СЕКЦІЯ 7
ГРОШІ, ФІНАНСИ І КРЕДИТ

УДК 33.336.7

Бондаренко П.В.
старший викладач кафедри фінансового менеджменту та фондового ринку Одеського національного економічного університету

Добриніна Л.В.
викладач кафедри фінансового менеджменту та фондового ринку Одеського національного економічного університету

БУТСТРАП-МОДЕЛІ У ФІНАНСОВИХ РОЗРАХУНКАХ ОЦІНКИ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПОРТФЕЛІВ

У статті розглянуто статистичний бутстрап метод, який широко застосовується у фінансовій науці. Досліджено формування бутстраповського процесу, що породжує дані бутстраповської статистики. Узагальнено основні типи використовуваних в даний час бутстраповських даних статистики. Обґрунтовано способи використання бутстрапа для побудови довірчих множин. У світовій практиці визначено, що бутстрап метод є найбільш застосованим методом обчислення показника Value at risk (VaR) – вартісна міра ризику. Це виражена в грошових одиницях оцінка величини, яку не перевищать очікувані протягом даного періоду часу втрати з заданою вірогідністю. Спочатку дана методика призначалася для оцінки ризиків роботи з похідними фінансовими інструментами, але надалі вона була адаптована для оцінки великого числа фінансових і ринкових ризиків. Найбільш розвинуті методики вартісної міри ризику – коваріаційний, Метод історичного моделювання та метод моделювання Монте-Карло, який буде застосовано у даній статті.
Ключові слова: бутстрап, тестування гіпотез, фінансові розрахунки, інвестиції, інвестиційні проекти.

Бондаренко П.В., Добрынина Л.В. БУТСТРАП-МОДЕЛИ В ФИНАНСОВЫХ РАСЧЁТАХ ОЦЕНКИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ

В статье рассмотрен статистический бутстрап метод, который широко применяется в финансовой науке. Исследовано формирование бутстраповского процесса, порождает данные бутстраповской статистики. Обобщены основные типы используемых в настоящее время бутстраповских данных статистики. Обоснованно способы использования бутстрапа для построения доверительных множеств. В мировой практике определено, что бутстрап метод является наиболее применяемым методом вычисления показателя Value at risk (VaR) – стоимостная мера риска. Это выраженная в денежных единицах оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью. Сначала данная методика предназначена для оценки рисков работы с производными финансовыми инструментами, но в дальнейшем она была адаптирована для оценки большого числа финансовых и рыночных рисков. Наиболее развитые методики стоимостной меры риска – ковариационный, метод исторического моделирования и метод моделирования Монте-Карло, который будет применен в данной статье.
Ключові слова: бутстрап, тестирование гипотез, финансовые расчеты, инвестиции, инвестиционные проекты.

Bondarenko Pavlo, Dobrynina Lyudmila. BUTSTRAP-MODELS IN FINANCIAL CALCULATIONS OF ESTIMATION OF INVESTMENT PORTFOLIO

The article considers a statistical bootstrap method, which is widely used in financial science. The formation of the bootstrap process has been studied, which gives rise to bootstrap statistics. The main types of bootstrap statistics used in the modern literature are generalized. The approaches of bootstrap usage for building a confidence set are grounded. In the bootstrap statistical data sample, the following methods are used: approximation of the standard sampling error; Bayesian correction using the bootstrap method; confidence intervals; the method of percentiles; centered bootstrap-percentile method; bootstrap-t conditions. The bootstrap method is a modification of the Monte Carlo method and we do not get new information in the bootstrap, but we reasonably use the available data based on the task. For example, a bootstrap can be used for small samples, for estimating the median, for correlations, for constructing confidence intervals, and in other situations described in the original work of Efron, where the estimates of pair correlation were considered. Unlike the historical modeling method, in the bootstrap method, not one trajectory of price scenarios is considered, but a large number of scenarios, in this case, the accuracy of calculations increases. In world practice, it is determined that the bootstrap method is the most applicable method of calculating the Value at Risk (VaR) indicator – the cost measure of risk. The most developed methods of the cost measure of risk are covariance, the method of historical modeling and the Monte Carlo simulation method, which will be applied in this article.
Keywords: bootstrap, testing of hypotheses, financial calculations, investments, investment projects.

