

УДК 621.373.072.9; 621.37/39

В.И. Панфилов, Н.О. Пунченко, Н.Ф. Казакова, А.А. Скопа

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА СИНТЕЗА КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ

В.І. Панфілов, Н.О. Пунченко, Н.Ф. Казакова, О.О. Скопа

МАТЕМАТИЧНА ЗАДАЧА СИНТЕЗУ КВАЗІОПТИМАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ

V.I. Panfilov, N.O. Punchenko, N.F. Kazakova, A.A. Skopa

MATHEMATICAL PROBLEMS OF SYNTHESIS QUASIOPTIMALITY APPARATUS SIGNAL CONVERSION

Аннотация. Показано, что при одновременном влиянии в канале связи разного рода помех и искажений прием полезного сигнала будет неоптимальным и, следовательно, вероятность ошибки будет возрастать при приеме дискретных сигналов. Для уменьшения вероятности ошибки предложена новая процедура передачи сигнала (как функции) с учетом помех и искажений в канале, где процесс представлен в виде математической задачи.

Ключевые слова: математическая задача, синтез, квазиоптимальность, аппаратура преобразования сигналов

Анотація. Показано, що при одночасному впливі у каналі зв'язку різного роду завад та спотворень прийом корисного сигналу буде неоптимальним і, отже, ймовірність помилки буде зростати при прийманні дискретних сигналів. Для зменшення ймовірності помилки запропонована нова процедура передавання сигналу (як функції) з урахуванням завад та спотворень в каналі, де процес представлено у вигляді математичної задачі.

Ключові слова: математична задача, синтез, квазиоптимальність, апаратура перетворення сигналів

Annotation. At simultaneous influence in the communication channel of different sort of hindrances and distortions the reception will be not optimum. Consequently, probability of error increases at the reception of discrete signals. For diminishing of probability of error it is necessary to synthesize transmissions signals or functions taking into account hindrances and distortions in a channel, i.e. to represent a process as a mathematical task.

Keywords: mathematical problems, syntheses, quasioptimality, apparatus signal conversion

Постановка проблемы. При одновременном действии в канале связи различного рода помех и искажений прием будет не оптимальным. Следовательно, вероятность ошибки при приеме дискретных сигналов возрастает. Для уменьшения вероятности ошибки необходимо синтезировать передаточные сигналы или функции с учетом помех и искажений в канале.

Связь проблемы с важными научными и практическими заданиями. Исходя из постановки проблемы, актуальным вопросом является проблема уменьшения вероятности ошибки при приеме дискретных сигналов, что приведет к повышению качества работы различных систем и сетей телекоммуникаций.

Анализ последних исследований и публикаций, в которых положено начало решения проблемы. Задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных устройств преобразования сигналов для систем телекоммуникаций является постоянной научно-практической проблемой. Анализ и научная разработка проблемы ведется практически с момента возникновения систем связи. В последние годы этому вопросу уделяли внимание достаточно большое коли-

чество ученых. Среди них можно назвать А.Г. Зюко, В.Л. Банкета, И.П. Панфилова, В.В. Поповского, В.К. Стеклова, П.Е. Баранова, Л.Н. Беркман, Э.А. Сукачева и многих других.

Раньше нерешенной частью общей проблемы является проблема создания адекватного математического аппарата синтеза квазиоптимальных устройств преобразования сигналов. Эта проблема и является **постановкой задания** для последующего решения.

Перейдем к изложению **основного материала** с математическим обоснованием полученных результатов.

Методы приема многопозиционных дискретных сигналов могут быть приведены к следующей весьма общей формулировке. Имеется устройство преобразования сигналов (УПС) на входе которого может быть подан произвольный сигнал $\{X_i(t)\}$ $i = 1, 2, 3, \dots, m$ принадлежащий множеству $\{X(t)\}$. Входные сигналы являются «размытыми» потому, что сигналы на входе УПС приходят в смеси с помехами и искажаются каналом. В общем случае

$$X_i(t) = \int_0^T S_i(t)g(t-\tau)dt + n_\Sigma(\tau). \quad (1)$$

Здесь $n_\Sigma(\tau)$ – аддитивная, некоррелированная помеха, действующая в канале, равная сумме «белого» шума $n(\tau)$, сосредоточенной помехи $n_c(\tau)$, и импульсной помехи $n_u(\tau)$; $g(\tau)$ – импульсная характеристика канала связи.

Набор входных сигналов $\{X(t)\}$ должен вызвать на выходе УПС вполне определенный набор выходных сигналов $\{Z(t)\}$ (рис. 1).



