

**ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ ШКАЛ ВИМІРЮВАНЬ І СЕРЕДНІХ  
ВЕЛИЧИН У ПРИЙНЯТТІ РІШЕНЬ**

*Доц., канд. фіз. – мат. наук В.Г. Чернишев,  
доц., канд. фіз. – мат. наук В.М. Шинкаренко*

*Одеський національний економічний університет, Україна*

*Доц., канд. фіз. – мат. наук Д.В. Окара*

*Одеська державна академія будівництва та архітектури, Україна  
ст. викл. Л.В. Шинкаренко*

*Міжнародний гуманітарний університет, Одеса, Україна*

Швидкий розвиток і ускладнення економічних зв'язків, виявлення залежностей між окремими складними процесами і явищами потребують використання підходів і методів теорії прийняття рішень в управлінні. Наслідки помилок невірних рішень стають все серйознішими, а звернення до фахового досвіду і інтуїції не завжди приводять до вибору якнайкращої стратегії. Використання методів теорії прийняття рішень дозволяє розв'язати цю проблему, причому швидко і з достатнім ступенем точності.

Теорія прийняття рішень як самостійна дисципліна склалася порівняно недавно, на початку 1960-х років. Тоді ж була сформульована основна мета цієї теорії – *раціоналізація процесу ухвалення рішень*. Під процесом прийняття рішення мають на увазі всю сукупність процедур, що приводять до знаходження рішення. У процесі прийняття рішень особа, що приймає рішення, порівнює між собою варіанти та обирає той, який здається їй найліпшим. Постають такі питання: якою користуватись мірою; в яких одиницях оцінювати ступінь переваги однієї альтернативи над іншою, наскільки обґрунтованими є наступні операції агрегування оцінок декількох експертів? Відповіді на ці питання дає *теорія вимірювань*, що є складовою частиною статистики об'єктів нечислової природи, оскільки результат оцінювання експерта – вимірювання. Розглянемо практику використання шкал вимірювань та середніх величин, щоб уникнути розповсюджених помилок, пов'язаних із інтерпретацією результатів експертних опитувань та з наступним опрацюванням цієї інформації.

В багатьох випадках рішення приймається на основі індивідуальних оцінок кожного з експертів. Однією з основних процедур отримання інформації від експерта – якісної чи кількісної – є вимірювання, яке розумітимемо в широкому сенсі. *Вимірювання* – це присвоєння числових чи нечислових характеристик об'єктам чи окремим їх властивостям за визначеними правилами. Відповідно теорії вимірювань, при економіко-математичному моделюванні насамперед

## *XI Міжнародна конференція СПРАПЕТІЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТІ И ОБРАЗОВАНИИ*

---

потрібно установити типи шкал, у яких вимірюються значення тих чи інших змінних.

Тип шкали визначає групу припустимих перетворень шкали, тобто таких, що *не змінюють співвідношень між об'єктами вимірювань*. *Порядкова шкала* (передбачає ранжирування об'єктів чи сукупності їхніх ознак за пріоритетом) й *шкала найменувань* (передбачає лише класифікацію об'єктів чи окремих ознак об'єктів) – основні шкали якісних ознак. У порядковій шкалі припустимими є всі строго зростаючі перетворення, у шкалі найменувань – всі взаємно однозначні перетворення. *Шкала інтервалів* (їхня властивість: числові однакові різниці значень відповідають однаковим різницям у вимірюваній ознаці), *шкала відношень* (має природну нульову точку відліку) – основні шкали кількісних ознак. Припустимими перетвореннями в шкалі інтервалів є лінійні зростаючі перетворення, тобто лінійні функції. Шкали відношень є найпоширенішими серед кількісних шкал в науці й практиці. Вони дозволяють визначити, у скільки разів один об'єкт більший за інший. Припустимими перетвореннями шкал відношень є подібні (ті, що змінюють лише масштаб). Наприклад, при порівнянні ефективності двох інвестиційних проектів в гривнях, перший проект виявився кращим. Якщо перейдемо на валюту євро (використовуємо фіксований курс перерахування), то перший проект знову виявиться кращим.

Основною вимогою до алгоритмів аналізу даних є те, що *висновки*, зроблені на основі даних, які виміряні у шкалі певного типу, *не повинні змінюватись при припустимому перетворенні шкали*, в якій виміряні ці дані. Інакше кажучи, висновки повинні бути *інваріантними* стосовно припустимих перетворень шкали. Таким чином, долається суб'єктивізм дослідника при приписуванні числових значень реальним об'єктам. Статистичні висновки можуть бути адекватними реальності лише тоді, коли вони не залежать від того, яку одиницю вимірювань обере дослідник, тобто коли вони інваріантні щодо припустимого перетворення шкали.