Постановка проблеми. Існують різні методи оцінювання інвестиційного портфеля. Один з них – це статистичний метод бутстрап, який найбільш часто реалізується за допомогою симуляцій, коли дослідник використовує тестову статистику. Тестова статистика має невідомий розподіл при нульовій гіпотезі, цей розподіл можна охарактеризувати, використовуючи інформацію, що міститься в аналізованих даних. Таким чином проведемо діагностику статистичного методу бутстрап при виборі оптимального портфеля.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблемами управління портфелем займалося багато відомих дослідників, серед яких слід є Г. Марко Р. Літтерман та ін. Більшість дослідників приділяли увагу формуванню оптимального складу портфелів але відсутні розробки щодо методів оптимізації та підвищення ефективності управління інвестиційним портфелем.

Дослідженням методичних та методологічних аспектів стратегічного моделювання в управлінні активами присвячені праці таких авторів як: Р. Девідсон [4; 5; 6], Дж. Хоровиц [7, с. 211–218], Д. Политис [8, с. 219–230], Б. Ефрон [9, с. 1–26], Д. Кнус [1, с. 112–119] та інші.

Постановка завдання. Дослідити, як при проведені фінансових розрахунків інвестиційного портфелю, при обмеженій кількості даних, використовуючи бутстрап-моделювання отримати, досить високий показник альтернативних рішень оцінки ризику. Бутстрап можна використовувати для багатьох цілей, інференцій, у формі тестування гіпотез або побудови довірчих множин. Як при побудовані нечітких економічних показників, можуть бути використані в подальших алгоритмах обробки інформації для отримання нових знань про перебіг різноманітних процесів в економічних об'єктах та динаміку станів їхніх підсистем.

Виклад основного матеріалу дослідження. Бутстрап є статистичним методом, здатним забезпечити надійні інференції в широкому класі економетричних моделей. Ідея бутстрапа полягає, що вибірка і є популяція, так що можна навитягати з вибірки безліч бутстраповських вибірок і таким чином побудувати багато бутстраповських статистик. Потім емпіричний розподіл останніх можна використовувати для отримання більш точних критичних значень. Тут і далі, нехай буде бутстраповським аналогом $t^*_{\beta i}, T$ [10]. При певних м'яких умовах регулярності можна висловити розподіл t-статистики у вигляді лідируючого доданка, яке є стандартна нормальна кумулятивна функція розподілу, плюс інші складові, схоплюються відхилення від нормальності, таким чином маємо розкладання Еджворта:

$$P\left(t_{\beta_i}, T \leq x\right) = \Phi(x) + T^{-\frac{1}{2}} p_1(x)\phi(x) + \\ + T^{-1} p_2(x)\phi(x) + T^{-3/2} p_{32}(x)\phi(x) + \ldots \qquad (1)$$

У зв’язку з цим кажуть, що інференції, засновані на бутстраповських критичних значеннях, точніше, ніж якщо покладатися на асимптотичні нормальні критичні значення. Причина більш "високого" рафінування симетричного тесту в тому, що в симетричному випадку лідируючий член в розкладанні Еджворта через його непарності дорівнює нулю. Таким чином, поліпшення ОВО при використанні бутстраповських критичних значень має порядок $T^{-\delta/2}$, де $\delta \leq 0$.

Якщо статистика є півотальною при нульовій гіпотезі. Це означає, що розподіл статистики однаковий при будь-якому її DGP, за умови, що цей DGP задовольняє нульовій гіпотезі. Якщо позначити безліч всіх DGP, які задовольняють нульовій гіпотезі, за М, то якщо статистика півотальна, то кожну процедуру, що дає її розподіл при будь-якому DGP з М, можна використовувати для отримання інформації про розподіл [2].

