УДК 621.3.019:075

Скопа А.А, к.т.н., доцент, проректор Междунар. гуманитарного университета (г. Одесса)
Билык Н.М., зав. лаб. Николаевского учебного центра ОНЮА, аспирантка УНИИС

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАДИОКАНАЛА НА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА

В статье производится анализ влияния точности измерения параметров радиоканала на помехоустойчивость приема, что позволяет связать среднюю вероятность ошибки при приеме с точностью оценки.

У статті проводиться аналіз впливу точності вимірювань параметрів радіоканалу на завадостійкість прийому, що дозволяє зв'язати середню ймовірність помилки при прийомі з точністю оцінки.

In the article the analysis of influencing exactness of measuring for parameters of radio channel is made on antijammingness of reception, that allows to link middle probability of error at the reception with exactness of estimation.

Постановка проблемы. Анализ влияния точности измерения параметров канала на помехоустойчивость приема в качестве основополагающей цели содержит тезис о том, что существует необходимость в установлении связи между средней вероятностью ошибки при приеме с точностью оценки. В качестве основополагающей цели устанавливается, что необходимо получить простые приближенные рекомендации для использования их при проведении измерений – при измерениях необходимо стремиться к тому, чтобы среднее отношение сигнал/шум по мощности в тракте измерения было бы примерно в десять раз больше, чем в тракте приема. Более точные рекомендации могут быть получены прямыми расчетами по полученным формулам.

Связь проблемы с важными научными и практическими заданиями. Перспективы развития современных мобильных информационных технологий, ставят новые задачи и проблемы их эффективного и надежного функционирования с различных точек зрения: эффективного использования частотного ресурса, оптимальной мощности передатчика, помехоустойчивой передачи сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами, разработке новых оптимальных сигналов для таких каналов, а также профилактическому обслуживанию, измерению и достоверной статистической обработке полученных характеристик каналов. ***Анализ последних исследований и публикаций, в которых положено начало решения упомянутых проблем,*** показывает, что развитие идей получения достоверных оценок, методы, методики и алгоритмы обработки результатов измерений, а также – на этой основе – прогнозирование технического состояния и работоспособности в зависимости от анализа параметров, их взаимовлияния, освещены в работах Л. Финка, В. Мудрова, В. Кушко, Е. Вентцель, Л. Канторовича, Н. Северцева, Г. Судакова, Б. Литвака, И. Хацкевича, Л. Гурина и других ученых. В этом направлении следует отметить работы зарубежных ученых – Ч. Смита, П. Супеса, Дж. Зинеса, Дж. Себера и др. Раньше нерешенной частью общей проблемы является определение влияния точности измерения параметров радиоканала на помехоустойчивость приема, что позволяет связать среднюю вероятность ошибки при приеме с точностью оценки. ***Постановкой задания*** для исследования является разработка и анализ метода повышения точности оценок, основанный на использовании корреляции таких оценок в разные интервалы наблюдения и усовершенствование методики повышения точности, а также формулировка и решение задачи оптимального сложения оценок в разных интервалах наблюдения. На этой основе необходимо провести анализ влияния точности измерения параметров канала на помехоустойчивость приема, что, в конечном итоге, позволит связать среднюю вероятность ошибки при приеме с точностью оценки.

Перейдем к изложению ***основного материала*** с математическим обоснованием полученных результатов.

Предположим, что некоторым образом измерены параметры α_i и оценки α_i^0 используются при вынесении решения о передаваемом сигнале путем определения максимальной из величин:

$$\mu_r = \operatorname{Re}\sum_{l=1}^{N}\alpha_l^0\int_0^T f(t)S_l^{(r)*}(t)\,dt,\ r=1,2,$$

где: $f(t)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i s_i^{(k)}(t)+n(t)$ – принимаемый сигнал; $S_i^{(k)}(t)$ – сигнал в i-м пути распространения при передаче сигнала; $s_k(t), k=1,2...$; $n(t)$ – процесс, описывающий шум, действующий в канале.

