

УДК 621:658.152 (477)

**О. Г. ЯНКОВИЙ,**  
*професор, доктор економічних наук,*  
*завідувач кафедри економіки підприємства та організації підприємницької діяльності,*  
**В. О. ЯНКОВИЙ,**  
*кандидат економічних наук,*  
*доцент кафедри економіки, права та планування бізнесу*

*Одеський національний економічний університет,*  
вул. Преображенська, 8, 65082, Одеса, Україна

## ФОНДООЗБРОЄНІСТЬ У МАШИНОБУДУВАННІ УКРАЇНИ: РЕАЛЬНІСТЬ І ОПТИМАЛЬНІСТЬ

*Розглянуто динаміку показників продуктивності праці, фондівіддачі і фондоозброєності в галузі машинобудування України за останні роки. Доведено неоптимальність фондоозброєності у 2007–2015 рр. з урахуванням обсягів реалізації продукції машинобудування. Теоретично обґрунтовано процедуру визначення оптимальної фондоозброєності на базі виробничих функцій з її апробацією за даними машинобудівної галузі України.*

**Ключові слова:** машинобудування; фондоозброєність; виробнича функція; еківаріантний принцип; заміщення факторів.

Бібл. 14; рис. 3; табл. 2; формул 22.

UDC 621:658.152 (477)

**OLEKSANDR YANKOVYI,**  
*Professor, Doctor of Econ. Sci.,*  
*Head of the Department of Economics of Enterprise and Entrepreneurship,*  
**VOLODYMYR YANKOVYI,**  
*Cand. of Econ. Sci.,*  
*Associate Professor of the Department of Economics, Law and Business Management*

*Odesa National Economic University,*  
8, Preobrazhenska St., Odesa, 65082, Ukraine

## CAPITAL-LABOR RATIO IN UKRAINE'S MACHINE BUILDING: REALITY AND OPTIMALITY

*The dynamics of indicators of labor productivity, capital productivity and capital-labor ratio in the field of Ukraine's machine building in recent years is considered. The non-optimality of capital-labor ratio in 2007–2015 is proved, taking into account volumes of sales of machine-building products. The procedure for determining the optimal capital stock on the basis of production functions with its approbation using data of machine-building industry of Ukraine is theoretically substantiated.*

**Keywords:** machine building; capital-labor ratio; production function; equimarginal principle; factors' substitution.

References 14; Figures 3; Tables 2; Formulas 22.

© Янковий Олександр Григорович (Yankovyi Oleksandr), 2018; e-mail: yankovoy\_a@ukr.net;

© Янковий Володимир Олександрович (Yankovyi Volodymyr), 2018; e-mail: vladimir\_ya@ukr.net.

Істотне підвищення конкурентоспроможності окремих підприємств вітчизняного машинобудування і галузі в цілому неможливе без раціонального використання всіх ресурсів і, в першу чергу, основних виробничих фондів та робочої сили. Історично в економічній науці вказані виробничі фактори дістали позначення  $K$  (від нім. kapital) і  $L$  (від англ. labor).

Як показник, що характеризує координацію виробничих факторів, використовується фондоозброєність (ФО):

$$FO = \frac{K}{L}. \quad (1)$$

Її величина показує, яка частина вартості основних виробничих фондів припадає на одного працівника (або на одного робітника) основної діяльності. Головна умова зростання фондоозброєності на машинобудівних підприємствах – інноваційно-інвестиційний розвиток виробництва: впровадження автоматизованого виробництва, електронно-обчислювальної техніки, підвищення коефіцієнта змінності, зменшення втрат робочого часу, механізація та автоматизація допоміжних робіт, застосування нових, прогресивних матеріалів, сировини тощо.

Вважається, що зростання фондоозброєності – один з важливих факторів підвищення ефективності суспільного виробництва. На основі впровадження інноваційно-інвестиційних заходів фондоозброєність будь-якої галузі повинна постійно зростати. На нашу думку, наведена теза про неухильне підвищення фондоозброєності в машинобудуванні значною мірою відображає сутність економічної політики держави в умовах жорсткого централізованого управління сталим виробництвом з високою часткою ручної та слабомеханізованої праці, коли заходи з упровадження новітньої техніки й технології супроводжувались автоматичним зростанням попиту на додатковий випуск продукції підприємств галузі.

У трансформаційній ринковій економіці, особливо в умовах перманентної економічної кризи, характерної для більшості галузей України, вказаний взаємозв'язок проявляється не так чітко і функціонально: зростання фондоозброєності може не корелювати із змінами попиту споживачів на оптових і роздрібних ринках на додаткову продукцію, оскільки обсяг чистого доходу від реалізації багато в чому залежить від підвищення реальної оплати праці. У результаті на деяких вітчизняних підприємствах машинобудування спостерігається відносний надлишок основних виробничих фондів порівняно з чисельністю працівників – тобто надмірна фондоозброєність на фоні сталого чи спадного попиту на певну продукцію машинобудівної галузі. Проте в цілому, і це визнають переважна більшість вчених-економістів, фондоозброєність українських підприємств унаслідок високої (на рівні 70%) спрацьованості основних засобів виробництва є дуже далекою від необхідної, наприклад від середньої світової. Тому, на наш погляд, у такій ситуації краще говорити про оптимальну фондоозброєність у машинобудуванні в сенсі максимізації реалізованої продукції при заданих загальних витратах факторів (або мінімізації загальних витрат виробничих факторів при заданій реалізації продукції).

Отже, **мета статті** – визначити оптимальну фондоозброєність у машинобудуванні з урахуванням динаміки важливих виробничих показників галузі.