Зокрема, якщо нульова гіпотеза відкидається, коли реалізується статистика занадто велика, то для тесту при рівні значущості а критичне значення – це (1 – а) – квантіль розподілу статистики при нульовій гіпотезі. Для реалізації г статистики відповідне Р-значення дорівнює 1 – F (T), де F – кумулятивна функція розподілу (КФР) тестової статистики при нульовій гіпотезі. Для тестів, відкидають нульову гіпотезу при маленьких значеннях тестової статистики, критичним значенням є а-квантиль, а Р-значення дорівнює F (T). Для двосторонніх тестів потрібні два критичних значення, нижню і верхню. В якості першого зазвичай беруть (а / 2) – квантіль, а в якості другого – (1 – а / 2) – квантіль. Р-значення для реалізації г одно 2min (Р (г), 1 – Р (г)). Є інші способи побудови критичних значень для двосторонніх тестів. Якщо використовувати (3- і 7-квантилі в якості нижнього і верхнього критичних значень відповідно, досить виконання рівності 1 – J + (3 = а), щоб рівень значущості дорівнював а. Можна також вибирати (3 і 7, мінімізуючи відстань між двома критичними значеннями при наявності цього обмеження. Оскільки розподіл статистики, півотальної при нульовій гіпотезі, можна оцінити за допомогою симуляцій, інференції може бути заснована на Квантиль КФР оціненого розподілу. У межі, при нескінченному числі бутстраповських вибірок, помилка симуляції зникає і досягається точна інференція, в тому сенсі, що ймовірність відкидання тестом нульової гіпотези при рівні значущості а в точності дорівнює а, коли нульова гіпотеза істинна. Якщо інференції засновані на Р-значенні, то для будь-якого а між 0 і 1 ймовірність отримання Р-значення, меншого, ніж а, при істинності нульової гіпотези, в точності дорівнює а [1].

Для отримання точної інференції необов'язково прагнути до недосяжної межі нескінченного числа бутстраповських вибірок, якщо дослідник готовий обмежитися конкретним рівнем значущості. Якщо позначити кінцеве число використовуваних бутстраповських вибірок за В, інференції буде точною, якщо рівень а такий, що а (В + 1) є цілим числом. Щоб переконатися в цьому, зауважимо, що бутстраповскі статистики, позначається г *, j = 1, ..., В, як і статистика т, отримана з вихідної вибірки, становлять безліч з Р + 1 статистик, які при нульовій гіпотезі є незалежними однаково розподіленими (IID) випадковими величинами. Отже, число г бутстраповських статистик, критичних щодо т, відповідно до будь-правилом визначення критичних областей рівномірно розподілено на множині цілих чисел 0,1, ..., В, кожне можливе значення г має ймовірність 1 / (В + 1). Бутстраповське Р-значення – це імовірнісна маса бутстраповського розподілу (тобто емпіричного розподілу В бутстраповських статистик) в області, критичної для т, а ця імовірнісна маса є просто г / В [3].

Тоді ймовірність отримання бутстраповського Р-значення, меншого, ніж а, дорівнює Р (г <аВ). Нехай \ аВ ~ \ – найменше ціле число, що не менше, ніж аВ. Тоді число можливих значень г, (строго) менших аВ, так само [~ а: Р]. Отже, Р (г <аВ) = \ аВ ~ \ / (В + 1). Ця ймовірність дорівнює а тоді і тільки тоді, коли а (В + 1) = \ аВ ~ \. Вимога, щоб а (В + 1) було цілим числом, природно, є необхідним. У зворотний бік, припустимо, що а (В + 1) = до, до ціле. Тоді аВ = к – а, а значить, \ аВ ~ \ = до, так як про <а <1. Тому ймовірність того, що г <аВ, дорівнює к / (В + 1) = = а (В + 1) / (Р + 1) = а.

Дана властивість є причиною того, що в багатьох дослідженнях, число бутстраповських вибірок вважається рівним, наприклад, 99, 199, 399 або 999. Десяткова система привела до стандартної звички вибирати в якості рівнів значущості ціле число процентів, а такі числа при додаванні одиниці без залишку діляться на 100. у сучасну комп'ютерну еру, можливо, було б більш раціонально встановлювати в, кратне 16 або 256 (в десятковій системі) і віднімати одиницю [2].