Наша цель состоит в том, чтобы связать среднюю вероятность ошибки при таком приеме с точностью оценки. Анализ будем производить на основе методики, изложенной в [1].

Будем рассматривать случай двоичной передачи с использованием противоположных сигналов $s_1(t)=-s_2(t)$. Считаем, что выполняются условия:

$$\int_0^T s_i^{(1)}(t)s_l^{(1)*}(t)\,dt=0,\ i\neq l.$$

Среднюю вероятность ошибки в этом случае можно найти, полагая, что передается сигнал $s_1(t)$, находя вероятность того, что $p=p(\mu_1<0)$. При сделанных предположениях $\mu_1=\operatorname{Re}\left(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^{0*}\alpha_i 2E-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^{0*}\alpha_i\right)$, где $n_i=\int_0^T n(t)s_i^*(t)\,dt$.

Обозначим $U_l=\alpha_i 2E+n_i$ и $V_i=\alpha_i^0$. Тогда:

$$\mu_1=\operatorname{Re}\left(\sum_{i=1}^{N}U_iV_i^*\right)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(U_iV_i^*+U_i^*V_i\right).$$

Рассмотрим теперь отдельные частные случаи, для которых можно получить сравнительно простые конечные результаты.

1. Осуществляется одноразовый прием с использованием оценок, полученных согласно формуле

$$\alpha_k^0=c_k^0+i\hat{c}_k^0=\frac{\int_0^T f(t)s_k^*(t)\,dt}{\int_0^T\left|s_k(t)\right|^2 dt}$$

для случая, когда зондирующий сигнал $s(t)$ имеет хорошие корреляционные свойства [2], т. е. $\int_0^T s_i(t)s_l^*(t)\,dt=0$ при $i\neq l$. Регулярная составляющая в путях распространения отсутствует, т.е. $M(\alpha_i)=0$, и дисперсии $D(\alpha_i)=2\sigma^2$, определяющие интенсивность случайной составляющей замираний во всех путях распространения, одинаковые. Параметры α_i для различных путей распространения не коррелированны, т. е. $M(\alpha_i\alpha_l^*)=0,\ i\neq l$. В этом случае $M(U_i)=M(V_i)=0$, $D(U_i)=2\sigma^2 4E^2+2N_0E$, $D(V_i)=D(\alpha_i)+D(\Delta_i)=2\sigma^2+\dfrac{N_0}{2E_3}$, $M(U_iV_l^*)=2\sigma^2 2E$, где E_3 – энергия сигнала в i-м пути распространения, используемого для измерения. Используя для $a=b=0$ и $c=1$ известные из [1] формулы (П.1)

$$\eta=\sum_{k=1}^{N}\eta_k=\sum_{k=1}^{N}a|U_k|^2+b|V_k|^2+cU_k^*V_k+c^*U_kV_k\ ,$$

где a, b – действительные числа, c – комплексное число, U_k, V_k – комплексные гауссовские случайные величины, которые при разных значениях k – статистически независимы; а также формулу (П.4):

$$p(\eta<0)=\left(\frac{q}{p+q}\right)^N\sum_{k=0}^{N-1}C_k^{N+k-1}\left(1-\frac{q}{p+q}\right)^k, \tag{1}$$

находим, что:

$$p=p(\mu_1<0)=\frac{1}{(2+\omega)^N}\sum_{i=0}^{N-1}C_i^{N+i-1}\left(\frac{1+\omega}{2+\omega}\right), \tag{2}$$

где:

$$\omega=\frac{2}{\sqrt{\left(1+\dfrac{1}{d}\right)\left(1+\dfrac{1}{d_1}\right)-1}}, \tag{3}$$

причем $p=\dfrac{\left[\dfrac{d}{d_1+1}+2\right]^{N-1}}{(d+2)^N}$; $d=2\sigma^2\dfrac{2E}{N_0}$ – среднее отношение сигнал/шум на выходе коррелятора в тракте приема; $d_1=2\sigma^2\dfrac{2E_3}{N_0}$ – среднее отношение сигнал/шум на выходе коррелятора в тракте измерения параметра.

