	0,9749	0,9756	0,9762	0,9768	0,9774	0,9780
2,3	0,9786	0,9791	0,9797	0,9802	0,9807	0,9812	0,9817	0,9822	0,9827	0,9832
2,4	0,9836	0,9840	0,9845	0,9849	0,9853	0,9857	0,9861	0,9865	0,9869	0,9872
2,5	0,9876	0,9879	0,9883	0,9886	0,9889	0,9892	0,9895	0,9898	0,9901	0,9904
2,6	0,9907	0,9909	0,9912	0,9915	0,9917	0,9920	0,9922	0,9924	0,9926	0,9929
2,7	0,9931	0,9933	0,9935	0,9937	0,9939	0,9940	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947
2,8	0,9949	0,9950	0,9952	0,9953	0,9955	0,9956	0,9958	0,9959	0,9960	0,9961
2,9	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980
3,1	0,9981	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986
3,2	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,3	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,4	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
3,5	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
3,6	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Значення $\chi^2_{\alpha,\kappa}$ критерію Пірсона.

κ	Ймовірність $\alpha = 1 - \gamma$											
	0,99	**0,98**	**0,95**	**0,9**	**0,8**	**0,7**	**0,5**	**0,3**	**0,2**	**0,1**	**0,02**	**0,01**
1	0,00	0,00	0,00	0,02	0,06	0,15	0,45	1,07	1,64	2,71	5,41	6,63
2	0,02	0,04	0,10	0,21	0,45	0,71	1,39	2,41	3,22	4,61	7,82	9,21
3	0,11	0,18	0,35	0,58	1,01	1,42	2,37	3,66	4,64	6,25	9,84	11,3
4	0,30	0,43	0,71	1,06	1,65	2,19	3,36	4,88	5,99	7,78	11,7	13,3
5	0,55	0,75	1,15	1,61	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	13,4	15,1
6	0,87	1,13	1,64	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,6	15,0	16,8
7	1,24	1,56	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,0	16,6	18,5
8	1,65	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,0	13,4	18,2	20,1
9	2,09	2,53	3,33	4,17	5,38	6,39	8,34	10,7	12,2	14,7	19,7	21,7
10	2,56	3,06	3,94	4,87	6,18	7,27	9,34	11,8	13,4	16,0	21,2	23,2
11	3,05	3,61	4,57	5,58	6,99	8,15	10,3	12,9	14,6	17,3	22,6	24,7
12	3,57	4,18	5,23	6,30	7,81	9,03	11,3	14,0	15,8	18,5	24,1	26,2
13	4,11	4,77	5,89	7,04	8,63	9,93	12,3	15,1	17,0	19,8	25,5	27,7
14	4,66	5,37	6,57	7,79	9,47	10,8	13,3	16,2	18,2	21,1	26,9	29,1
15	5,23	5,98	7,26	8,55	10,3	11,7	14,3	17,3	19,3	22,3	28,3	30,6
16	5,81	6,61	7,96	9,31	11,2	12,6	15,3	18,4	20,5	23,5	29,6	32,0
17	6,41	7,25	8,67	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5	21,6	24,8	31,0	33,4
18	7,01	7,91	9,39	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6	22,8	26,0	32,3	34,8
19	7,63	8,57	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7	23,9	27,2	33,7	36,2
20	8,26	9,24	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8	25,0	28,4	35,0	37,6
21	8,90	9,91	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9	26,2	29,6	36,3	38,9
22	9,54	10,6	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9	27,3	30,8	37,7	40,3
23	10,2	11,3	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0	28,4	32,0	39,0	41,6
24	10,9	12,0	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1	29,6	33,2	40,3	43,0
25	11,5	12,7	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	41,6	44,3
26	12,2	13,4	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	42,9	45,6
27	12,9	14,1	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	44,1	47,0
28	13,6	14,8	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	45,4	48,3
29	14,3	15,6	17,7	19,8	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	46,7	49,6
30	15,0	16,3	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,3	40,3	48,0	50,9

ЛІТЕРАТУРА

1. Мацкул В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник для стедентів ОДЕУ денної форми навчання усіх спеціальностей. / В.М. Мацкул - Одеса: ОДЕУ, 2010.- 150 с.
2. Шинкаренко В.М. Методичні вказівки та завдання до самостійної роботи з дисципліни „Теорія ймовірностей та математична статистика” для студентів І курсу всіх форм навчання спеціальності „Туризм” / Н.Л. Воропай, В.М. Шинкаренко – Одеса: ОДЕУ, ротапринт, 2011. – 53с.
3. Шинкаренко В.М.,Чернишев В.Г. Проблема репрезентативності вибіркових обстежень // Актуальні дослідження в соціальній сфері. Матеріали третьої Міжн. наук.- практ. конф. – 15 квітня 2014. - Одеса. – С. 30-32.
4. Шинкаренко В.М., Чернишев В.Г. Достовірність результатів вибіркових обстежень // Актуальні дослідження в соціальній сфері. Матеріали четвертої Міжн. наук.–практ. конф. – 17 листопада 2014. – Одеса. – С. 36 - 38.
5. Шинкаренко В.М. Щодо використання шкал вимірювань і середніх величин у прийнятті рішень / Окара Д.В., Чернишев В.Г., Шинкаренко В.М., Шинкаренко Л.В. Материалы XI Международной конференции «СТРАТЕГИЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТИ И ОБРАЗОВАНИИ», 01-06 июня 2015 г., Технический университет-Варна, Болгария – 2015 – с. 186 -- 133