

## **ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ БУДУЩИМ ЭКОНОМИСТАМ**

*Доц., канд. физ.- мат. наук Чернышев В.Г., доц., канд. физ.- мат. наук Шинкаренко В.Н.  
Одесский национальный экономический университет, г.Одесса, Украина*

*Доц., канд. физ.- мат. наук Окара Д.В.*

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,  
г. Одесса, Украина*

*Доц., канд. педагог. наук Шинкаренко Л.В.*

*Международный гуманитарный университет, г. Одесса, Украина*

В мировом образовательном процессе всегда являются актуальными вопросы качества высшего образования, его оценка и обеспечение. Качество высшего образования можно трактовать как многостороннюю концепцию, которая охватывает все основные функции и виды деятельности, применительно к высшему образованию и характеризуется многоаспектным понятием, в значительной мере зависящим от контекстуальных рамок системы, институциональных задач, условий и норм по каждой учебной дисциплине.

Основными факторами, определяющими качество образования, являются профессорско-преподавательский состав, учебно-методическое обеспечение, материально-техническая база, интеллектуальный потенциал учебного заведения, его студенты и выпускники. Профессорско-преподавательский состав управляет процессом обучения и является связующим звеном между вузом и студентами. Только лишь контроль качества образования – поверхностный подход. Реальная проблема состоит в поддержании и укреплении качества. Отметим некоторые критерии качества высшего образования: стремление к повышению качества методов обучения; гибкость; вовлечение сотрудников и студентов в образовательный процесс; создание здорового микроклимата в коллективе. При этом требования должны быть измеримы, а прогресс – доказуем.

Одним из приоритетных направлений повышения качества обучения является широкое использование информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Мировой опыт показывает, что электронное обучение (e-learning – передача знаний и управление процессом обучения с помощью ИКТ) является одним из основных инструментов модернизации образования. Так, в Финляндии, Ирландии и Южной Корее реализуются специальные национальные программы электронного обучения. В США, Канаде, Великобритании, Австралии, Новой Зеландии электронное обучение – практика повседневной жизни. Во Франции ИКТ внедряется во все сферы образовательного процесса, от детского сада до обучения взрослых. В Украине в последние десятилетия также ведётся аналогичная работа.

Реализация Закона Украины «О Национальной программе информатизации» (в нём отмечалось, что использование ИКТ в образовательной отрасли - одно из приоритетных государственных заданий) потребовала таких действий: разработки методического обеспечения при использовании мультимедийных технологий дисциплин; учёта особенностей работы с ИКТ в системах обучения студентов и профессорско-преподавательского состава; создания системы дистанционного обучения и обеспечения на их основе эффективного внедрения и использования ИКТ на всех образовательных уровнях всех форм обучения. Министерством образования и науки Украины в составе НТУУ «Киевский политехнический институт» был создан Украинский институт информационных технологий в образовании. В соответствии с Планом действий по обеспечению качества высшего образования в Украине были разработаны механизмы введения дистанционного обучения (смешанного обучения) в систему высшего профессионального образования и обучения на протяжении жизни (кейс-, чат-, ТВ-технологий), научно-методические рекомендации по использованию ИКТ в учебном процессе вузов, а также научно-методические рекомендации по созданию современных учебников, интерактивных курсов, электронных дидактических комплексов и т.п.

В статье [1] для развития креативного потенциала Украины предлагалась разработка и преподавание адаптированных дистанционных теоретико-практических курсов «Теория и методы решения изобретательских задач». В случае выполнения в масштабе всей страны только одного этого социально-образовательного комплекса мероприятий Украина может рассчитывать на появление не менее чем 42 инновационных проектов мирового уровня, если они будут поддержаны финансово. При этом предполагалось, что обучится хотя бы 0,1% (больше 42 тысяч человек) населения Украины станет способным успешно работать над новаторскими проектами. Согласно мировой статистике, в среднем из тысячи инноваций стартапов только один становится проектом мирового уровня. Так, общеизвестная программа Skype, разработанная в Эстонии, была продана 10 мая 2011 года корпорации Microsoft за 8,5 млрд. долларов США. Это даёт основания рассчитывать на то, что общая прибыль от 42 аналогичных инновационных проектов мирового уровня сможет обеспечить увеличение ВВП Украины не менее чем на 357 млрд. долларов США.

Для повышения качества преподавания математических дисциплин особое значение имеет методика. В статье [2] рассматривалось использование ИКТ в процессе преподавания математики будущим экономистам, в частности, методика изучения теории вещественных чисел, теории пределов, непрерывности функций, дифференциального исчисления функции одной действительной переменной. С дифференциальным исчислением тесно связано *интегральное исчисление*, составляющее вместе с ним одну из основных частей математического анализа. Интегральное исчисление и само понятие интеграла возникло из необходимости вычисления площадей плоских фигур и объёмов тел. Идеи берут своё начало в работах древних математиков, в частности, Архимеда. Развитию интегрального исчисления способствовали работы И.Ньютона, Г.В.Лейбница, Я.Бернулли, Ж.Лагранжа, К.Фурье, Л.Эйлера, математиков украинского происхождения В.Я.Буняковского, М.В. Остроградского и др. Изучение вопроса истории развития интегрального исчисления следует вынести на самостоятельную работу студентов.