Тестування на основі симуляцій з використанням півотальної статистики насправді набагато старше бутстрапування. Подібні процедури називаються тестами Монте-Карло і були вперше застосовані в 1950-х роках; Dwass (1957), а також Dufour & Khalaf (2001) з більш сучасним оглядом. У той час не було чимось нечуваним використовувати тест Монте-

Карло на основі тільки 19 симульованих вибірок, так як він дозволяє проводити точні інференції на рівнях значимості 5% і 10%.

На відміну від тесту Монте-Карло, заснованого на повністю півотальний статистиці, бутстраповський тест, взагалі кажучи, не забезпечує точні інференції. Це означає, що існує різниця між дійсною ймовірністю відкидання нульової гіпотези і номінальним рівнем значущості тесту. Можна визначити бутстраповську розбіжність, як цю різницю, яка є функцією від істинного DGP і номінального рівня значимості [9]. Щоб вивчити бутстрапівську розбіжність, припустимо без обмеження спільності, що тестова статистика, що позначається т, вже має форму асимптотического P-значення. Тоді відкидання на рівні значущості а відповідає події т < а.

Введемо дві функції номінального рівня значущості тесту а й DGP LI. Перша з них – це функція ймовірності відкидання, або ФВО. Значення цієї функції – це справжня ймовірність відкидання нульової гіпотези при LI за допомогою тесту на рівні значущості а для деякого фіксованого кінцевого розміру вибірки п. Вона визначається так:

R (a, LI) = P ^ [т <a] (2)

Тут і далі передбачається, що для всіх LI розподіл г має носій [0,1] і абсолютно безперервно по відношенню до рівномірного розподілу на цьому інтервалі.

Для конкретного LI функція R (a, LI) – це просто функція розподілу т, підрахована в а. Зворотна функція для ФВО – це функція критичного значення, або ФКЗ, яка неявно задається рівнянням:

Р / к [т <Q (ai I-1)] = а (3)

З (3) ясно, що Q (a, LI) – це а-квантиль розподілу г при LI. Крім того, з визначень 2 і 3 випливає, щодля всіх а й LI:

R (Q (a, LI), LI) = Q (R (a, LI), LI) (4)

Далі абстрагуємося від випадковості симуляції і припустимо, що розподіл г при бутстрапівському DGP точно відомо. Бутстрапівське критичне значення для г при рівні значущості а так само Q (a, Li *); нагадаємо, що LI * позначає бутстрапівський DGP. Це випадкова величина, яка була б невипадковою і рівною а, якби г була повністю півотальною. Якщо г приблизно (наприклад, асимптотично) півотальна, реалізації Q (a, LI *) повинні бути близькі до а. Це вірно незалежно від того, чи відповідає справжній DGP нульовій гіпотезі, оскільки бутстрапівській DGP LI * їй відповідає, згідно з першим Золотому правилу. Бутстрапівська розбіжність при DGP fieM виникає через можливість того, що в кінцевій вибірці Q (a, LI *) ф Q (a, Li).

Заперечення нульової гіпотези бутстрапівським тестом – це подія г <Q (a, Li *). Використовуючи зростаюче перетворення R (-, LI *) до обох частин і використовуючи (6), стає зрозуміло, що бутстрапівський тест відкидає нульову гіпотезу, якщо

R (Q (a, LI), LI) = Q (R (a, LI), LI) (5)

Таким чином, бутстрапівське P-значення – це просто R (r, fx *). Його можна інтерпретувати як бутстрапівську тестову статистику [1; 3; 4; 5].

Решітчастий бутстрап заснований на ідеї гратчастого наближення процесу $(X_t)_{t\in Z}$ класом (підлозі) параметричних моделей. В такому випадку бутстрап є не чим іншим, як симуляцією з оціненого за допомогою решітки процесу.

$$X_t - \mu_X = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j (X_{t-j} - \mu_X) + \epsilon_t \ (t \in Z) \qquad (6)$$

Центрування і нормування – прості операції, що змінюють перші два моменти розподілу. У деяких обставинах може виникнути бажання вплинути на більш складні функціонали розподілу. Припустимо, наприклад, що виникло бажання провести інференції про індекс бідності. Доступна IID-вибірка індивідуальних доходів, витягнута випадковим чином з досліджуваної популяції, і нульова гіпотеза полягає в тому, що індекс бідності має конкретне значення налаштування. Для визначеності розглянемо один з FGT-індексів, який визначається наступним чином:

Aa (z) = (z – y) a ~ dF (y), о (7)

Тут z інтерпретується як межа бідності, а F – функція розподілу доходів. За міру збільшення параметра а індекс прогресивно збільшує вагу великих значень глибини бідності, тобто різниці z – у між межею бідності і доходом у бідного індивіда. Припустимо, що межа бідності z і параметр а фіксовані на деяких зумовлених рівнях. Очевидна оцінка Aa (z) – це просто

Aa {z) = (z – y) a-ldF (y), о (8)

де F – емпірична функція розподілу доходів у вибірці.

Як статистичні данні використовуються історичні збільшення цін активів, які випадковим чином витягуються з статистичної вибірки і коригують поточне значення активу (ціни акцій). Крім того, якщо портфель складається з декількох цінних паперів, то виникає необхідність врахування кореляцій між ними. Метод бутстрапурования дозволяє врахувати кореляцію між рядами різних акцій, шляхом одночасної генерації сценаріїв всіх цінних паперів, що входять в портфель.

Розрахуємо ризик портфеля акцій, що складається з трьох емітентів. Припустимо, що на початку січня 2017 р. інвестор придбає акції цих емітентів на 1 млн. $, причому в кожну акцію він вкладає 1/3 млн $. Інвестиційний горизонт планування – один місяць. Інвестора цікавить очікувана вартість портфеля в кінці місяця, а також ризик його відхилення від цього значення.

Для оцінки показника VaR необхідно визначитися з довірчим рівнем імовірності.

У нашому прикладі ми використовуємо довірчий рівень 99%.

В цьому випадку вартість портфеля з імовірністю 99% не знизиться нижче розрахованого показника VaR протягом періоду прогнозування. З метою проведення експерименту ми генерували 10 тис. сценаріїв ймовірної зміни цін акцій портфеля протягом інвестиційного горизонту. Для прогнозування на один місяць вперед ми використовували статистику по акціях за попередні три місяці.

Для автоматизації процесу обчислення показника VaR методом бутстрапурования було розроблено програмне забезпечення «Оцінка ринкових ризиків методом Монте-Карло». На основі статистичних даних ця програма обчислює значення трьох основних показників (очікуване значення вартості портфеля, значення VaR, ризик відхилення вартості портфеля), а також виводить гистограмму імовірнісного розподілу вартості портфеля [1; 2; 3].

Очікуване значення вартості портфеля – це середнє значення вартостей 10 тис. портфелів, отриманих випадковим чином. Розрахунки показують, що при інвестуванні 1 млн. $ у розглянутий портфель його очікувана вартість зросте до 1,035 млн. $. протягом інвестиційного горизонту.

Показник VaR розраховується при наступних умовах:

➢ безліч отриманих сценаріїв вартості портфеля упорядковано відповідно до зменшення;

➢ кожному сценарію присвоюється номер (ni);

➢ визначається VaR вартості портфеля (nvar), при заданому довірчому рівні (а), шляхом множення кількості сценаріїв на довірчий рівень, представлений в частках відсотка:

➢ сценарій, що відповідає номеру nvar, буде показником VaR вартості портфеля.

У нашому експерименті показник VaR склав 875,2 тис. $ при довірчому рівні ймовірності 99%.

Ризик відхилення вартості портфеля від очікуваного значення (відносний VaR) обчислюється як різниця між очікуваним значенням вартості портфеля і абсолютним показником VaR. У нашому прикладі відносний VaR склав 160 тис. $, це можна інтерпретувати в такий спосіб: з імовірністю 99% можна стверджувати, що протягом місяця вартість портфеля не знизиться більше ніж на 160 тис. $ від очікуваного значення.

Для вибору оптимального портфеля за двома критеріями – очікуваної вартості портфеля і показником VaR – ми використовували три портфеля, що складаються з «довгих» відкритих позицій українських акцій. Інвестиційний горизонт планування – один місяць. Довірчий рівень ймовірності – 99%. Сума інвестицій – 1 млн. $. Портфель цінних паперів складається з трьох акцій, в кожну з яких інвестується 1/3 млн $.

