**ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ,
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА,
КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ОГІЄНКА**

Матеріали міжнародної математичної конференції «Диференціальні рівняння та їх застосування» (19-21 травня 2017 року, м. Кам'янець-Подільський)

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

Співголови:
Копилов С.А., Самойленко А.М., Перестюк М.О.

Заступники голів:
Конет І.М., Теплінський Ю.В.

Члени оргкомітету:
Бігун Я.Й., Бойчук О.А., Вірченко Н.О., Герасименко В.І., Гнатюк В.О., Городецький В.В., Городній М.Ф., Євтухов В.М., Іванчов М.І., Івасишен С.Д., Каленюк П.І., Капустян О.В., Король І.І., Луковський І.О., Макаров В.Л., Маринець В.В., Парасюк І.О., Пелюх Г.П., Петришин Р.І., Пташник Б.Й., Пукальський І.Д., Самойленко В.Г., Слюсарчук В.Ю., Станжицький О.М., Теплінський О.Ю., Ткаченко В.І., Федорчук В.А., Черевко І.М.,
Щирба В.С., Юрчик А.І.

Вчені секретарі:
Кравець В.І., Паньков В.Г.

Технічний секретар:
Захарець Є.А.

УДК 517.9
Н. В. Шарай, канд. фіз.-мат. наук
Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, м. Одеса
В. М. Шинкаренко, канд. фіз.-мат. наук
Одеський національний економічний університет, м. Одеса

АСИМПТОТИКА РОЗВ'ЯЗКІВ НАПІВЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

Розглядається диференціальне рівняння

$$y''' = \alpha_0 p(t)|y|^{\lambda} L(y), \tag{1}$$

де $\alpha_0 \in \{-1;1\}$, $\lambda \in R, \lambda \neq 1$, $p:[a,\omega) \to (0,+\infty)$ – неперервна функція, $\infty < a < \omega \le +\infty$, функція L неперервна в односторонньому околі Δ_{Y_0} точки Y_0 (Y_0 дорівнює або нулю, або $\pm\infty$), додатня та повільно змінюється коли $y \to Y_0$.

У работі А. Стехун [2] досліджено питання про існування та асимптотичне поводження при $t \to \omega$ усіх $P_\omega(\lambda_0)$ -розв'язків цього рівняння у випадку $\lambda \neq 1$.

Розв'язок y рівняння (1), який задано на проміжку $[t_y, \omega] \subset [a, \omega)$, називається $P_\omega(\lambda_0)$ - розв'язком, якщо він задовольняє наступні умови:

$$\lim_{t\to\omega} y^{(k)}(t) = \begin{cases} \text{або} \;\; 0, \\ \text{або} \;\; \pm\infty, \end{cases} \quad k = 0,\ 1,\ 2, \qquad \lim_{t\to\omega} \frac{[y''(t)]^2}{y'''(t)y'(t)} = \lambda_0 .$$

Коли $\lambda = 1$ та $L(y) = |\ln|y||^{\sigma}$, рівняння (1) набуває вигляду

$$y''' = \alpha_0 p(t) y \left| \ln|y| \right|^{\sigma}, \tag{2}$$

та є асимптотично наближеним до лінійного рівняння, яке розглядалось І. Кігурадзе та Т. Чантурія у роботі [1] і викликає увагу дослідників.

В работі [3] було отримані умови існування та асимптотичне поводження при $t \to \omega$ $P_\omega(\lambda_0)$ -розв'язків рівняння (2) у випадках, коли $\lambda_0 \in \Re \setminus \left\{0;\pm 1;\frac{1}{2}\right\}$.

Наступним кроком дослідження є отримання аналогічних результатів у випадках $\lambda_0 \in \left\{0;\pm 1;\frac{1}{2}\right\}$, $\lambda_0 = \pm\infty$.

Для $\lambda_0 = \pm\infty$ доведено наступну теорему.

Теорема. Для існування у рівняння (2) $P_\omega(\pm\infty)$-розв'язків необхідно і достатньо виконання умов

$$\lim_{t\to\omega} p(t)\pi_\omega^3(t)\left|\ln \pi_\omega^2(t))\right|^\sigma = 0, \quad \lim_{t\to\omega} \int_a^t p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\left|\ln \pi_\omega^2(\tau))\right|^\sigma d\tau = \infty,$$

де $\pi_\omega(t) = \begin{cases} t, & \text{коли } \omega = +\infty, \\ t-\omega, & \text{коли } \omega < +\infty. \end{cases}$

Для кожного такого розв'язку при $t \to \omega$ мають місце асимптотичні розвинення

$$\ln|y(t)| = \ln \pi_\omega^2(t) + \frac{\alpha_0}{2}\int_a^t p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\left|\ln \pi_\omega^2(\tau)\right|^\sigma d\tau\bigl(1+o(1)\bigr),$$

$$\ln|y'(t)| = \ln|\pi_\omega(t)| + \frac{\alpha_0}{2}\int_a^t p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\left|\ln \pi_\omega^2(\tau)\right|^\sigma d\tau\bigl(1+o(1)\bigr),$$

$$\ln|y''(t)| = \frac{\alpha_0}{2}\int_a^t p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\left|\ln \pi_\omega^2(\tau)\right|^\sigma d\tau\bigl(1+o(1)\bigr).$$

Також доведено теореми, які дозволяють отримати асимптотичні формули не тільки для логарифмів, але й для самих розв'язків та їх похідних до другого порядку. Асимптотичні формули при $\tau \to \omega$ для лінійного рівняння доповнюють відомі результати із монографії [1].

Список використаних джерел:

1. *Кигурадзе И. Т.* Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. / И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия. – М.: Наука. 1990. – 430 с.
2. *Стехун А. О.* Асимптотична поведінка розв'язків одного класу звичайних диференціальних рівнянь третього порядку / А.О. Стехун. // Нелінійні коливання. – 2013. – Т.16, № 2. – С. 246-260.
3. *Шинкаренко В.Н.* Асимптотические представления решений нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка / Н.В. Шарай, В.Н. Шинкаренко. // Нелінійні коливання. – 2015. – Т.18, № 1. – С. 133-144.