В прийнятті рішень виникає проблема: *знайти такі характеристики (узагальнюючі показники), що достатньо повно відображували б отримані числові дані*. Інакше кажучи, ці узагальнюючі показники є частковим випадком інформаційного фільтру агрегування інформації. Вони характеризують значення ознаки, її варіацію та обчислюються за допомогою варіант і відповідних частот (відносних частот). Важливими серед узагальнюючих показників є *середні величини*, тобто такі значення ознаки, біля яких групуються окремі значення, що спостерігаються. Звідси і назва – *міри центральної тенденції*. Залежно від характеру задачі використовують той чи інший тип середньої величини: *середнє арифметичне, медіана, мода*,

## *ХІ Міжнародна конференція СПРАПЕТІЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТІ И ОБРАЗОВАНИИ*

---

*степеневі середні (середнє гармонійне, середнє геометричне, середнє квадратичне і т.п. ).*

Узагальнюючі показники тільки тоді будуть об'єктивно відповідати своєму призначенню, якщо використовуються до *однорідних сукупностей*. Інакше можна отримати невірні висновки. Так, сутність середнього арифметичного полягає в тому, що якщо кожне спостереження замінити середнім, то загальна сума не зміниться. Оскільки *середнє зберігає незміною суму при рівномірному розподілу значень*, то воно найбільш корисне як узагальнюючий показник при відсутності різко виділених спостережень («викиданий»), тобто коли набір даних являє собою більш менш однорідну групу. Середнє арифметичне обчислюють також для інтервального варіаційного ряду. За значення ознаки для усіх елементів в даному інтервалі береться середина інтервалу. При цьому отримується певна неточність, але звичайно в різних інтервалах похибки будуть різних знаків, а тому при великій кількості спостережень вони в значній мірі «гасять» одна одну.

Медіана – це *таке значення ознаки, яке ділить усю сукупність навпіл* (усі елементи сукупності розміщені в порядку зростання або спадання числових значень ознаки ). Медіана володіє важливою властивістю (*сума модулів відхилень варіант ознаки від медіани не більше суми модулів відхилень від будь-якого іншого числа*), яка в деяких випадках дає їй перевагу перед іншими середніми величинами. Наприклад, якщо при впорядкованому розміщенні деякої ознаки «крайні» значення сумнівні і до того ж різко відрізняються від основного набору даних, то за міру центральної тенденції доцільно використовувати медіану, оскільки на її величину ці «крайні» значення ніяк не впливають, і в той самий час вони можуть істотно впливати на значення середнього арифметичного.

Середнє арифметичне є мірою центральної тенденції для кількісних даних, що не мають «викиданий»; медіана для *порядкових даних* (якісних даних, для яких існує порядок, що має наявний змістовний сенс) та для кількісних даних, у тому числі і при наявності «викиданий». Подібною характеристикою для *номінальних даних* (якісних даних, для яких не має змістовного інтерпретаційного порядку; наприклад, області України, в яких мешкають учасники конференції) є мода – значення ознаки, що зустрічається найчастіше. Так, якщо набір даних являє собою опис послідовних етапів виробництва складного улаштування (зокрема, автомобіля) із вказівкою кількості блоків, що знаходяться на різних стадіях виробництва, то мода вказує на стадію виробництва, де знаходиться найбільша кількість блоків, тобто на «вузьке» місце у виробництві

Середнє гармонійне використовують, коли спостереження, для яких треба отримати середнє арифметичне, задані оберненими

## *ХІ Міжнародна конференція СПРАПЕТІЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТІ И ОБРАЗОВАНИИ*

---

значеннями. Середнє геометричне використовують, зокрема, у таких випадках: значення задані через деякі рівні проміжки часу (наприклад, зростання або зниження заробітної плати); змінна з перебігом часу змінюється приблизно із однаковим співвідношенням між вимірюваннями; окремі значення в статистичній сукупності віддалені від інших значень.

Загальне поняття середньої величини вперше було введено французьким математиком О.Коші [1]. Усі перераховані вище типи середніх величин є «середніми за Коші». При припустимому перетворенні шкали значення середньої величини буде змінюватися, але висновки про те, для якої сукупності середнє більше, а для якої – менше, не повинні змінюватися (*стійкість результату порівняння*). Середні значення, що задовольняють сформульованій умові, називаються *припустимими* (у відповідній шкалі). Згідно із теорією вимірювань, лише такими середніми можна користуватися при аналізі стверджень експертів. Для даних, що виміряні у шкалі найменувань, мода пасує як середнє. Доведено, що із усіх «середніх за Коші» припустимими середніми в порядковій шкалі є лише члени варіаційного ряду. Це є справедливим за умови, що середнє є неперервною і симетричною функцією. Отже, у цій шкалі можна використати медіану (при непарному об'ємі вибірки). При парній кількості варто застосовувати один з двох центральних членів варіаційного ряду – ліву чи праву медіану. Моду теж можна використати – вона завжди є членом варіаційного ряду, але недоцільно розраховувати середнє арифметичне, середнє геометричне, тому що це не має сенсу.