Поставлена мета зумовила необхідність вирішення таких основних завдань: – аналіз ситуації виникнення неоптимальної фондоозброєності за рахунок порівняння відносної швидкості динаміки показників продуктивності праці, фондодідачі та величини фактичної фондоозброєності;

– теоретичне обґрунтування математичного визначення оптимальної фондоозброєності на базі виробничих функцій з урахуванням динаміки важливих показників господарської діяльності, поданих у вартісному вимірі;

– розробка процедури пошуку оптимальної фондоозброєності за допомогою економетричних моделей, що адекватно описують взаємозв'язок часових рядів реалізації продукції, основних виробничих фондів і витрат на оплату праці на базі виробничих функцій;

– апробація отриманих теоретичних результатів на прикладі даних українського машинобудування.

При досягненні поставленої мети застосовувались якісні та кількісні методи, зокрема, положення теорії мікроекономіки, економетричне моделювання, апарат аналізу економічної динаміки (темпи зростання та приросту тощо), а також динамізовані виробничі функції по типу функції Кобба – Дугласа – Тінбергена та ін.

Між показниками продуктивності праці (ПП), фондovіддачі (ФВ) і фондоозброєності існує очевидний взаємозв'язок:

$$\text{ПП} = \frac{Y}{L} = \frac{Y}{K} \times \frac{K}{L} = \text{ФВ} \times \text{ФО}, \quad (2)$$

де  $Y$  – обсяг реалізованої продукції машинобудування.

Отже, продуктивність праці дорівнює добутку фондovіддачі та фондоозброєності. Із співвідношення (2) випливає, що зростання величини фондоозброєності – важливий чинник підвищення продуктивності праці в машинобудуванні, яка повинна зростати швидше, ніж рівень фондоозброєності. В іншому випадку знижується фондovіддача – обсяг виробництва продукції на одиницю вартості основних виробничих фондів і, отже, погіршується їх використання. У даній ситуації можна очікувати на неоптимальну фондоозброєність, зокрема, певну надлишковість основних виробничих фондів порівняно із затратами праці.

Зрозуміло, що цілком імовірними є ситуації, коли один із факторів формули (2) – практично константа, тобто майже не варіюється. У цьому випадку динаміка продуктивності праці визначається динамікою одного із співмножників – фондovіддачею або фондоозброєністю:

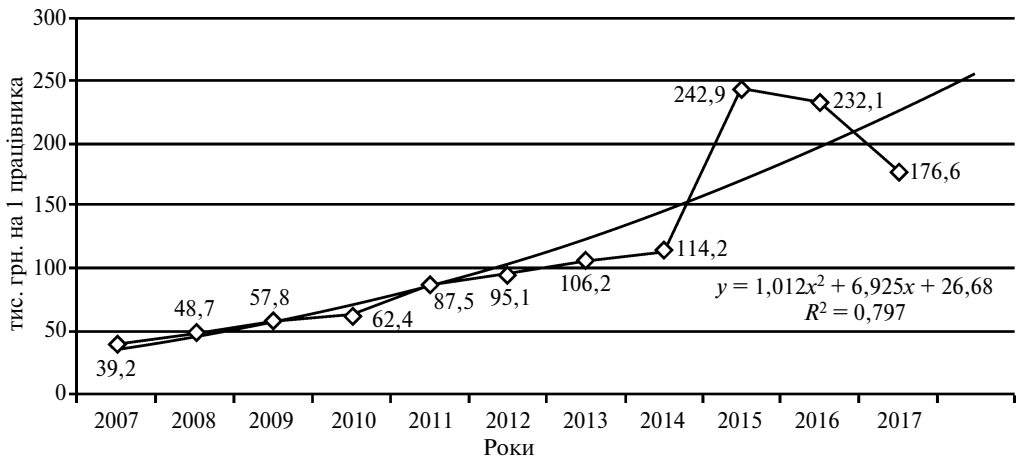
$$\text{ПП} = \text{const} \times \text{ФВ}; \quad \text{ПП} = \text{const} \times \text{ФО}. \quad (3)$$

У разі постійної продуктивності праці на певному етапі розвитку машинобудівного виробництва показники фондovіддачі та фондоозброєності зв'язані між собою зворотною залежністю:

$$\text{ФО} = \text{const} : \text{ФВ}; \quad \text{ФВ} = \text{const} : \text{ФО}. \quad (4)$$

Отже, визначення найкращого співвідношення двох головних виробничих факторів, тобто оптимальної фондоозброєності, є дуже актуальним для будь-якої галузі економіки України, зокрема і для машинобудування.

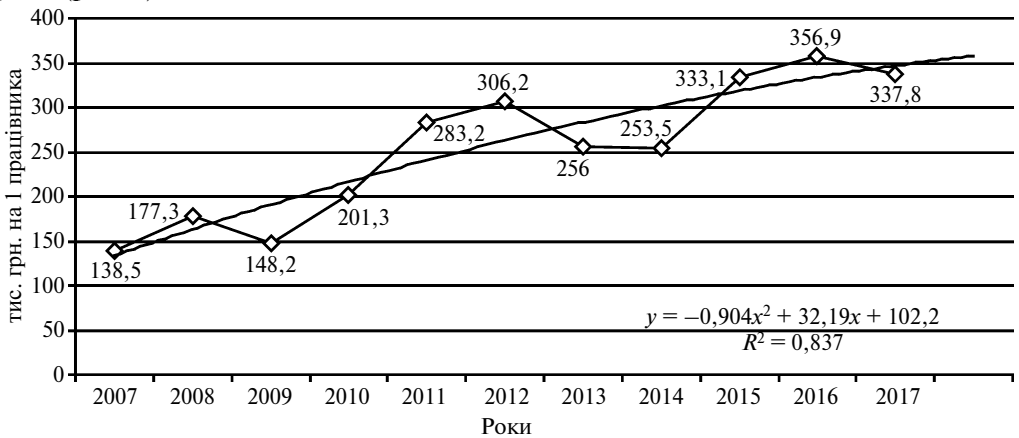
Перш за все, розглянемо дані Державної служби статистики України про динаміку фондоозброєності, продуктивності праці та фондovіддачі в машинобудуванні за 2007–2017 рр. (рис. 1, 2 і 3). На основі візуального аналізу графіка на рисунку 1 слід зазначити, що в динаміці фондоозброєності чітко прослідковуються два етапи: неухильного зростання досліджуваного показника (2007–2015 рр.) та певного падіння фондоозброєності (2016–2017 рр.). Загальну тенденцію розвитку аналізованого показника вітчизняного машинобудування достатньо точно та адекватно відображає параболічний (2-го ступеня) тренд, коефіцієнт детермінації якого дорівнює майже 80%.