Отметим, что формулы (2) и (3) остаются справедливыми также в случае, когда измерение параметров α_i, производится по методу максимума апостериорной вероятности, т.е. использование при измерении критерия максимума апостериорной вероятности вместо критерия максимума правдоподобия не дает никаких преимуществ в смысле увеличения помехоустойчивости приема.

При $d_1\to\infty$ параметры α_i, измеряются совершенно точно. Формула (2) в этом случае определит среднюю вероятность ошибки при когерентном сложении и когерентном приеме противоположных сигналов, переданных по каналу с несколькими путями распространения. При конечной величине d_1 учитывается влияние точности измерения на помехоустойчивость приема. Можно задаваясь p и d, определить требования к точности измерения.

Возможен иной подход – определить эти требования по допустимому снижению вероятности ошибки по сравнению с идеальным измерением, т.е. со случаем $d_1\to\infty$.

Из рассмотрения формулы (3) видно, что членом $\left(1+\frac{1}{d_1}\right)$ можно часто пренебречь по сравнению с членом $\left(1+\frac{1}{d}\right)$, если $d_1 \gtrsim 10d$. Отсюда следует простая приближенная рекомендация: при измерении необходимо стремиться к тому, чтобы среднее отношение сигнал/шум по мощности в тракте измерения было бы примерно в десять раз больше, чем в тракте приема. Более точные конкретные рекомендации могут быть получены прямыми расчетами по формуле (2). В том случае, если d_1 является конечной величиной, вероятность ошибки p не стремится к нулю при $d \to \infty$. Это означает, что при конечной точности измерения параметров *a*, всегда имеют место несократимые ошибки.

Сформулированные вначале ограничения можно несколько ослабить, а именно предположить, что регулярная составляющая в путях распространения существует, т.е. $M(\alpha_i) \neq 0$. Тогда $M(U_i) = M(\alpha_i)2E$, $M(V_i) = M(\alpha_i)$, $D(U_i) = 2\sigma^2 4E^2 + 2N_0E$, $D(V_i) = 2\sigma^2 + \frac{N_0}{2E_3}$, $M(U_iV_i^*) = 2\sigma^2 2E$. Обратившись к ранее упомянутым литературным источникам [1], в этом случае для значений $a = b = 0$ и $c = 1$, введя соответствующие замены в обозначениях переменных, вероятность ошибки можно определить по формуле (П.5):

$$p(q<0) = Q(\varepsilon,\eta) - I_0(\varepsilon,\eta)e^{-\frac{\varepsilon^2+\eta^2}{2}} + \frac{I_0(\varepsilon\eta)e^{-\frac{\varepsilon^2+\eta^2}{2}}}{\left(1+\frac{u_2}{u_1}\right)^{2N-1}} \sum_{m=0}^{N-1} C_m^{2N-1}\left(\frac{u_2}{u_1}\right) +$$

$$+\frac{e^{-\frac{\varepsilon^2+\eta^2}{2}}}{\left(1+\frac{u_2}{u_1}\right)^{2N-1}} \sum_{n=0}^{N-1} I_n(\varepsilon\eta) \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} C_m^{2N-1} \left[\left(\frac{\eta}{\varepsilon}\right)^n \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^m - \left(\frac{\varepsilon}{\eta}\right)^n \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^{2N-m-1} \right] \right\},$$