Зазначимо, що за певних додаткових умов усе ж можна використовувати середнє арифметичне й у порядковій шкалі: одна з функцій розподілу повинна завжди знаходитися «над» іншою; функції розподілу не можуть перетинатися. Остання умова виконується, якщо два значення деякої величини вимірюються за допомогою того ж самого засобу вимірювань, у якого розподіл похибок не змінюється при переході від одного вимірювання розглянутої величини до іншого.

Природні вимоги до середніх величин приводять до асоціативних середніх величин. Їхній загальний вигляд отримав відомий математик А.М.Колмогоров. Тепер їх називають «середніми за Колмогоровим» [2]. «Середнє за Колмогоровим» – це окремий випадок середнього, що *узагальнює декілька середніх*. Доведено, що у шкалі інтервалів із всіх «середніх за Колмогоровим» припустимим є лише середнє арифметичне. Аналогічно до середніх величин вивченні й інші статистичні характеристики: показники розкиду, зв'язку, відстані та інші. Так, коефіцієнт кореляції відношення дисперсійне змінюються при будь-якому припустимому перетворенні в шкалі інтервалів; дисперсія не змінюється в шкалі різниць; коефіцієнт варіації – у шкалі відношень.

## *ХІ Міжнародна конференція СПРАПЕТІЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТІ И ОБРАЗОВАНИИ*

---

Особливо прискіпливого розгляду вимагає питання відносно меж застосування статистичних характеристик у теорії вибірки. Авторами доповіді у працях [3,4] розглядалися шляхи вирішення деяких практичних проблем, що виникають при проведенні вибірових опитувань. Грунтовна математична теорія вибірового методу, побудована у роботах видатних вчених Я.Бернуллі, О.М. Ляпунова, С. Пуассона, П.Л. Чебишева, А.А. Маркова, Р. Фішера та ін., дозволяє якісно оцінити вибірові статистичні характеристики. Проте, теорія та її практичне застосування у ряді випадках знаходяться у значному протиріччі. Це пов'язано із невірним тлумаченням та помилковою інтерпретацією деяких положень теорії.

Інформація, що отримується в результаті побудови вибірки, буде тільки тоді надійною основою для прийняття рішення відносно тих чи інших властивостей вихідної сукупності, коли структура елементів, що утворюють вибірку, буде аналогічна структурі елементів в генеральній сукупності. Така вибірка називається *репрезентативною* (представною). Репрезентативність вибірки означає, що елементи вибірки достатньо добре зображують генеральну сукупність. Зазначимо, що при відборі елементів можуть зіграти роль особисті мотиви або психологічні фактори, про які дослідник і не підозрює. Вибіркова сукупність буде репрезентативною лише при виконанні таких умов: 1) сукупність повинна бути однорідною; 2) кількість відібраних елементів у вибіровій сукупності повинна бути достатньо великою; 3) вибірка має бути випадковою; 4) елементи у вибірку вибираються незалежно один від одного; 5) бажано, щоб вибірка була без повторень, а не з повтореннями (отримуються, як правило, точніші результати). Якщо вибірка невірно відтворює склад генеральної сукупності, то вибірові оцінки не будуть збігатися з відповідними характеристиками генеральної сукупності. Розбіжність між ними є помилкою репрезентативності. Розглянемо питання про обсяг вибірки.

Точні математичні розрахунки не завжди можуть бути застосовані для проведення вибірового обстеження. Наприклад, для 95% рівня надійності та похибки, яка не перевищує 5% для оцінки якісної ознаки маємо наступні обсяги вибірки та генеральної сукупності: 222 з 500, 286 з 1000, 370 з 5000, 398 з 100000. При значному збільшенні обсягу генеральної сукупності, обсяг вибірки розраховується за формулами для повторної вибірки і тому для 95% рівня надійності та похибки, яка не перевищує 5% для оцінки якісної ознаки складає біля 400. Зазначені особливості дають підстави для маніпуляцій суспільною думкою під ширмою так званих «соціологічних опитувань». Так, у деякому місті опитують 400 – 500 осіб і їх думку видають за думку мешканців всього міста. Для містечка з населенням 1000 – 5000 мешканців це відповідає дійсності, а для міста з мільйонним населенням не завжди. Проте,

## *XI Международная конференция СПРАПЕТИЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТИ И ОБРАЗОВАНИИ*

---

пересічному громадянину, який прислуховується лише до наведеного рівня надійності, таке опитування вважається досить достовірним. При проведенні прикладного обстеження обсяг вибірки залежить від таких умов: а) міри однорідності соціальних об'єктів; б) ступеня подільності угруповань; в) доцільного рівня надійності висновків зі здійснюваного дослідження. Якщо вибірка достатньо репрезентативна і помилка з того чи іншого параметру вибірки незначна, то оцінка рівня достовірності висновку за кожним конкретним розподілом залишається проблемою самостійного аналізу дослідника при отриманні відповідних комп'ютерних даних. Баланс між проблемами репрезентативності та достовірності визначається метою дослідження.