Рис. 1. Соответствие множеств выходных сигналов $\{Z(t)\}$ входным $\{X(t)\}$

Во всех практических задачах время существования входных и выходных дискретных сигналов конечно: можно считать, не уменьшая общности, что этим временем является отрезок $0 \leq t \leq T$. Что касается выходного множества $\{Z(t)\}$, то для целей практики достаточно лишь приближенного воспроизведения сигналов УПС. Это обстоятельство позволяет разработчику менять форму выходных сигналов множества $\{Z(t)\}$ в зависимости от требуемой точности синтеза систем связи.

Общая структурная схема устройства преобразования дискретных сигналов при наличии в канале помех и искажений приведена на рис. 2.

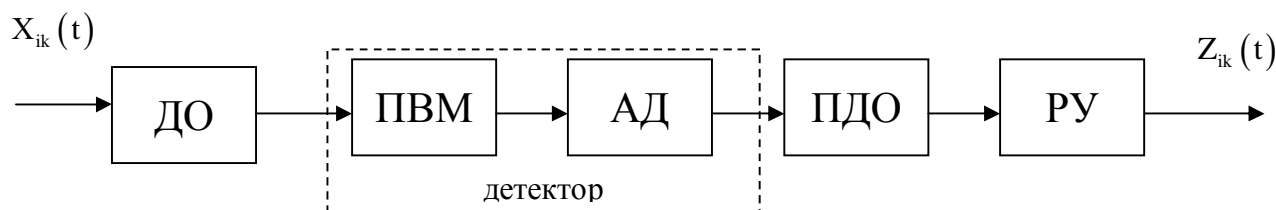


Рис. 2. Общая структурная схема устройства преобразования дискретных сигналов при наличии в канале помех и искажений, где: ДО – додетекторная обработка; ПВМ – преобразователь вида модуляции; АД – амплитудный детектор; ПДО – последетекторная обработка; РУ – решающее устройство.

В этой схеме детектор представлен в виде двух устройств ПВМ и АД с целью разделить линейную и нелинейную операции детектирования. Операция АД является нелинейной, поскольку ее целью является выделение из модулированного сигнала, прошедшего ПВМ, мо-

дулирующего сигнала. В случае отсутствия помех АД выделяет форму искаженного первичного дискретного сигнала. Целью ДО является уменьшение помех (увеличение соотношения сигнал/шум) за счет линейной обработки. Уменьшить же линейные искажения можно путем синтеза оптимальных характеристик ПВМ или ПДО, которые являются также линейными устройствами.

Качество приема для каналов с шумами и искажениями будем оценивать расхождением принятых параметров сигнала и заданных выходных параметров:

$$L_{ik}(t) = X_{ik}(t-1) + Z_{ik}(t). \quad (2)$$

Однако, используя выражение (2), нельзя оценить качество системы передачи информации вследствие того, что функция $L_{ik}(t)$ является случайной величиной. Большинство критериев качества задается математическим описанием от некоторой функции $F[X_{ik}(t), Z_{ik}(t)]$ получаемых $X_{ik}(t)$ и требуемых $Z_{ik}(t)$ выходных параметров

$$D = M \left\{ F[X_{ik}(t) + Z_{ik}(t)] \right\} = \min, \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (3)$$

Среди всех рассмотренных критериев синтеза оптимальных систем, в работах [1-4] предпочтение отдается критерию минимума среднеквадратичной ошибки, т. е. когда случайные величины связаны между собой соотношением вида

$$F[X_{ik}(t), Z_{ik}(t)] = \sum_{i,k=1}^m F[X_{ik}(t) - Z_{ik}(t)]^2. \quad (4)$$

Подставляя полученное соотношение в (3), определим критерий синтеза многопозиционных квазиоптимальных систем передачи дискретных сигналов (СПДС):

$$D = M \left\{ \sum_{i,k=1}^m F[X_{ik}(t) - Z_{ik}(t)]^2 \right\} = \min. \quad (5)$$

Что касается выбора критерия синтеза квазиоптимальных СПДИ, то мы остановим свой выбор на среднеквадратичном критерии по следующим причинам. Применение среднеквадратичного критерия позволяет в большинстве практически важных задач синтеза получить решение в аналитической форме, а функция D , определяемая выражением (5), является многомерной, выпуклой вниз функцией переменных, не содержит неразрешимых оврагов. Следовательно, минимум функции можно найти самыми простыми и легко реализуемыми методами поиска экстремума [2, 3, 5-7].

Покажем, что используя полученный критерий (5) можно в многопозиционных системах связи обеспечить максимум отношения сигнал/шум на выходе системы.