**Рис. 1. Динаміка фондоозброєності в машинобудуванні України за 2007–2017 рр.**

Тут і далі побудовано авторами за даними Державної служби статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ukrstat.gov.ua/>. Тут і далі дані наведено без урахування тимчасово окупованої території АР Крим, Севастополя, за 2014–2016 рр. – також без частини зони проведення АТО. Дані за 2017 р. сформовано за оцінками експертів.

Тепер розглянемо динаміку продуктивності праці в машинобудуванні за ті самі роки (рис. 2).

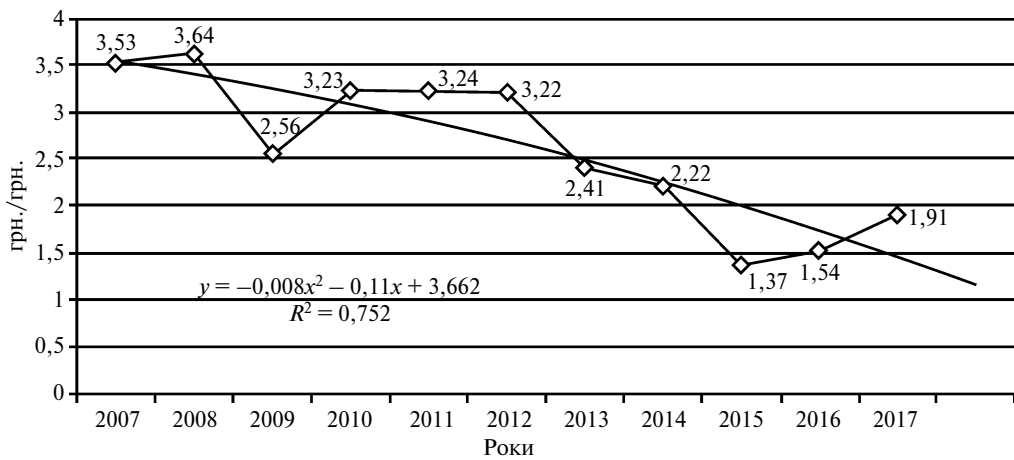


**Рис. 2. Динаміка продуктивності праці в машинобудуванні України за 2007–2017 рр.**

Графік на рисунку 2 свідчить про деяку циклічність у зміні досліджуваного показника на фоні загальної тенденції до зростання продуктивності праці, яку достатньо точно та адекватно відображає параболічний (2-го ступеня) тренд, коефіцієнт детермінації якого перевищує 83%.

Зрештою, проаналізуємо динаміку фондовіддачі в машинобудуванні за період 2007–2017 рр. (рис. 3).

З графіка на рисунку 3 простежується певна циклічність у зміні досліджуваного показника на фоні загальної тенденції до зниження фондовіддачі, яку достатньо точно та адекватно відображає параболічний (2-го ступеня) тренд, коефіцієнт детермінації якого перевищує 75%. Причому всі три моделі побудовано з прогнозом відповідних взаємозв'язаних економічних ознак на один крок уперед, тобто на 2018 р.



**Рис. 3. Динаміка фондовіддачі в машинобудуванні України за 2007–2017 рр.**

Порівняння графіків на рисунках 1, 2 і 3 на першому етапі (2007–2015 рр.) показує, що в цей період у машинобудівній галузі України спостерігалось неухильне підвищення фондоозброєності, а циклічні коливання зростаючої продуктивності праці були зумовлені в основному флуктуаціями фондовіддачі, яка мала загальну тенденцію до спаду.

Розглянемо показники відносної швидкості підвищення продуктивності праці та фондоозброєності на першому етапі розвитку у вигляді відповідних базисних темпів зростання (ТЗ).

Продуктивність праці:

$$ТЗ_{\text{баз}} = \frac{ПП_{2015}}{ПП_{2007}} = \frac{333,1}{138,5} = 2,41.$$

Фондоозброєність:

$$ТЗ_{\text{баз}} = \frac{ФО_{2015}}{ФО_{2007}} = \frac{242,9}{39,2} = 6,19.$$

Порівняння отриманих результатів показує, що відносна швидкість зростання фондоозброєності у 2,57 раза перевищувала аналогічний параметр динаміки продуктивності праці, тобто у 2007–2015 рр. мав місце випадок поєднання динаміки показників продуктивності праці та фондоозброєності, для якого характерним є зниження ефективності використання основних виробничих фондів (див. рис. 3). Нагадаємо, що для нього фондоозброєність, скоріше за все, є неоптимальною.

На другому етапі розвитку машинобудування (2016–2017 рр.) продуктивність праці в галузі була майже постійною: у 2015 р. – 333,1 тис. грн., у 2016 р. – 356,9 тис. грн., у 2017 р. – 337,8 тис. грн. Саме тому на даному етапі спостерігалась зворотна залежність між показниками фондовіддачі та фондоозброєності – величина фондовіддачі неухильно зростала: з 1,37 грн./грн. у 2015 р. до 1,91 грн./грн. у 2017 р., а рівень фондоозброєності щороку падав – з 242,9 тис. грн. у 2015 р. до 176,6 тис. грн. у 2017 р.