Дослідники досить часто працюють з некоректними статистичними даними. Наприклад, необхідно вивчити соціальні характеристики людей, що займаються науковою діяльністю. Але відомо, що в науково-дослідних та навчально-наукових організаціях працюють лише 2 % працездатного населення України. Тому, якщо буде відібрано 500 осіб серед мешканців регіону, то серед них може виявитися тільки 10 таких, що займаються науковою діяльністю. У цьому випадку даних буде недостатньо для формування висновків. Тому дослідники усвідомлено опитують значно більше число респондентів або замінюють випадковий відбір серійним. Іноді вони розраховують цілу таблицю за статтю, віком, галуззю тощо, за якою вирішують, скільки чоловік в кожній соціальній групі опитати. Це деформує вибірку, її характеристики не відповідають параметрам генеральної сукупності, тобто вона не репрезентативна. Для зменшення впливу деформованості вибірки на результати аналізу, застосовують зважування об'єктів: групи, які були штучно зменшені, вибираються з ваговим коефіцієнтами. Зазвичай сумарна кількість всіх об'єктів дорівнює обсягу вибірки. Нехай, наприклад, опитано 300 осіб, з них 100 чоловіків і 200 жінок. Проте, з накопиченого досвіду відомо, що в генеральній сукупності 50% чоловіків і 50% жінок. Тому доцільно для всіх статистичних розрахунків враховувати чоловіка з вагою 1,5, а жінку - з вагою 0,75. Тоді, з урахуванням вагових коефіцієнтів, вплив вибірових статистичних характеристик на результати розрахунків статистичних характеристик генеральної сукупності за вибіровими, буде недеформованим. Обсяг вибірки дорівнює  $1,5 \times 100 + 0,75 \times 200 = 300$ .

Важливим методом перевірки репрезентативності вибірки є порівняння декількох вибірок з допомогою критеріїв. Найбільш відомими з них є: двовибірковий тест Колмогорова – Смірнова, тест медіан, двовибірковий тест Манна-Уїтні (Mann - Witney), двовибірковий критерій знаків (Sign), двовибірковий знаково-ранговий критерій Вілкоксона (Wilcoxon), критерій Фрідмана (Friedman). Ці тести призначені для перевірки гіпотези щодо однорідності розподілів у

## *ХІ Міжнародна конференція СПРАПЕТІЯ КАЧЕСТВА В ПРОМЫШЛЕННОСТІ И ОБРАЗОВАНИИ*

---

вибірках. Більшість тестів засновані на пошуку певного типу протиріччя з гіпотезою щодо відповідності розподілів і не можуть виявити всіх відмінностей. Так, тест медіан перевіряє відповідність тільки медіан. Тому корисно перевірити однорідність розподілів за кількома критеріями.

**Висновки.** У теорії прийняття рішень необхідно використовувати лише інваріантні алгоритми опрацювання даних. Вимога інваріантності виділяє з багатьох алгоритмів усереднення лише деякі, що відповідають шкалам вимірювань, які використовуються. Емпіричні відношення є результатом опитування реальних експертів, а тому успіх значною мірою залежить від правильної організації експертного опитування і знання загальних методів теорії вимірювань.

### **Посилання**

1. Еремеев А.П. Экспертные модели и методы принятия решений / А.П. Еремеев – М.: МЭИ, 1995. – 110 с.

2. Катренко А.В., Пасічник В.В. Прийняття рішень: теорія та практика / А.В. Катренко, В.В.Пасічник - Львів: Новий світ – 2000, 2013. - 447 с.

3. Шинкаренко В.М., Чернишев В.Г. Проблема репрезентативності вибірових обстежень // Актуальні дослідження в соціальній сфері. Матеріали третьої Міжн. наук.- практ. конф. – 15 квітня 2014. - Одеса. – С. 30-32.

4. Шинкаренко В.М., Чернишев В.Г. Достовірність результатів вибірових обстежень // Актуальні дослідження в соціальній сфері. Матеріали четвертої Міжн. наук.–практ. конф. – 17 листопада 2014. – Одеса. – С. 36 - 38 .