где $N > 1$, $Q(\varepsilon,\eta)$ – *Q*-функция [3], $I_n(\varepsilon\eta)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода *n*-го порядка [3], $\varepsilon = \left(\frac{2u_1^2u_2(\alpha_1u_2 - \alpha_2)}{(u_1+u_2)^2}\right)^{0,5}$,

$$\eta = \left(\frac{2u_1^2u_2(\alpha_1u_2 + \alpha_2)}{(u_1+u_2)^2}\right)^{0,5},$$

$$\alpha_1 = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{1,k}, \qquad \alpha_2 = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{2,k},$$

$$\alpha_{1,k} = \left[|c|^2 - ab\right]\left[|M(U_k)|^2 D(V) + |M(V_k)|^2 D(U) - M(U_k^*)M(V_k)\mu(U^*V) - M(U_k)M(V_k^*)\mu(UV^*)\right],$$

$$\alpha_{2,k} = a|M(U_k)|^2 + b|M(V_k)|^2 + cM(U_k^*)M(V_k) + c^*M(U_k)M(V_k^*),$$

$$u_1 = \sqrt{z^2 + \frac{1}{(R-W)\left(|c|^2 - ab\right)}} - z, \qquad u_1 = \sqrt{z^2 + \frac{1}{(R-W)\left(|c|^2 - ab\right)}} + z,$$

$$z = \frac{aD(U) + bD(V) + c^*\mu(U^*V) + c\mu(UV^*)}{2|R-W|^2\left(|c|^2 - ab\right)}, \quad R = D(U)D(V),\ W = |\mu(U^*V)|^2.$$

В результате подстановок и преобразований, упуская промежуточные выкладки, получим:

$$p(q<0)=Q(\varepsilon,\eta)-\frac{\frac{u_2}{u_1}}{1+\frac{u_2}{u_1}}I_0(\varepsilon\eta)e^{-\frac{\varepsilon^2-\eta^2}{2}} \quad \text{при } N>1.$$

2. Осуществляется одноразовый прием с использованием оценок, полученных согласно формуле (4.46) из [1]. Отметим, что упомянутая формула описывает процесс получения оценки измерений, проводимых на основе зондирования канала сигналом $s(t)$ с хорошими корреляционными свойствами.

Для рассматриваемого случая регулярная составляющая в путях распространения отсутствует, т.е. $M(\alpha_i)=0$, и дисперсии $D(\alpha_i)=2\alpha_i^2$ в разных путях распространения неодинаковы.

Рассмотрим характерный случай, когда параметры α_i разных путей распространения не коррелированны, т.е. $M(\alpha_i\alpha_l^*)=0$. Тогда:

$$\left.\begin{aligned} &M(U_i)=M(V_i)=0\\ &D(U_i)=2\sigma_i^2 4E^2+2N_0E\\ &D(V_i)=2\sigma_i^2+\frac{N_0}{2E_3}\\ &M(U_iV_i^*)=2\sigma_i^2 2E \end{aligned}\right\}.$$

Используя формулу (1) для $a=b=0$ и $c=1$, а также формулу (П.3) из [1]:

$$p=-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{k=1}^{N}\frac{p_kq_k}{(\upsilon_k-ip_k)(\upsilon_k+iq_k)}\frac{d\upsilon}{\upsilon}=\sum_{k=1}^{N}\prod_{i=1}^{N}\frac{q_i}{p_k+q_i}\prod_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{N}\frac{p_i}{p_i-p_k}$$

и введя соответствующие замены в обозначениях переменных, находим:

$$p=\sum_{i=1}^{N}\prod_{k=1}^{N}\frac{q_k}{p_i+q_k}\prod_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{N}\frac{p_k}{p_k-p_i},$$

где $p_i=\dfrac{\sqrt{(d_i+1)(d_{1,i}+1)\frac{E_3}{E}+d_{1,i}}}{d_i+d_{1,i}+1}$; $p_l=\dfrac{\sqrt{(d_i+1)(d_{1,i}+1)\frac{E_3}{E}-d_{1,i}}}{d_i+d_{1,i}+1}$, причем $d_i=2\sigma_i^2\dfrac{2E}{N_0}$ – среднее отношение сигнал/шум на выходе коррелятора в 1-м канале тракта приема, $d_{1,i}=2\sigma_i^2\dfrac{2E_3}{N_0}$ – среднее отношение сигнал/шум на выходе коррелятора в тракте измерения параметра α_i.