Отже, в цілому підтверджується припущення про відсутність загального неухильного підвищення фондоозброєності в машинобудуванні України у 2007–2017 рр. Воно спостерігалось у досліджуваному періоді лише на першому етапі розвитку (2007–2015 рр.) при певному зниженні ефективності використання основних виробничих

фондів, головним чином за рахунок їх високої фізичної та моральної зношеності. Саме тому ми вважаємо за доцільне висунути цілком обгрунтовану гіпотезу про неоптимальну фондоозброєність галузі на даному етапі розвитку.

Що стосується другого етапу розвитку машинобудування (2016–2017 рр.), то тут картина є протилежною: зниження фондоозброєності в результаті розпродажу і ліквідації спрацьованого устаткування привело до певного підвищення фондовіддачі за відносно постійної продуктивності праці. Виконання умови  $PP \approx \text{const}$  свідчить про доцільність зменшення кількості та вартості застарілих і незадіяних у виробництві основних засобів. Саме тому ми позитивно оцінюємо започатковану у 2016 р. тенденцію в динаміці фондоозброєності до зниження і сподіваємося на її поступове наближення до оптимальної величини.

В економічній науці проблему пошуку оптимальної фондоозброєності ринково-виробничих систем не можна назвати новою. Так, у теорії мікроекономіки широко відомим є підхід до оптимізації фондоозброєності товаровиробника у випадку двох агрегованих виробничих факторів (основних виробничих фондів  $K$  і праці  $L$ ), суть якого полягає у визначенні такої точки з координатами  $K_1, L_1$ , що максимізує випуск продукції  $Y_1$  при заданих загальних витратах капіталу:  $C_1 = K_1 + L_1$  (мінімізує загальні витрати  $C_1$  на певний випуск продукції  $Y_1$ ). Основним підходом до вирішення даної задачі виступає апарат виробничих функцій, зокрема їх геометрична інтерпретація у вигляді ізоквант, ізокост тощо [1; 2; 3; 4].

У мікроекономіці доведено, що оптимальна комбінація виробничих факторів забезпечує виконання такої умови: граничні продукти виробничих факторів ( $MP_K, MP_L$  – від англ. marginal product), що припадають на одиницю їх ціни, мають бути однаковими:

$$\frac{MP_K}{P_K} = \frac{MP_L}{P_L}. \quad (5)$$

Дану умову часто називають еквімаржинальним принципом – зважені за цінами граничні продукти факторів виробництва мають бути вирівняні. Реалізуючи ці умови, товаровиробник досягає стану внутрішньої рівноваги, тобто найліпшого поєднання ресурсів.

Очевидно, що в разі вимірювання всіх змінних ( $Y, K, L$ ) у грошових одиницях граничні продукти факторів виробництва теж перебувають у вартісному вираженні. Саме тому формулу (5) можна подати так:

$$MP'_K = MP'_L, \quad (6)$$

де  $MP'_K, MP'_L$  – граничні продукти, відповідно, основних виробничих фондів і праці, виражені через їх кількість у натуральному вимірі.

Отже, сутність еквімаржинального принципу полягає в рівності граничних продуктів виробничих факторів в умовах оптимальної фондоозброєності підприємства. Наприклад, якщо  $p_K$  – ціна однієї машино-години роботи технологічного устаткування (у грн.), а  $p_L$  – тариф однієї людино-години праці (у грн.), то для товаровиробника у стані внутрішньої рівноваги виконується співвідношення: *граничний продукт основних виробничих фондів, виражений у машино-годинах роботи технологічного устаткування, дорівнює граничному продукту живої праці, вираженому в людино-годинах роботи виробничого персоналу.*

З формули (6) випливає, що в точці оптимальної фондоозброєності товаровиробника гранична норма заміщення виробничих факторів ( $MRS$  – від англ. marginal rate of substitution) набуває вигляду:

$$MRS_{LK} = \frac{MP'_K}{MP'_L} = 1. \quad (7)$$

Легко довести справедливість і зворотного твердження: якщо для граничної норми заміщення виробничих факторів виконується умова (7), то товаровиробник перебуває в точці оптимальної фондоозброєності.

З урахуванням отриманих теоретичних результатів дійдемо висновку: для визначення координат оптимальної фондоозброєності для будь-якої субституційної виробничої функції за еквімаржинальним принципом достатньо знайти вираз його граничної норми заміщення і прирівняти до одиниці. При цьому передбачається, що всі вихідні виробничі змінні виражено у вартісному вимірі, а граничні продукти факторів – у натуральних одиницях.

Це правило в загальному вигляді формулюється так: *еквімаржинальний принцип визначення оптимальної фондоозброєності для будь-якої субституційної виробничої функції полягає у виконанні умови:*

$$MRS_{LK} = \frac{\partial Y}{\partial K} : \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{f'_K(K, L)}{f'_L(K, L)} = 1. \quad (8)$$

З формули (8) оптимальна фондоозброєність  $K_1/L_1$  знаходиться досить просто. Ми застосовували запропонований еквімаржинальний принцип і засновану на ньому формулу (8) для визначення оптимальної фондоозброєності в межах найбільш популярних в економічних дослідженнях виробничих функцій [5; 6; 7].

Розглянемо тепер процедуру пошуку оптимальної фондоозброєності, починаючи з побудови економетричної моделі, що адекватно описує взаємозв'язок часових рядів показників  $Y$ ,  $K$ ,  $L$ , і закінчуючи практичними розрахунками, висновками і рекомендаціями. Тут цілком закономірно виникає запитання: “Як вибрати саме ту виробничу функцію, яка б адекватно описувала емпіричні дані?”. Спробуємо дати відповідь на нього, базуючись на досвіді власних, зарубіжних і вітчизняних досліджень в обговорюваній сфері.

По-перше, оскільки економетрична модель будується за даними часових рядів, то з метою додаткового врахування впливу на обсяг реалізації так званого нейтрального науково-технічного прогресу слід застосовувати динамізовані виробничі функції. Вони включають у себе узагальнюючий фактор часу  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ , де  $N$  – довжина ряду динаміки), який ураховує вплив на реалізацію продукції машинобудування всіх чинників, крім  $K$  та  $L$ .