С учетом линейной независимости $S_i(t)$ представим (5) в виде:

$$D = \sum_{k=1}^m A_k, \quad (6)$$

где: $A_k = M \left[\sum_{i,k=1}^m (X'_{ik}(t) - Z_{ik}(t))^2 \right]$; $X'_{ik}(t) = \int_0^T X_{ik}(t) \phi_k(t) dt$.

Это дает возможность оптимизировать $\phi_k(t)$ для каждого канала взаимно независимо. В этом случае минимизация A_k сводится к определению минимума квадратичной формы $(B\phi_k(t), \phi_k(t))$, $\phi_k(t) \in L^2\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$ при условии $(\phi_k, S_1) = 1$, $(\phi_k, S_2) = 0, \dots, (\phi_k, S_m) = 0$. Здесь B – полностью определенный оператор, действующий в пространстве $L^2\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$. Пространство L^2 считаем вещественным со скалярным произведением:

$$(f, g) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)g(t)dt; \quad f(t)g(t) \in L^2\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right). \quad (7)$$

Для доказательства необходимо задачу минимизации квадратичной формы $(B\phi_k(t), \phi_k(t))$ при условии $(\phi_k, S_1) = 1, (\phi_k, S_2) = 0, \dots, (\phi_k, S_r) = 0; r = 2, 3, \dots, m$ свести к минимизации квадратичного функционала $(B\phi_k(t), \phi_k(t))$ при условии $(\phi_k, S_1) = 1$.

Представим пространство $L^2\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$ в виде ортогональной суммы пространства R_1 и его ортогонального дополнения R_2 т. е.

$$L^2 = R_1 \oplus R_2.$$

Из условия $(\phi_k, S_r) = 0$ следует, что искомый сигнал $\phi_k(t)$ принадлежит пространству R_2 . Введем оператор $B_1 = pBp$. Этот оператор переводит L^2 в R_2 . Так как оператор проектирования p является положительным оператором, то оператор B также положителен. Исходная задача сводится к определению минимума квадратичной формы $(B\phi_k(t), \phi_k(t)), \phi_k(t) \in L^2\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$ при условии $(\phi_k, S) = 1, (S = pS_1)$. Следовательно, мини-

мальная дисперсия (5) с учетом несмещенности оценки $\left(M[X'_{ik}(t)] = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \right)$ обеспечивает на выходе СПДС максимум отношения сигнал/шум.

Однако следует заметить, что небольшое на первый взгляд изменение вида спектральных плотностей сигнала существенным образом меняет математический вид оператора системы. В этом случае речь будет идти о наилучшем выборе числовых параметров, от которых зависит оператор F, ϕ_k, S_k .

Среди множества задач синтеза квазиоптимальных СПДИ мы выделим два основных класса, которые принципиально отличаются по способам решения.

К первому классу относятся задачи, в которых закон преобразования сигналов задан «жестко» с помощью аналитических выражений или вычислительных алгоритмов, т.е. имеются (для случая, описываемого схемой на рис. 1) зависимости вида:

$$Z_p(t) = F_{pj}[X_j(t)], \quad (8)$$

где F_{pj} – известные операторы, а числа p и j принимают всевозможные значения, соответствующие всем сигналам множеств $\{X(t)\}$ и $\{Z(t)\}$.

Примером преобразованием сигнала, который осуществляет УПС, может служить следующая ситуация. Множество сигналов $\{X(t)\}$ является нормальным процессом и состоит из шума и набора m линейно независимых сигналов $X_1(t), X_2(t), \dots, X_m(t), 0 \leq t < T$, а множество выходных сигналов $\{Z(t)\}$ образованно набором вещественных чисел Z_1, Z_2, \dots, Z_m . Приведенная задача построения УПС является специальным вопросом синтеза линейного оператора с заданными свойствами:

$$\left. \begin{aligned} F[X_1] &= Z_1 \\ F[X_2] &= Z_2 \\ &\dots \\ F[X_m] &= Z_m \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Известная теорема функционального анализа [8, 9] позволяет с единых позиций решать задачи синтеза УПС типа линейных операторов. Согласно этой теореме для функций $S(t), 0 \leq t < T$, обладающих конечной энергией, $\int_0^T S^2(t)dt$, произвольный линейный оператор может быть преобразован к виду

$$F[X(t)] = \int_0^T X(t)\phi(t)dt, \quad (10)$$

где $\phi(t)$ специально выбираемая функция. Эта функция и определяет вид преобразования, осуществляемого линейным функционалом, а синтез квазиоптимального УПС может быть сведен к отысканию формы так называемого опорного сигнала $\phi(t)$ с последующей реализацией по схеме корректора (рис. 3).