Традиция преподавания, предполагающая значительную часть времени отводить на освоение студентами многочисленных разнообразных приёмов интегрирования, зачастую мелких и специальных, должна быть пересмотрена. Так ли уж важно для современного экономиста во всех деталях разбираться в каждом случае интегрирования, например, рациональных функций? Тем более это относится к иррациональным и тригонометрическим функциям. В этих вопросах программы курса высшей математики заключен резерв времени, который с большей эффективностью может быть использован для других вопросов дисциплины. Конечно, при всех вариантах подхода к преподаванию этого раздела должно быть обеспечено прочное усвоение студентами основных понятий теории и приёмов интегрирования функций, достаточное для уверенного самостоятельного решения прикладных экономических задач средней степени сложности.

Напротив, для всестороннего выявления сущности определённого интеграла не следует жалеть времени. Имеется в виду главным образом выявление общих свойств интеграла и возможностей его применения для решения конкретных задач, а не проведение строгого доказательства существования интеграла. Возникает вопрос: надо ли в пределах курса высшей математики экономического вуза основываться на предварительном строгом определении понятия площади плоской фигуры и объёма тела вращения (кстати, это вопросы школьной программы математики)? Тот же вопрос относится и к понятиям длины кривой, площади поверхности в пространстве. Понятия площади и объёма в вузе лучше трактовать на интуитивной основе, без строгого определения, так же, как рассматриваются многие из механических или физических величин. Вряд ли целесообразно вводить понятия квадратуемости плоской области, её площади, а затем проводить доказательство того, что определённый интеграл как раз и измеряет площадь в указанном смысле. Иногда допускают следующую ошибку: используют определённый интеграл  $\int_a^b f(x)dx$  для «определения» понятия площади, объявляя его величину равной (по определению) соответствующей площади. Сказанное относится и к понятиям площади поверхности и объёма в пространстве.

Для понятия длины кривой в этом отношении можно сделать исключение, так как и введение понятия длины, и её вычисление с помощью дуг осуществляется сравнительно несложно и не требует много времени для изложения. Необходимость точных определений вычисляемых геометрических величин, если изложение предполагается строгим, должна быть оговорена, и вопрос о длине кривой может служить достаточно удобным иллюстративным примером. Выдающийся математик и педагог академик А.Д.Александров предостерегал, что при чрезмерно высоком уровне логической строгости преподавания математики многие обучаемые не столько усваивают и понимают логику формулировок, сколько заучивают их. Если мы хотим учить логическому мышлению, то и надо учить ему, а не заучиванию готовых рассуждений. Поэтому излагаемые формулировки и доказательства, должны рассматриваться как упражнения в логическом мышлении.

В практических случаях, когда имеются определённые интегралы от функций, первообразные которых не выражаются через элементарные функции, используются приближённые формулы вычисления определённых интегралов: прямоугольников, трапеций, Симпсона. При этом необходимо указать на увеличение точности вычислений. Определённый интеграл находит своё применение в теории рядов.

Целесообразно рассмотреть следующие *экономические приложения* определенного интеграла: применение в динамических процессах (вычисление объёма продукции, произведённой за определённый промежуток времени; прогнозирование объёмов потребления электроэнергии и материальных затрат; стоимость хранения запасов); вычисление средних значений; нахождение приращения капитала (основных фондов) по известным чистым инвестициям (капиталовложениям); вычисление суммарных экономических эффектов (издержек, доходов, прибыли); максимизация прибыли по времени; оценка степени неравномерности распределения доходов населения; стратегия развития компании; задачи реализации товаров; элементы финансовой математики.

Компьютерный анализ используется, в частности, для приближенного вычисления определённых, двойных и поверхностных (1-го рода) интегралов.

Следует подчеркнуть, что формальное применение формулы Ньютона – Лейбница приводит к неправильным результатам. Например, формальное интегрирование функции  $f(x) = 1/x^2$  на отрезке  $[-1,1]$  приводит к абсурдному результату  $-2 < 0$ , в то время как по свойству знака определённый интеграл от положительной на отрезке интегрирования функции есть положительная величина. Противоречие возникло из-за того, что подынтегральная функция на отрезке  $[-1,1]$  имеет разрыв 2-го рода в точке  $x = 0$ . Рассматриваемый несобственный интеграл 2-го рода является расходящимся.