По-друге, при виборі конкретної виробничої функції бажано застосовувати рекомендації з літературних джерел, хоча їх практична корисність виглядає досить сумнівною. Так, А.В. Артемова та інші, аналізуючи порівняльні характеристики виробничих функцій, дають таку рекомендацію: лінійна виробнича функція застосовується для моделювання великомасштабних систем (велика галузь), у яких випуск продукції – результат одночасного функціонування безлічі різних технологій [8]. Подібні рекомендації зустрічаються також у працях В.В. Вітлінського [9], М.В. Бондар, А.В. Махлай [10], С.С. Шумської [11; 12], Д.Н. Боровського [13] та інших.

На наш погляд, при виборі виду виробничої функції як основи майбутньої економетричної моделі визначення оптимальної фондоозброєності в машинобудівній галузі особливу увагу слід звертати на такі два моменти:

- 1) можливість і простоту оцінювання невідомих параметрів функції;
- 2) точність побудованої економіко-математичної моделі.

Причому перший з указаних моментів є визначальним, оскільки необхідність спеціального програмного забезпечення для оцінювання невідомих коефіцієнтів деяких виробничих функцій стає реальною перешкодою для їх практичного застосування. Тому з урахуванням зазначених моментів розглянемо найбільш популярні в економічних дослідженнях функції.

1. Динамізована функція Кобба – Дугласа, так звана виробнича функція Кобба – Дугласа – Тінбергена, має вигляд:

$$Y = Ae^{\omega t} K^{\alpha} L^{\beta}, \quad (9)$$

де  $A$  – коефіцієнт масштабу ( $0 < A$ );  $\alpha, \beta$  – невідомі параметри, що характеризують еластичність випуску продукції за виробничими факторами ( $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$ );  $\omega$  – темп приросту реалізації продукції за рахунок нейтрального науково-технічного прогресу.

Для оцінювання невідомих параметрів виробничої функції Кобба – Дугласа – Тінбергена використовують її лінеаризацію на основі логарифмування лівої та правої частин (9):

$$\ln Y = \ln A + \omega t + \alpha \ln K + \beta \ln L. \quad (10)$$

Позначивши  $\ln Y = Y', \ln A = A', \ln K = K', \ln L = L'$ , приходимо до звичайної лінійної моделі:

$$Y' = A' + \omega t + \alpha K' + \beta L', \quad (11)$$

невідомі коефіцієнти якої ( $A', \omega, \alpha, \beta$ ) достатньо просто оцінити за методом найменших квадратів, наприклад, у табличному процесорі Excel на базі стандартної програми “Регресія”. При цьому не слід забувати виконати потенціювання знайденого значення  $A'$  для отримання коефіцієнта шкали ( $A = \exp A'$ ).

Важливим індикатором точності опису будь-якою виробничою функцією емпіричних спостережень є величина коефіцієнта детермінації  $R^2$  ( $0 \leq R^2 \leq 1$ ), що показує частку варіації залежної змінної ( $Y$ ), зумовлену змінами незалежних змінних ( $K, L, t$ ). Чим вищим є значення  $R^2$ , тим точнішою є модель, і навпаки. Очевидно, що в даному випадку величина  $R^2$  лише опосередковано (через логарифми змінних) характеризує точність побудованої моделі (9) і, відповідно, щільність кореляційного зв'язку між реалізованою продукцією та виробничими факторами.

За умовою (8) для функції Кобба – Дугласа – Тінбергена можна записати:

$$MRS_{LK} = \frac{\partial Y}{\partial K} : \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{Ae^{\omega t} \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta}}{Ae^{\omega t} \beta K^{\alpha} L^{\beta-1}} = 1. \quad (12)$$

Звідси оптимальна фондоозброєність  $K_1/L_1$  визначається так:

$$\frac{K_1}{L_1} = \frac{\alpha}{\beta}. \quad (13)$$

З формули (9) екстремуми виробничої функції  $Y_{\max}$  та  $C_{\min}$  легко розраховуються для відповідних значень факторів  $K_1$  і  $L_1$ :

$$Y_{\max} = A \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\beta} K_1^{\alpha+\beta}; \quad C_{\min} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha} K_1; \quad Y_{\min} = A \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\alpha} L_1^{\alpha+\beta}; \quad C_{\max} = \frac{\alpha+\beta}{\beta} L_1. \quad (14)$$

2. Динамізовану CES-функцію можна записати так:



$$Y = A_0 e^{\omega t} [A_1 K^{-p} + (1 - A_1)L^{-p}]^{-\frac{1}{p}}, \quad (15)$$

де  $A_0$  – коефіцієнт шкали ( $0 < A_0$ );  $A_1$  – ваговий коефіцієнт виробничого фактора ( $0 < A_1 < 1$ );  $p$  – коефіцієнт заміщення ( $-1 < p$ ).

У чому ж полягають труднощі при практичному застосуванні динамізованої CES-функції? Справа в тому, що вираз (15) принципово неможливо звести до лінійного вигляду, отже, звичайні методи оцінювання невідомих коефіцієнтів ( $A_0, A_1, p$ ) тут безсилі. Саме тому в даному випадку необхідно скористатися методами наближеного ітеративного оцінювання, наприклад – нелінійним методом найменших квадратів. Указана обставина, звичайно, гальмує значне поширення CES-функції в економічних дослідженнях.

М. Кубініва та інші як інструмент знаходження оцінки невідомих параметрів CES-функції запропонували використовувати процедуру пошуку рішення поставленої задачі з певною точністю на базі ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вказана процедура знайшла своє втілення у програмі *MACRO6*, написаній мовою Бейсік [14, с. 137–149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів табличного процесора Excel.

Слід зазначити, що вказана процедура на останній ітерації характеризується скоригованим (на число ступенів свободи) коефіцієнтом детермінації  $R^2$ , сумою квадратів регресійних залишків, коефіцієнтом Дарбіна – Уотсона та іншими статистичними параметрами точності та адекватності побудованої моделі.