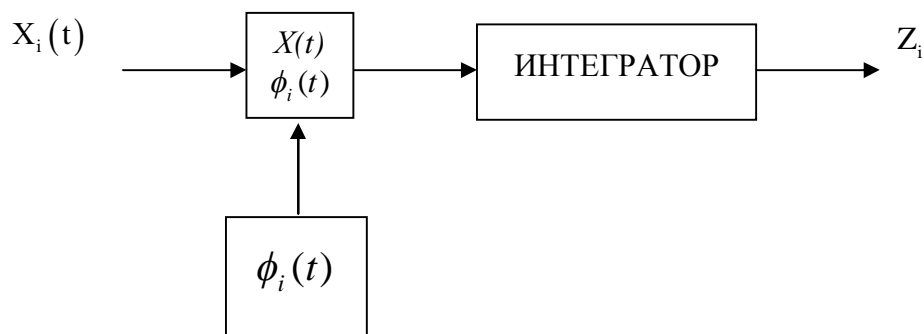


Рис. 3. Синтез квазиоптимального УПС

Выражение (5) в этом случае преобразовывается к виду:

$$D = M \left\{ \sum_{i,k=1}^m \int_0^T [X_k(t)\phi_i(t)dt - Z_{ik}(t)]^2 \right\} \quad (11)$$

Используя основные принципы классического вариационного исчисления, можно получить спектра передающих сигналов или опорных функций, минимизирующих функционал D , путем решения системы интегральных уравнений или системы алгебраических нелинейных уравнений [3, 9, 10]. Для этого необходимо вычислить два момента выходной функции: математическое ожидание и корреляционную функцию.

Исходя из изложенного, оптимизировать СПДС при наличии в канале различного ряда одновременно действующих помех и искажений по критерию (11) можно путем:

- оптимального выбора весовой функции $\phi_i(t)$ при заданных передающих сигналах $S_i(t)$;
- синтеза сигнала $S_i(t)$ при известных весовых функциях $\phi(t)$;
- оптимального синтеза пары сигнал $S_i(t)$ – весовая функция $\phi_i(t)$;
- оптимального синтеза предискажающих и корректирующих устройств;
- синтез адаптивных УПС.

Ко второму классу относятся такие задачи, в условиях которых нет выписанной в явном виде функциональной зависимости между входом и выходом УПС; заданно лишь требование к входным и выходным параметрам.

Часто в общем случае закон распределения входной случайной величины не является нормальным даже в том случае, когда входные величины и функции подчиняются нормальному закону. В этом случае оператор F будет нелинейным. Для нелинейных систем не достаточно знать первые два момента случайной входной функции (математическое ожидание и корреляционную функцию), а необходимо вычислять более высокие моменты распределения, нахождение которых может быть сопряжено с большими вычислительными трудностями.

При синтезе нелинейного оператора F не удастся показать общий метод получения вероятностных характеристик входной функции системы, а придется пользоваться различными приближенными методами. Один из которых является преобразование нелинейной системы к приводимой нелинейной системе.

Под приводимыми нелинейными системами будем понимать СПДС, поведение которых описывается уравнением вида [11]:

$$N\{Z(t)\} = F\{X(t)\}, \quad (12)$$

где N – линейный оператор, а $F\{X(t)\}$ – нелинейная функция своего аргумента.

Обозначив

$$\{Y(t)\} = F\{X(t)\}, \quad (13)$$

мы формально можем свести рассмотрение нелинейной системы связи к рассмотрению линейной СПДС, которая определяется уравнением:

$$N\{Z(t)\} = \{Y(t)\}. \quad (14)$$

Поэтому эти СПДС получили название «приводимые» [11]. С учетом сказанного, критерий синтеза приводимых нелинейных систем (11) преобразуется к виду:

$$D = M \left\{ \sum_{i,k=1}^m \int_0^T [Y_i(\tau) \phi_k(t, \tau) dt - Z_{ik}(t)]^2 \right\}, \quad (15)$$

где $\phi_k(t, \tau)$ – функция веса линейного оператора N . В отличие от критерия (11) математическое ожидание и корреляционная функция случайной величины $\{Y(t)\}$ (15) будут связаны с известной функцией $X(t)$ нелинейным соотношением (13).

При решении задач этого класса необходимо выбирать наиболее оптимальный оператор преобразования входных и выходных сигналов F согласно критерия (15) при известных $X_{ik}(t)$ и $Z_{ik}(t)$. Оптимальный выбор модели для преобразования сигналов играет чрезвычайно большую роль в задачах второго класса. Ясно, что задачи второго класса после введения аналитического описания входных и выходных сигналов УПС могут быть «переведены в первый класс».