Можно, используя методику, изложенную в [4], учесть наличие корреляции между параметрами α_i для разных путей распространения. С учетом этого, оптимальными оценками при наличии такой корреляции являются оценки, образованные согласно формуле (3). Однако можно также пользоваться оценками, образованными согласно формуле (2), которые в этом случае будут неоптимальными. Определим формулы, позволяющие учесть корреляцию между параметрами α_i, в случае использования таких оценок. Используем матрицу:

$$K=\begin{Vmatrix}
\mu_{11} &&&&&&&&& \\
& \ddots &&&&&&&& \\
&& \mu_{il} &&&&& \lambda_{il}^{*} && \\
&&& \ddots &&&&&& \\
&&&& \mu_{11} &&&&& \\
&&&&& \eta_{11} &&&& \\
&&&&&& \ddots &&& \\
&& \lambda_{il} &&&&& \eta_{ii} && \\
&&&&&&&& \ddots & \\
&&&&&&&&& \eta_{NN}
\end{Vmatrix}.$$

где: $\mu_{ii}=\frac{1}{2}\left[D\left(U_i\right)+D\left(V_i\right)+2\,\mathrm{Re}\,M\left(U_iV_i^{*}\right)\right]$;

$\eta_{ii}=\frac{1}{2}\left[D\left(U_i\right)+D\left(V_i\right)-2\,\mathrm{Re}\,M\left(U_iV_i^{*}\right)\right]$; $\mu_{il}=\frac{1}{2}M\left[\left(U_i+V_i\right)\left(U_l^{*}+V_l^{*}\right)\right]$;

$\eta_{il}=\frac{1}{2}M\left[\left(U_i-V_i\right)\left(U_l^{*}-V_l^{*}\right)\right]$; $\lambda_{il}=\frac{1}{2}M\left[\left(U_i+V_i\right)\left(U_l^{*}-V_l^{*}\right)\right]$.

Далее образуем матрицу $F=\begin{Vmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{Vmatrix}K$, где I – единичная матрица N-го порядка, и находим собственные значения этой матрицы. Модули положительных собственных значений обозначим α_i, а отрицательных собственных значений β_i. Вероятность ошибки при этом:

$$p=\sum_{i=1}^{N}\frac{\beta_i^{2N-1}}{\prod\limits_{k=1}^{N}\left(\beta_i+\alpha_k\right)\prod\limits_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N}\left(\beta_i-\beta_k\right)}=\prod_{l=1}^{N}\frac{\beta_l}{\alpha_l+\beta_l}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\prod\limits_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N}\left[\frac{\beta_k}{\alpha_k+\beta_k}+\frac{\beta_i}{\beta_k}\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_k+\beta_k}\right)\right]\left(1-\frac{\beta_k}{\beta_i}\right)}.$$

3. Осуществляется многоразовый прием в случае передачи по каналу с частотноселективными замираниями. В этом случае производится накопление оценок α_i^0, полученных за n соседних интервалов наблюдения. Данный случай легко свести к случаю одноразового приема, имея в виду, что, при прочих равных условиях, точность оценки увеличивается пропорционально числу интервалов наблюдения.

4. Осуществляется многоразовый прием для случая передачи, когда в канале присутствуют временные селективные замирания. Если параметры α_i для разных путей не коррелированны, т.е. $M\left(\alpha_i\alpha_l^{*}\right)=0,\ i\neq l$ регулярная составляющая $M\left(\alpha_i\right)=0$ в путях распространения отсутствует, то:

$$\left.\begin{array}{l}
M\left(U_i\right)=M\left(V_l\right)=0;\\
D\left(U_i\right)=2\sigma_i^2 4E^2+2N_0E;\\
D\left(V_i\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{4\left|\mu_{00}\right|^2}\sum\limits_{l=1}^{n}\sum\limits_{z=1}^{n}\mu_{0,l}^{*}\,\mu_{0,z}M\left(\alpha_{i,m-l}\,\alpha_{i,m-z}^{*}\right);\\ \dfrac{1}{4\left|\mu_{00}\right|^2}\sum\limits_{l=0}^{n}\sum\limits_{z=0}^{n}\mu_{0,l}^{*}\,\mu_{0,z}M\left(\alpha_{i,m-l}\,\alpha_{i,m-z}^{*}\right);\end{cases}\\
M\left(U_iV_i^*\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\mu_{00}^{*}}\sum\limits_{l=1}^{n}\mu_{0,l}^{*}M\left(\alpha_{i,m-l}\,\alpha_{i,m-l}^{*}\right);\\ \dfrac{1}{2\mu_{00}^{*}}\sum\limits_{l=0}^{n}\mu_{0,l}^{*}M\left(\alpha_{i,m}\,\alpha_{i,m-l}^{*}\right).\end{cases}
\end{array}\right\} \tag{4}$$

Далее находим: $p=p\left(\operatorname{Re}\sum\limits_i U_iV_i^*\le 0\right)=p\left[\sum\limits_l\left|U_i+V_i\right|^2-\left|U_i-V_i\right|^2\le 0\right]=$

$$=\sum_{i=1}^{N}\frac{\beta_i^{2N-1}}{\prod\limits_{k=1}^{N}\left(\beta_i+\alpha_k\right)\prod\limits_{\substack{k=1\\k\ne i}}^{N}\left(\beta_i-\beta_k\right)}=\prod_{l=1}^{N}\frac{\beta_l}{\alpha_l+\beta_l}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\prod\limits_{\substack{k=1\\k\ne i}}^{N}\left[\dfrac{\beta_k}{\alpha_k+\beta_k}+\dfrac{\beta_i}{\beta_k}\left(\dfrac{\alpha_k}{\alpha_k+\beta_k}\right)\right]\left(1-\dfrac{\beta_k}{\beta_i}\right)},$$

где $\alpha_i=\dfrac{1}{2}\left[D\left(U_i\right)+D\left(V_i\right)+2\operatorname{Re}M\left(U_iV_i^*\right)\right]$, $\beta_i=\dfrac{1}{2}\left[D\left(U_i\right)+D\left(V_i\right)-2\operatorname{Re}M\left(U_iV_i^*\right)\right]$, а $D\left(U_i\right)$, $D\left(V_i\right)$ и $M\left(U_iV_i^*\right)$ определяются формулой (4).

Выводы

– Произведен анализ метода повышения точности оценок, основанный на использовании корреляции таких оценок в разные интервалы наблюдения и предложена усовершенствованная методика повышения точности.

– Сформулирована и решена задачу оптимального сложения оценок в разных интервалах наблюдения. При этом задача решена несколькими способами, зависящими от метода передачи.

– Произведен анализ влияния точности измерения параметров канала на помехоустойчивость приема, что позволило связать среднюю вероятность ошибки при приеме с точностью оценки.

Перспективными задачами для дальнейших исследований по проблематике анализа влияния точности измерения параметров радиоканала на помехоустойчивость приема является проблема разработки машинных алгоритмов исследования, а также дальнейшее повышение точности измерений и их оценки при статистической обработке.

Литература

1. Кириллов Н.Е. Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами. – М., Связь, 1971. – 256 с., ил.

2. Билык Н.М. Определение корреляционной функции процесса, описывающего замирания // Под ред. В.В. Шахгильдяна / Матер. науч.-техн. семин. «Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов для связи и вещания», 1-4 июня 2007 г., Москва-Одесса: IEEE-РНТОРЭС им.А.С.Попова. – С.165-167.

3. Математическая энциклопедия: Гл. ред. И.М. Виноградов, т.5. Слу–Я–М., Сов. энциклопедия, 1984. – 1248 стб., ил.

4. Bello P. A troposcatter channel model. – IEEE Trans. on