За умовою (8) для CES-функції, можна записати:

$$MRS_{LK} = \frac{\partial Y}{\partial K} : \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{A_1}{1 - A_1} \left( \frac{L}{K} \right)^{1+p} = 1. \quad (16)$$

Звідси оптимальна фондоозброєність  $K_1/L_1$  визначається так:

$$\frac{K_1}{L_1} = \left( \frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}}. \quad (17)$$

З формули (15) екстремуми  $Y_{\max}$  та  $C_{\min}$  виробничої функції легко розраховуються для відповідних значень факторів  $K_1$  і  $L_1$ :

$$Y_{\max} = A_0 K_1 \left[ A_1 \left( 1 + \left( \frac{1 - A_1}{A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}} \right) \right]^{-\frac{1}{p}}; \quad C_{\min} = \left[ \frac{1 + \left( \frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}}}{\left( \frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}}} \right] K_1;$$

$$Y_{\max} = A_0 L_1 \left[ (1 - A_1) \left( \left( \frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}} + 1 \right) \right]^{-\frac{1}{p}}; \quad C_{\min} = \left[ 1 + \left( \frac{A_1}{1 - A_1} \right)^{\frac{1}{1+p}} \right] L_1. \quad (18)$$

3. Динамізована лінійна виробнича функція має вигляд:

$$Y = A_2 K + A_3 L + \omega t, \quad (19)$$

де  $A_2$  та  $A_3$  – коефіцієнти при виробничих факторах, що характеризують їх граничні продукти.

Невідомі коефіцієнти функції (19) достатньо просто оцінити за методом найменших квадратів у табличному процесорі Excel на базі стандартної програми “Регресія”. Величина  $R^2$  безпосередньо характеризує точність побудованої лінійної моделі і, відповідно, щільність кореляційного зв’язку між випуском продукції та виробничими факторами.

Легко показати, що оптимальна фондоозброєність при застосуванні лінійної функції не залежить від  $K$  та  $L$ , однак повинна виконуватись умова  $A_2 = A_3$ . При цьому екстремуми виробничої функції (19) мають вигляд:  $Y_{\max} = A_3 C_1 + A_2$ ;  $C_{\min} = Y/A_2$ .

Апробацію отриманих теоретичних результатів здійснимо за даними першого етапу динаміки фондоозброєності в машинобудуванні України (див. рис. 1), коли було висунуто гіпотезу про її неоптимальність, тобто за 2007–2015 рр. (табл. 1).

Як результативна змінна  $Y$  розглядалася реалізована продукція галузі, а як виробничі фактори:  $K$  – залишкова вартість (без урахування спрацьованості) основних виробничих фондів,  $L$  – витрати на оплату праці,  $t$  – фактор часу.

Таблиця 1

**Вихідні дані для моделювання  
залежності реалізації продукції машинобудування України  
від основних виробничих факторів \***

Роки	$Y$ (млн. грн.)	$K$ (млн. грн.)	$L$ (млн. грн.)	$t$	$K/L$ (грн./грн.)
2007	98339,9	27854	11834,3	1	2,354
2008	121780,4	33489	14748,5	2	2,271
2009	85833,0	33475	11874,1	3	2,819
2010	97056,9	36075	15689,2	4	2,299
2011	130847,9	40417	15196,1	5	2,660
2012	140539,3	43642	17025,2	6	2,563
2013	113926,6	47268	17242,9	7	2,741
2014	101924,7	45894	16092,9	8	2,852
2015	115261,7	84052	17484,1	9	4,807

\* Складено авторами за: Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ukrstat.gov.ua/>.

Хоча, за рекомендацією літературних джерел, ми повинні були б для моделювання показників машинобудівної галузі застосовувати динамізовану лінійну функцію (19), однак її точність ( $R^2 = 0,480$ ) не була найвищою. Знайдені ж на третій ітерації параметри динамізованої CES-функції взагалі суперечили економічному змісту. Виявилось, що виробнича функція Кобба – Дугласа – Тінбергена забезпечувала найбільш точні результати апроксимації вихідної інформації ( $R^2 = 0,524$ ).

Таким чином, шляхом логарифмування даних таблиці 1 і застосування стандартної програми регресійного аналізу табличного процесора Excel було отримано таке рівняння:

$$Y = 0,4978 e^{-0,046 t} K^{0,1115} L^{1,1802} \quad (20)$$

Модель (20) відносно точно описує динаміку реалізованої продукції галузі за досліджуваний період: коефіцієнт детермінації свідчить про те, що більш як 52% варіації  $Y$  пояснюються трьома факторами функції Кобба – Дугласа – Тінбергена. Середня абсолютна похибка рівняння становить 0,138 млн. грн.

Коефіцієнти еластичності  $\alpha$  і  $\beta$  моделі (20) показують, що у 2007–2015 рр. зростання витрат капіталу на основні виробничі фонди на 1% спричинило збільшення обсягу реалізації за рік у середньому всього на 0,1%, тоді як підвищення витрат

на оплату праці на 1% викликало підйом реалізації майже на 1,2%. Це вказує на певну відносну надлишковість ресурсу  $K$  порівняно з ресурсом  $L$ . Отже, підтверджується гіпотеза про неоптимальну фондоозброєність на першому етапі аналізованого періоду, яку було висунуто на початку даного дослідження.

Від’ємний темп приросту нейтрального науково-технічного прогресу показує, що в машинобудуванні України в досліджуваному періоді реалізація зменшувалася за рік у середньому на 4,6% під впливом усіх чинників, крім зміни витрат на основні виробничі фонди та працю.