Перший портфель включає акції трьох нафтопереробних компаній. Цей портфель найменше диверсифікований, так як між трьома рядами відносних збільшень акцій спостерігається істотна позитивна кореляція порядку 0,5-0,6.

Другий портфель складається з акцій трьох банківських установ. Цей портфель більш диверсифікований, кореляція відносних збільшень акцій знаходиться в діапазоні 0,2-0,5.

Третій портфель – це акції трьох телекомунікаційних компаній. Кореляція відносних збільшень цих акцій знаходиться в діапазоні 0,35-0,64.

На початку місяця інвестор має 1 млн. $, який він може вкласти в один з трьох портфелів акцій. В кінці місяця інвестор планує продати портфель. За допомогою моделювання на початку місяця проводиться розрахунок очікуваного значення вартості портфеля на кінець місяця і показник VaR. З метою моделювання для кожного місяця використовувалася статистика за попередні три місяці. Результати експерименту та фактична вартість портфелів на кінець кожного місяця представлені в табл. 1.

Для вибору оптимального портфеля можна використовувати два підходи. Перший полягає в порівнянні показників VaR портфелів на початку кожного місяця. В даному випадку VaR показує, наскільки може знизитися вартість портфеля протягом інвестиційного горизонту. Наприклад, на початку січня 2017 р. за результатами моделювання першого портфеля показник VaR склав 871134,17 дол. Отже, з імовірністю 99% протягом січня 2017р. вартість цього портфеля не знизиться нижче за показник VaR. Тому оптимальним буде той портфель, у якого найвищий показник VaR. У 50% випадків даний портфель забезпечив найбільшу прибутковість для інвестора в кінці місяця, що підтверджують фактичні дані. Однак цей підхід враховує лише ризик портфеля, але ігнорує очікуване значення вартості портфеля на початку періоду [7, с. 211–218]. Для того щоб робити вибір портфеля за критеріями ризику і очікуваної вартості, необхідно використовувати криві байдужості.

Дотримання Золотих правил, може збільшити надійність інференцій навіть в таких випадках. Золоте правило 1: Бутстраповскій DGP повинен

Таблиця 1

Результати моделювання портфелів і їх фактична вартість, дол.

Період	Портфель	Очікуване значення	Показник VaR	Ризик	Фактична вартість портфеля на кінець місяця
Січень2017	Портфель1	1035154,70	871134,17	164020,53	927207,46
	Портфель2	1104211,35	944733,20	159478,15	944245,57
	Портфель3	1130854,38	948391,00	182463,38	980290,24
Грудень 2017	Портфель 1	982515,92	836434,60	146081,32	1109269,41
	Портфель 2	986051,57	842928,50	143123,07	1108745,39
	Портфель 3	1019706,55	843528,00	176178,55	1170009,2
Березень 2017	Портфель 1	1033485,33	866948,20	166537,13	941069,61
	Портфель 2	1010991,52	873053,40	137938,12	966117,85
	Портфель 3	1055276,06	889918,30	165357,76	1058100,1
Квітень 2017	Портфель 1	983952,20	815144,00	168808,20	1186091,43
	Портфель 2	1007984	851497,00	156487,06	1216585,93
	Портфель 3	1116960,23	884534,90	232425,33	1204602,7
Травень 2017	Портфель 1	1125680,71	941404,90	184275,81	1068305,55
	Портфель 2	1150358,17	911890,90	238467,27	1238946,14
	Портфель 3	1216267,88	973822,60	242445,28	1252394,3
Червень 2017	Портфель 1	1089343,76	903414,00	185929,76	1075363,56
	Портфель 2	1213230,86	913424,30	299806,56	1069041,95
	Портфель 3	1258491,44	939713,30	318778,14	1072073,1
Липень 2017	Портфель 1	1178352,27	981406,00	196946,27	859866,29
	Портфель 2	1297030,42	961380,70	335649,72	941783,04
	Портфель 3	1283591,71	946146,72	337444,99	920992,95
Серпень 2017	Портфель 1	994932,18	767206,40	227725,78	1147631,70
	Портфель 2	1132974,09	878741,50	254232,59	1092872,96
	Портфель 3	1129052,97	813227,80	315825,17	1122933,5