Отметим целесообразность применения обобщённой формулы интегрирования по частям

$$\int uv^{(n+1)} dx = uv^{(n)} - u'v^{(n-1)} + u''v^{(n-2)} - \dots + (-1)^n u^{(n)}v + (-1)^{(n+1)} \int u^{(n+1)}v dx.$$

Дифференцирование может существенно упростить один из сомножителей (при условии не слишком усложнения другого). В частности, формулой удобно пользоваться, когда одним из сомножителей подынтегральной функции является многочлен от  $x$   $n$ -ой степени. Так

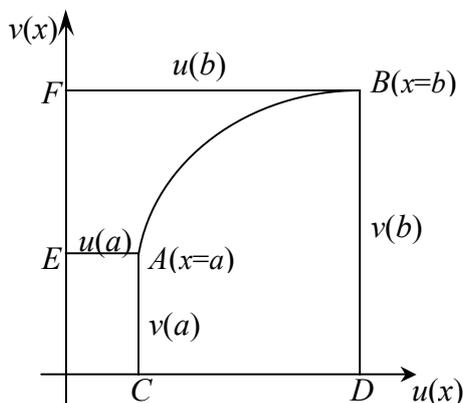
$$\int P(x)e^{ax} dx = [u(x) = P(x), u'(x) = P'(x), \dots, u^{(n+1)}(x) = 0; v^{(n+1)}(x) = e^{ax}, v^{(n)}(x) = e^{ax}/a, \dots] = e^{ax} (P(x)/a - P'(x)/a^2 + P''(x)/a^3 - \dots + (-1)^n P^{(n)}/a^{n+1}) + c.$$

Этот интеграл можно также найти как частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами и полиномиальной правой частью. Обозначив интеграл через  $y(x) \cdot e^{ax} + c$  и дифференцируя, получим  $y' + ay = P(x)$ . Частное решение уравнения более просто найти в виде многочлена от  $x$   $n$ -ой степени общего вида с неопределёнными коэффициентами. Подставляя частное решение  $y(x)$  в выражение  $y(x) \cdot e^{ax} + c$ , найдём неопределённый интеграл.

Возможность геометрической интерпретации формул не должна остаться неиспользованной. Целесообразно дать геометрическую интерпретацию формулы интегрирования по частям для определенного интеграла, которая имеет вид:

$$\int_a^b u dv = u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b v du,$$

где  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  – функции с непрерывными производными. Для получения наиболее простой и наглядной интерпретации предположим, что функции  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$ - монотонно возрастающие. Пара равенств  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  определяет параметрически заданную кривую. В силу предполагаемой монотонности можно равноправно принимать в качестве независимой переменной не только  $x$ , но и  $u$  или  $v$ . Очевидно, что  $\int_a^b u dv$  - площадь криволинейной трапеции  $EFBA$ ,  $\int_a^b v du$  - площадь криволинейной трапеции  $CDBA$ . Геометрическая интерпретация, выражающая формулу интегрирования по частям в определенном интеграле (рис.1):  $S_{EFBA} = S_{OFBD} - S_{OEAC} - S_{CDBA}$ .



**Рис. 1. Геометрическая интерпретация формулы интегрирования по частям в определенном интеграле**

Профессорско-преподавательский состав является ключевым ресурсом. Его эффективность в значительной степени определяет качество обучения в вузе, тем самым имеет значительное влияние на тот вклад, который учреждение образования может сделать в развитие общества. Для повышения квалификации преподавателей существенное значение имеют стажировка, научно-практические конференции, методические семинары. Эффективная подача материала является одним из важных условий качественного изучения интегрального исчисления. Рассмотрение новых понятий необходимо связывать с ранее изученными, в частности «производная – интеграл», «интеграл – дифференциальные уравнения», «интеграл – предел», «интеграл – ряд». Удачно подобранные задачи дают возможность не только усвоить теоретический материал, но и способствуют приобретению исследовательских навыков. Задачи с экономическим содержанием позволяют научиться составлять экономико-математические модели. Более того, настоятельность решения актуальных экономических проблем часто инициирует и развитие математического аппарата. Использование ИКТ в современных условиях особенно актуально в связи с уменьшением аудиторных часов на изучение курса высшей математики. Оно не заменяет полностью аудиторные занятия, но позволяет студентам самостоятельно изучать учебный материал и контролировать уровень своих знаний.

#### Ссылки

1. Трансформування України у країну новаторів: Концепція національної інноваційної стратегії / Підготували М.М.Єрмошенко, В.Р. Сафонов // Актуальні проблеми економіки. – 2012. - № 12. – С. 250 - 254.
2. Чернышев В.Г., Шинкаренко В.Н., Орлов Е.В., Окара Д.В. Использование информационно-коммуникационных технологий в процессе преподавания высшей математики будущим экономистам /В.Г.Чернышев, В.Н.Шинкаренко, Е.В. Орлов, Д.В. Окара // Материалы XII Международной конференции «Стратегия качества в промышленности и образовании» (30 мая – 2 июня 2016 г., Варна, Болгария) : Материалы в 2-х томах. Том 1. – Днепропетровск – Варна, 2016. – С. 520 – 520.