На основі даних таблиці 1 розрахуємо граничну норму заміщення  $MRS_{LK}$  у галузі за кожний рік досліджуваного періоду (табл. 2), беручи до уваги той факт, що для виробничої функції Кобба – Дугласа – Тінбергена вона визначається за формулою

$$MRS_{LK} = \frac{\beta}{\alpha} \times \frac{K}{L}. \quad (21)$$

Таблиця 2

Гранична норма заміщення в машинобудуванні України \*

Роки	Фондоозброєність $K/L$	Гранична норма заміщення $MRS_{LK}$
2007	2,354	24,907
2008	2,271	24,029
2009	2,819	29,828
2010	2,299	24,325
2011	2,660	28,145
2012	2,563	27,119
2013	2,741	29,002
2014	2,852	30,177
2015	4,807	50,862

\* Розраховано авторами.

Як було показано раніше, в умовах оптимальної фондоозброєності гранична норма заміщення  $MRS_{LK}$  будь-якої субституційної виробничої функції дорівнює одиниці. Якщо фактична гранична норма заміщення виробничої функції машинобудування відрізняється від одиниці, тоді можливими є два випадки: 1)  $MRS_{LK} > 1$ ; 2)  $MRS_{LK} < 1$ .

Указані випадки можна розглядати як сигнал про порушення оптимальної фондоозброєності, тобто про певні диспропорції при вкладенні коштів у агреговані виробничі фактори “основні виробничі фонди” та “праця”. У першому випадку ( $MRS_{LK} > 1$ ) це свідчатиме про те, що фактична фондоозброєність перевищує оптимальну. У даній ситуації слід констатувати надмірні витрати капіталу, направлено в основні виробничі фонди, порівняно з коштами на оплату праці, тобто в галузі слід скоротити надлишкове технологічне устаткування або підвищити оплату праці за рахунок залучення додаткових робітників, посилення їхнього матеріального стимулювання.

Зрозуміло, що в ситуації, коли  $MRS_{LK} < 1$ , управлінські рекомендації є дзеркально протилежними: на підприємствах машинобудування потрібно нарощувати фондоозброєність живої праці.

У машинобудуванні України у 2007–2015 рр. всі значення граничної норми заміщення ресурсів набагато більші за одиницю (див. табл. 2), тобто йдеться про

перший випадок: фактична фондоозброєність перевищує оптимальну. На основі параметрів моделі (20) розрахуємо показник середньої оптимальної фондоозброєності за досліджуваній період за формулою (13):

$$\frac{K_1}{L_1} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{0,1115}{1,1802} = 0,0945. \quad (22)$$

Якщо звернутися до даних другого стовпчика таблиці 2, то можна побачити, що фактична фондоозброєність у галузі значно вища за оптимальну. Особливо це стосується показників 2015 р., коли вартість основних виробничих фондів галузі зросла на 83,1%, що привело до підвищення обсягу реалізації продукції всього на 13,1% \*. Фактична фондоозброєність у 2015 р. досягла максимального рівня – 4,8 грн./грн. при граничній нормі заміщення факторів (50,8 >> 1).

Зрозуміло, що дані розрахунки мають приблизний, оціночний характер. Вони набуватимуть більшої точності в разі підвищення точності опорної моделі (20), тобто в міру виконання умови  $R^2 \rightarrow 1$ .

### Висновки

Результати проведеного дослідження свідчать про дискусійність загальновідомого постулату щодо позитивної ролі неухильного підвищення фондоозброєності у вітчизняному машинобудуванні. На певних стадіях розвитку галузі, зокрема, в умовах трансформації, що супроводжується перманентною економічною кризою на фоні розриву традиційних господарських зв'язків з постачальниками комплектуючих виробів і потенціальними споживачами продукції машинобудування, зростання фондоозброєності може сигналізувати про відносну надлишковість істотно спрацьованих основних виробничих фондів порівняно з витратами на оплату праці. Саме така ситуація спостерігалась у машинобудуванні України у 2007–2015 рр.

Запропонована процедура визначення оптимальної фондоозброєності на базі субституційних виробничих функцій, а також методи діагностування фактичного стану машинобудівної галузі на практиці показали, що висунута гіпотеза про неоптимальне співвідношення між агрегованими факторами – витратами капіталу на основні виробничі фонди та оплатою праці – з точки зору максимізації реалізованої продукції у 2007–2015 рр. повністю підтвердилася.

Теоретичним фундаментом розробленої процедури пошуку оптимальної фондоозброєності є еквімаржинальний принцип з мікроекономіки. Розвиток його ідей стосовно апарату виробничих функцій та апробація отриманих теоретичних результатів за даними рядів динаміки українського машинобудування вказують на простоту і практичну цінність запропонованої процедури для аналізу екстремальних значень реалізації продукції та загальних витрат капіталу на галузевому рівні.

### Список використаної літератури

1. Пундайк Р., Рабинфельд Д. Микроэкономика ; [пер. с англ.]. – СПб. : Питер, 2002. – 608 с.
2. Гальперин В.М., Игнатъев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика. – В 2-х томах. – СПб. : Институт “Экономическая школа”, 2004. – 482 с.
3. Perloff J.M. Microeconomics. – Berkeley : University of California-Berkeley, 2015. – 7th Edition.

\* Темпи приросту наведено порівняно з попереднім 2014 р.

4. *Debertin D.L.* Agricultural Production Economics / AgEcon search. – 2012. – 431 p. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ageconsearch.umn.edu/record/158319>.

5. *Янковой В.А.* Математический анализ неоклассических производственных функций // *Економіка : реалії часу*. – 2016. – № 2 (24). – С. 78–83 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://economics.opu.ua/files/archive/2016/No2/78.pdf>.

6. *Янковий В.О.* Економіко-математичні властивості виробничої функції Кобба-Дугласа і CES-функції // *Східна Європа : економіка, бізнес та управління*. – 2017. – Вип. 2. – № 7. – С. 330–336 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.easterneurope-ebm.in.ua/journal/7\\_2017/63.pdf](http://www.easterneurope-ebm.in.ua/journal/7_2017/63.pdf).