Выводы. Используя предложенный критерий синтеза многопозиционных систем, можно оптимизировать СПДС не только путем оптимального синтеза весовых функций или передающих сигналов с учетом помех и искажений [12], действующих в канале связи, а и путем выбора методов обработки сигналов. Исследование этих методов – *перспектива для последующего исследования*.

Список литературы

1. Варакин, Е. Теория сложных сигналов [Текст] : монография / Е. Варакин. — М. : Советское радио, 1970. — 370 с.
2. Цлаф, Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения [Текст] : монография / Л. Я. Цлаф. — М. : Наука, 1966. — 176 с.
3. Зюко, А. Г. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации [Текст] : монография / А. Г. Зюко, А. И. Фолько, И. П. Панфилов, В. Л. Банкет, П. В. Иващенко. — М. : Радио и связь, 1985. — 306 с.
4. Панфилов, В. И. Синтез помехоустойчивых модемов при совместном воздействии в канале аддитивных шумов и преднамеренных помех [Текст] / В. И. Панфилов, А. А. Скопа // Наукові записки УНДІЗ. — 2008. — № 6(8). — С. 72-80.
5. Панфилов, В. И. Синтез частотных цифровых приемников для защищенных радиосистем [Текст] / В. И. Панфилов, А. А. Скопа // Вісник ДУІКТ. — 2009. — Том 7, №4. — С.361-369.
6. Панфилов, И. П. Надежность работы линии связи, состоящей из основного и резервного каналов [Текст] / И. П. Панфилов, А. А. Скопа // Радиотехника. — 2002. — № 128. — С. 91-96.
7. Панфилов, И. П. Повышение помехоустойчивости каналов связи АСУПТ [Текст] : монография / И. П. Панфилов, М. Т. Козаченко. — Киев : Техника, 1991. — 164 с.
8. Френкс, Л. Теория сигналов [Текст] : монография / Л. Френкс. — М. : Советское радио, 1974. — 344 с.

9. Люстернин, Л. А. Элементы функционального анализа [Текст] : монография / Л. А. Люстернин, В. И. Соболев. — М. : Наука, 1976. — 360 с.
10. Казакова Н. Ф. Безпека банківської діяльності [Текст] : монографія / Казакова Н. Ф., Панфілов В. І., Скачек Л. М., Скопа О. О., Хорошко В. О. ; за ред. проф. Хорошко В. О. — К. : ПВП «Задруга», 2013. — 282 с.
11. Свешников, А. А. Прикладные методы теории случайных функций [Текст] : монография / А. А. Свешников. — М. : Наука, 1968. — 464 с.
12. Пат. №54960 Україна, (19)UA (11)54960 (13)U (51)МПК(2009) H04L 27/14. Адаптивний приймач цифрового сигналу / Балан М.М., Іскандер-заде Ш. Хусейн Огли, Панфілов В.І., Скопа О.О.; заявник та патентообладач ОНАЗ ім.О.С.Попова. — и 2010 07889; заявл. 24.06.2010; опубл. 25.11.2010, Бюл. №22.

Панфілов Віктор Іванович

Південне територіальне управління ЗАТ «МТС Україна»

канд. техн. наук, доцент

65014, м. Одеса, вул. Базарна, 3а,

Коло наукових інтересів: Системи передавання інформації

Контактний телефон (044) 240-00-00

e-mail: fleshka_01@ukr.net

Пунченко Наталя Олегівна

доцент кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій

Одеська державна академія технічного регулювання та якості

канд. техн. наук

65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 13

Коло наукових інтересів: Інформаційно-вимірювальні технології

Контактний телефон 050-316-71-14

e-mail: greyw@ukr.net

Казакова Надія Феліксівна

доцент кафедри Інформаційних систем в економіці

Одеський національний економічний університет

канд. техн. наук, доцент

65089, Україна, м. Одеса, вул. Преображенська, 8

Коло наукових інтересів: Системи захисту інформації

Контактні телефони 050-512-98-99, 094-955-94-18

e-mail: kaz2003@ukr.net

Скопа Олександр Олександрович

Завідувач кафедри Інформаційних систем в економіці

Одеський національний економічний університет

докт. техн. наук, професор

65089, Україна, м. Одеса, вул. Преображенська, 8

Коло наукових інтересів: Системи захисту інформації

Контактні телефони 050-504-17-81, 094-955-94-23

e-mail: skopa2003@ukr.net