Джерело: авторські розрахунки

належати моделі М, яка надає нульову гіпотезу. Порушення Золотого правила 1 зустрічється в економетричних роботах вкрай рідко, хоча воно зустрічалося в економетричної літературі на перших порах бутстрапа. Один з наслідків цього правила полягає в тому, що модель при нульовій гіпотезі М повинна бути чітко визначена до вибору бутстраповського DGP. Золоте правило 2: Якщо тестова статистика не є півотальною до моделі при нульовій гіпотезі М, бутстрапівський DGP повинен бути найкращою можливою оцінкою істинного DGP, при припущенні, що істинний DGP належить М. Яким чином можна дотримуватися цього правила, сильно залежить від конкретного проведеного тесту, але в цілому воно означає, що хотілося б, щоб бутстрапівский DGP був заснований на оцінках, ефективних при нульовій гіпотезі. Бутстрапівский тест відкидає нульову гіпотезу на рівні значущості [4, с. 12–25].

Висновки з проведеного дослідження. За результатами дослідження можна зробити такі висновки, що бутстрап є статистичним методом, здатним забезпечити надійні інференції в широкому класі економетричних моделей. Взявши за основу цей метод ми провели прогнозування вибору оптимального інвестиційного портфеля. Та було з'ясовано, що метод заснований на моделюванні сценаріїв зміни вартості портфеля цінних паперів, визначенні його очікуваного значення і показника VaR, при моделюванні вартості портфеля інвестиційного портфеля, дозволяє прогнозувати майбутні значення цін акцій, розподіл яких не є нормальним [1, с. 24–26].

Багато симуляційних експериментів показали, що бутстрап часто дає кращі результати, ніж передбачають ці теорії. Правила відображають той факт, що для інференції потрібно якомога точніша характеристика розподілу тестової статистики, на якій засновані інференції, при тестуванні нульової гіпотези.

Як зазначив Бейран у 1988 році, що бутстрап забезпечує більш надійні тести, коли застосовується для приблизно півотальних величин. На практиці статистики, які ймовірно є приблизно півотальними, можуть мати розподілу, сильно залежать від шумових параметрів. У деяких випадках знайти приблизно півотальні величини важко. Бутстрап проте може «спрацьовувати» навіть в таких випадках, але не варто очікувати, що він буде настільки ж надійний, як при більш сприятливих обставин [8, с. 219–230].

Отже, для вибору оптимального інвестиційного портфеля в умовах невизначеності запропоновано використовувати криві байдужості, які дозволяють визначити оптимальний портфель для інвестора з урахуванням його переваг до ризику.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Andrews, D.W.K. & M. Buchinski (2000). A three step method for choosing the number of bootstrap repetition. Econometrica 68, 23–51.
2. Andrews, D.W.K. (2002). Higher order improvements of a computationally attractive k-step bootstrap for extremum estimators. Econometrica 70, 119–162.
3. Andrews, D.W.K. (2004). The block-block bootstrap: Improved asymptotic refinements. Econometrica 72, 673–700.
4. Davidson R. & J.G. MacKinnon (2004). Econometric Theory and Methods. Oxford: Oxford University Press.
5. Davidson R. & J.G. MacKinnon (2006a). Bootstrap methods in econometrics. Chapter 23 of Palgrave Handbook of Econometrics, Volume 1, Econometric Theory, eds T.C. Mills & K. Patterson. London: Palgrave-Macmillan.
6. Davidson R. & J.G. MacKinnon (2006b). Bootstrap inference in a linear equation estimated by instrumental variables. Discussion Paper 1024, Queen's University.
7. Horowitz, J.L. (2003). The bootstrap in econometrics. Statistical Science 18, 211–218.
8. Politis, D.N. (2003). The impact of bootstrap methods on time series analysis. Statistical Science 18, 219-230.
9. Efron B. (1979). Bootstrap methods: Another look at the jackknife. Ann. Statist. 7. 1–26.
10. Donald E. Knuth. Seminumerical Algorithms, volume 2 of The Art of Computer Programming, chapter 4.2.2, page 232. Addison-Wesley, Boston, third edition, 1998.