7. *Янковий В.О.* Економіко-математичні властивості виробничої функції Леонтєва і лінійної функції // *Економіка та суспільство*. – 2017. – Вип. 9. – С. 1238–1244 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://economyandsociety.in.ua/journal-9/16-stati-9/1019-yankovij-v-o>.

8. *Артемова А.В., Грищенко М.А., Лисняк Д.В.* Методика оценивания затрат при производстве продукции // *Проблеми і перспективи розвитку підприємництва*. – 2014. – № 1. – С. 6–10.

9. *Вітлінський В.В.* Моделирование экономики : навч. посіб. – К. : КНЕУ, 2003. – 408 с.

10. *Бондар М., Махлай А.* Виробничі функції в економіко-математичному моделюванні [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.rusnauka.com/14\\_ENXXI\\_2014/Matemathics/4\\_169090.doc.htm](http://www.rusnauka.com/14_ENXXI_2014/Matemathics/4_169090.doc.htm).

11. *Шумська С.С.* Інструмент виробничої функції в дослідженні української економіки // *Економіка і прогнозування*. – 2007. – № 4. – С. 104–123.

12. *Шумська С.С.* Виробнича функція в економічному аналізі : теорія і практика використання // *Економіка і прогнозування*. – 2007. – № 2. – С. 138–153.

13. *Боровской Д.Н.* Производственные функции и проблема выбора экономико-математической модели активного элемента // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2008. – № 1 (28). – С. 172–177.

14. *Математическая экономика на персональном компьютере* : [пер. с япон.]; [под ред. М. Кубониwa]. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.

#### References

1. Pindyck R., Rubinfeld D. *Микроэкономика* [Microeconomics]. St. Petersburg, Piter, 2002 [in Russian].

2. Gal'perin V.M., Ignat'ev S.M., Morgunov V.I. *Микроэкономика. В 2-х томах* [Microeconomics. In 2 volumes]. St. Petersburg, "Economic school" Institute, 2004 [in Russian].

3. Perloff J.M. *Microeconomics*. Berkeley, University of California-Berkeley, 2015, 7th Edition.

4. Debertin D.L. *Agricultural Production Economics*. AgEcon search, 2012, available at: <http://ageconsearch.umn.edu/record/158319>.

5. Yankovoi V.A. *Matematicheskii analiz neoklassicheskikh proizvodstvennykh funktsii* [Mathematical analysis of neoclassical production functions]. *Ekonomika: realii chasu – Economics: time realities*, 2016, No. 2 (24), pp. 78–83, available at: <http://economics.opu.ua/files/archive/2016/No2/78.pdf> [in Russian].

6. Yankovyi V.O. *Ekonomiko-matematychni vlastyvoli vyrobnychoi funktsii Kobb-Duglasa i CES-funktsii* [Economic and mathematical properties of the Cobb-Douglas

production function and CES-function]. *Skhidna Evropa: ekonomika, biznes ta upravlinnya – Eastern Europe: Economics, Business and Management*, 2017, Iss. 2, No.7, pp. 330–336, available at: [http://www.easterneurope-ebm.in.ua/journal/7\\_2017/63.pdf](http://www.easterneurope-ebm.in.ua/journal/7_2017/63.pdf) [in Ukrainian].

7. Iankovyi V.O. *Ekonomiko-matematychni vlastyivosti vyrobnychoi funktsii Leont'eva i liniinoi funktsii* [Economic and mathematical properties of the Leontief production function and linear function]. *Ekonomika ta suspil'stvo – Economy and Society*, 2017, Iss. 9, pp. 1238–1244, available at: <http://economyandsociety.in.ua/journal-9/16-stati-9/1019-yankovij-v-o> [in Ukrainian].

8. Artemova A.V., Gryshchenko M.A., Lysnyak D.V. *Metodika otsenivaniya zatrat pri proizvodstve produktii* [Methods of estimating the costs in production process]. *Problemy i perspektyvy rozvytku pidpryemnytstva – Problems and prospects of entrepreneurship development*, 2014, No.1, pp. 6–10 [in Russian].

9. Vitlins'kyi V.V. *Modelyuvannya Ekonomiky* [Modeling the Economy]. Kyiv, KNEU, 2003 [in Ukrainian].

10. Bondar M., Makhlai A. *Vyrobnychi funktsii v ekonomiko-matematychnomu modelyuvanni* [Production functions in economic-mathematical modeling], available at: [http://www.rusnauka.com/14\\_ENXXI\\_2014/Matematics/4\\_169090.doc.htm](http://www.rusnauka.com/14_ENXXI_2014/Matematics/4_169090.doc.htm) [in Ukrainian].

11. Shumska S.S. *Instrument vyrobnychoi funktsii v doslidzhenni ukrains'koi ekonomiky* [The tool of production function in the development of Ukraine's economy]. *Ekonomika i prohnozuvannya – Economy and Forecasting*, 2007, No. 4, pp. 104–123 [in Ukrainian].

12. Shumska S.S. *Vyrobnycha funktsiya v ekonomichnomu analizi: teoriya i praktyka vykorystannya* [Productive function in the economic analysis: theory and practice of the use]. *Ekonomika i prohnozuvannya – Economy and Forecasting*, 2007, No. 2, pp. 138–153 [in Ukrainian].

13. Borovskoi D.N. *Proizvodstvennye funktsii i problema vybora ekonomiko-matematicheskoi modeli aktivnogo elementa* [Production functions and the problem of choosing the economic-mathematical model of the active element]. *Radioelektronni i komp'yuterni systemy – Radio electronic and computer systems*, 2008, No. 1 (28), pp. 172–177 [in Russian].

14. Kuboniwa M. *Matematicheskaya Ekonomika na Personal'nom Komp'yutere* [Mathematical Economics on a Personal Computer]. Moscow, Finances and statistics, 1991 [in Russian].

*Стаття надійшла до редакції 6 квітня 2018 р.  
The article was received by the Editorial staff on April 6, 2018.*